

Objectius

En aquesta quinzena aprendreu a:

- Trobeu l'expressió en coeficients d'un polinomi i opereu-hi.
- Calculeu el valor numèric d'un polinomi.
- Reconeixeu algunes identitats notables, el quadrat i el cub d'un binomi.
- Regla de Ruffini i Teorema de la resta.
- Trobeu la descomposició factorial d'alguns polinomis.

Abans de començar

1. Polinomis pàg. 38
Grau. Expressió en coeficients
Valor numèric d'un polinomi
2. Operacions amb polinomis pàg. 40
Suma diferència, producte
Divisió
3. Identitats notables pàg. 42
 $(a+b)^2$
 $(a-b)^2$
 $(a+b) \cdot (a-b)$
Potència d'un binomi
4. Divisió per $x-a$ pàg. 44
Regla de Ruffini
Teorema de la resta
5. Descomposició factorial..... pàg. 46
Factor comú x^n
Arrels d'un polinomi

Exercicis per a practicar

Per a saber-ne més

Resum

Autoavaluació

Activitats per a enviar al tutor

Abans de començar

Els ordinadors, no usen el sistema decimal

Utilitzen cel·les amb un sistema més senzill

El sistema binari

$$1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

1 0 0 1 1 0 1 1

Valor numèric en 2 d'un polinomi

Al cap i a la fi un sistema més accessible per a les màquines

Un sistema de blanc i negre de sí o no

Alguns jocs de màgia es basen en aquest sistema



Utilitat dels polinomis

Els polinomis no només es troben en la base de la informàtica, en economia els càlculs d'interessos i durada de les hipoteques es realitzen amb expressions polinòmiques, així, el capital C a un percentatge x en 3 anys es convertix en $C \cdot (1+x)^3$ que és el cub d'un binomi.

La medicina i altres branques de la ciència avancen ajudades d'aquesta eina algebraica. Investigueu en la web les utilitats dels polinomis.

Polinomis

1. Polinomis

Grau i coeficients

El polinomi $x^3 + 4x + 2$ està format per la suma de tres monomis: x^3 , $4x$ i 2 ; el seu grau, o màxim exponent de x , és 3 i **els coeficients d'aquest polinomi són 1 0 4 2**.

1 és el coeficient de grau 3
0 és el coeficient de grau 2
4 és el coeficient de grau 1
2 és el coeficient de grau 0

Es pretén que s'identifique
 $x^3 + 4x + 2$
amb la seua expressió en coeficients
1 0 4 2

Valor numèric

En substituir la variable x d'un polinomi per un nombre s'obté el valor numèric del polinomi. Així **el valor numèric en 3** del polinomi



$$P(x) = 2x^3 - x + 4$$
$$\text{es } P(3) = 2 \cdot 3^3 - 3 + 4 = 55$$

Podeu utilitzar la calculadora per tal de trobar el valor numèric d'un polinomi. Recordeu que per a realitzar la potència 7^4 s'utilitza la tecla x^y ,
 $7 \ x^y \ 4 = \rightarrow 2041$

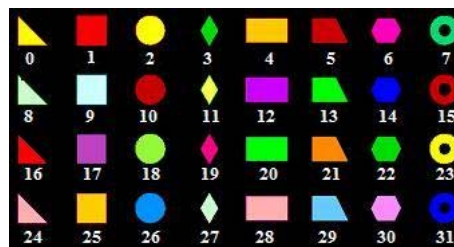
El valor numèric en 10 del polinomi de coeficients 2 4 6 és 246. Aquesta coincidència del valor en 10 amb els coeficients és perquè el nostre sistema és de base 10 i **246** és igual a $2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 6$.

Si el nombre 347 està expressat **en base 8**, la seua expressió en el nostre sistema usual, el decimal, és $3 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8 + 7 = 231$ que és el valor en 8 del polinomi de coeficients 3 4 7.

En el sistema binari les xifres emprades són 0 i 1. Ací el valor decimal de **1000110** en binari és

$$1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 = 70$$

La quantitat de color se sol expressar en sistema hexadecimal o de base 16, aquest sistema té 16 xifres 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9, a=10, b=11, c=12, d=13, e=14, f=15 i en aquest sistema la quantitat **38** de color blau equival a $3 \cdot 16 + 8 = 56$ en decimal.



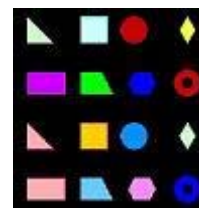
Demaneu a un company que memoritze una d'aquestes figures però que no diga quina. Vosaltres per telepatia ho endevinareu.

Pregunteu-li si la figura escollida es troba a cada una de les targetes següents

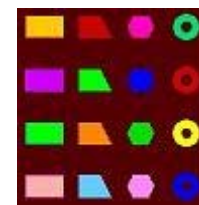
SI = 1



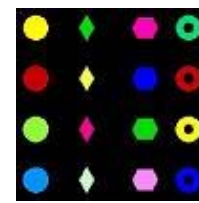
NO = 0



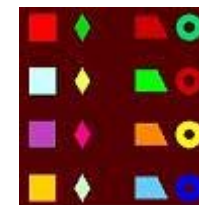
NO = 0



SI = 1



NO = 0



Amb cada resposta afirmativa escriviu 1, per a la negativa, un 0, per al resultat **10010**, la figura és $1a1^21 \cdot 24 + 1 \cdot 2 = 18$, el cercle verd. Només cal calcular el valor en 2 del polinomi els coeficients del qual s'obtenen amb 1 o 0, amb Sí o No.

EXERCICIS resolts

1. Trobeu l'expressió en coeficients dels polinomis $P(x)=5x^2+2x+1$; $Q(x)=x^3-3x$; $R(x)=0,5x^2-4$

Les respectives expressions en coeficients són

$$P(x) \rightarrow 5 \ 2 \ 1; \quad Q(x) \rightarrow 1 \ 0 \ -3 \ 0; \quad R(x) \rightarrow 0,5 \ 0 \ -4$$

2. Escriviu les expressions polinòmiques dels polinomis l'expressió dels quals en coeficients és:

$$P(x) \rightarrow 2 \ 1 \ 3 \ -1; \quad Q(x) \rightarrow 1 \ 3 \ 0 \ 0; \quad R(x) \rightarrow 3/4 \ -1 \ 0 \ 2$$

$$P(x)=2x^3+x^2+3x-1; \quad Q(x)=x^3+3x^2; \quad R(x)=3/4 x^3-x^2+2$$

3. Completeu la taula:

EXPRESSIÓ POLINÒMICA	EXPRESSIÓ EN COEFICIENTS	GRAU
$-2x^3+x^5-3x^2$		
$x^2/3-1$		
	$-2 \ \pi \ 0 \ 0$	
	$-2 \ 1,3 \ 0 \ -1/7$	
$3-\sqrt{2}x^2$		

Aquests polinomis són polinomis en una variable, x , amb coeficients al cos dels nombres reals.
El conjunt d'aquests polinomis es designa per $\mathbb{R}[x]$.

POLINÒMICA	COEFICIENTS	GRAU
$-2x^3+x^5-3x^2$	$1 \ 0 \ -2 \ -3 \ 0 \ 0$	5
$x^2/3-1$	$1/3 \ 0 \ -1$	2
$\pi x^2 - 2x^3$	$-2 \ \pi \ 0 \ 0$	3
$-2x^3+1,3x^2-1/7$	$-2 \ 1,3 \ 0 \ -1/7$	3
$3-\sqrt{2}x^2$	$-\sqrt{2} \ 0 \ 3$	2

4. Trobeu el valor numèric en 1, 0 i -2 dels polinomis de l'exercici anterior

POLINOMI	Valor en 1	Valor en 0	Valor en -2
$x^5-2x^3-3x^2$	-4	0	-28
$x^2/3-1$	-2/3	-1	1/3
$-2x^3+\pi x^2$	$-2+\pi$	0	$16+4\pi$
$-2x^3+1,3x^2-1/7$	-59/70	-1/7	737/35
$-\sqrt{2}x^2+3$	$-\sqrt{2}+3$	3	$-4\sqrt{2}+3$

Polinomis

2. Operacions

A l'hora d'operar amb polinomis pot resultar còmode passar les seues expressions a coeficients, operar-hi i donar el resultat en forma polinòmica.

Suma

$$P(x)=8x^4+x^2-5x-4$$
$$Q(x)=3x^3+x^2-3x-2$$

Se suman los coeficientes de igual grado:

P(x)→	8	0	1	-5	-4
Q(x)→		3	1	-3	-2
P(x)+Q(x)→	8	3	2	-8	-6

$$P(x)+Q(x)=8x^4+3x^3+2x^2-8x-6$$

Multiplicació

$$P(x)=3x^3+5x-4$$
$$Q(x)=x^2-x+2$$

Se multiplican coeficiente a coeficiente:

P(x)→	3	0	5	-4		
Q(x)→		1	-1	2		
		6	0	10	-8	
		-3	0	-5	4	
	3	0	5	-4		
P(x)·Q(x)→	3	-3	11	-9	14	-8

$$P(x) \cdot Q(x) = 3x^5 - 3x^4 + 11x^3 - 9x^2 + 14x - 8$$

Divisió

$$P(x)=3x^3-x^2+5x-4$$
$$Q(x)=x^2-3x+2$$

3	-1	5	-4		1	-3	2	.
-3	9	-6			3	8		
	8	-1	-4					
	-8	24	-16					
		23	-20					

$$\text{Quocient} = 3x+8 \quad \text{Resta} = 23x-20$$

$$P(x)=12x^3+6x-5$$
$$Q(x)=4x^2+3$$

12	0	6	-5		4	0	3	.
-12	0	-9			3	0		
	0	-3	-5					
		0	0					
		-3	-5					

$$\text{Quocient} = 3x \quad \text{Resta} = -3x-5$$

Diferència

$$P(x)=3x^3+x^2+5x+4$$
$$Q(x)=3x^3+3x+2$$

Se restan los coeficientes de igual grado:

P(x)→	3	1	5	4
Q(x)→	3	0	3	2
P(x)-Q(x)→		1	2	2

$$P(x)-Q(x)=x^2+2x+2$$

Observeu el grau del resultat:
 $\text{gr}(P \pm Q) \leq \max(\text{gr}(P), \text{gr}(Q))$

$$\text{gr}(P \cdot Q) = \text{gr}(P) + \text{gr}(Q)$$

Dividir dos polinomis $D(x)$, dividend, entre $d(x)$, divisor, és trobar un quocient $c(x)$ i una resta $r(x)$ que complisquen

- Dividend = divisor · quocient + residu
- Grau de $r(x) < \text{grau de } d(x)$

$$\text{gr}(c) = \text{gr}(D) - \text{gr}(d)$$

Un exemple operant amb la variable, comencem dividint les potències de major grau

$$x^3 + 2x^2 - 3x + 5 \quad \left| \begin{array}{l} 3x^2 + x \\ \hline \end{array} \right.$$
$$\frac{x^3}{3x^2} = \frac{1}{3}x$$

Continuem

$x^3 + 2x^2 - 3x + 5$	$\left \begin{array}{l} 3x^2 + x \\ \hline \end{array} \right.$
$x^3 + \frac{1}{3}x^2$	$\frac{1}{3}x + \frac{5}{9}$
$\frac{5}{3}x^2 - 3x + 5$	quocient
$\frac{5}{3}x^2 + \frac{5}{9}x$	
$-\frac{32}{9}x + 5$	
resta	

EXERCICIS resolts

5. Trobeu $P(x)+Q(x)$ y $2\cdot P(x)-Q(x)$

$$P(x)=x^4+x^3+3x \quad Q(x)=2x^3+x^2-4x+5$$

$P(x) \rightarrow$	1	1	0	3	0	$2\cdot P(x) \rightarrow$	2	2	0	6	0
$Q(x) \rightarrow$		2	1	-4	5	$Q(x) \rightarrow$		2	1	-4	5
$P(x)+Q(x) \rightarrow$	1	3	1	-1	5	$2\cdot P(x)-Q(x) \rightarrow$	2	0	-1	10	-5

$$P(x)+Q(x)=x^4+3x^3+x^2-x+5$$

$$2\cdot P(x)-Q(x)=2x^4-x^2+10x-5$$

6. Quin és el grau del quocient en dividir un polinomi de grau 5 entre un altre de grau 2?
El grau del quocient és el grau del dividend, 5, menys el del divisor, 2, o siga, 3.

7. Multipliqueu $P(x)=x^3+6x^2+4x-6$ por $Q(x)=x^3+3x^2+5x-2$

$P(x) \rightarrow$	1	6	4	-6			
$Q(x) \rightarrow$	1	3	5	-2			
		-2	-12	-8	12		
		5	30	20	-30		
		3	18	12	-18		
	1	6	4	-6			
$P(x)\cdot Q(x) \rightarrow$	1	9	27	34	-10	-38	12

$$P(x)\cdot Q(x)=x^6+9x^5+27x^4+34x^3-10x^2-38x+12$$

8. Feu en cada cas la divisió de $P(x)$ entre $Q(x)$

$P(x)=2x^3+4x^2+7x+3$
 $Q(x)=2x^2+x+3$

$P(x)$ Dividend	$Q(x)$ divisor																																															
<table border="0"> <tr><td>2</td><td>4</td><td>7</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td colspan="4"> </td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>1,5</td><td>4,5</td><td></td></tr> <tr><td colspan="4"> </td></tr> <tr><td></td><td>2,5</td><td>-1,5</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>2,5</td><td>-1,5</td><td></td></tr> </table>	2	4	7	3	2	1	3						3	4	3		3	1,5	4,5							2,5	-1,5			2,5	-1,5		<table border="0"> <tr><td>2</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>1,5</td><td></td></tr> <tr><td colspan="3"> </td></tr> <tr><td>quocient</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$x+1,5$</td><td></td><td></td></tr> </table>	2	1	3	1	1,5					quocient			$x+1,5$		
2	4	7	3																																													
2	1	3																																														
3	4	3																																														
3	1,5	4,5																																														
	2,5	-1,5																																														
	2,5	-1,5																																														
2	1	3																																														
1	1,5																																															
quocient																																																
$x+1,5$																																																

$P(x)=7x^2-2x+5$
 $Q(x)=8x+7$

$P(x)$ Dividend	$Q(x)$ divisor																																														
<table border="0"> <tr><td>7</td><td>-2</td><td>5</td></tr> <tr><td>7</td><td>49</td><td></td></tr> <tr><td colspan="3"> </td></tr> <tr><td>65</td><td>5</td><td></td></tr> <tr><td>65</td><td>-8</td><td></td></tr> <tr><td colspan="3"> </td></tr> <tr><td></td><td>455</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>-64</td><td></td></tr> <tr><td colspan="3"> </td></tr> <tr><td></td><td>775</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>64</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>resta</td><td></td></tr> </table>	7	-2	5	7	49					65	5		65	-8						455			-64						775			64			resta		<table border="0"> <tr><td>8</td><td>7</td></tr> <tr><td>7</td><td>65</td></tr> <tr><td>8</td><td>-64</td></tr> <tr><td colspan="2"> </td></tr> <tr><td>$\frac{7}{8}x$</td><td>$\frac{65}{64}$</td></tr> </table>	8	7	7	65	8	-64			$\frac{7}{8}x$	$\frac{65}{64}$
7	-2	5																																													
7	49																																														
65	5																																														
65	-8																																														
	455																																														
	-64																																														
	775																																														
	64																																														
	resta																																														
8	7																																														
7	65																																														
8	-64																																														
$\frac{7}{8}x$	$\frac{65}{64}$																																														

EXERCICIS resolts

9. Observeu com s'apliquen les identitats notables

Per a desenvolupar $(x+3)^2$

Quadrat del 10 $\rightarrow x^2$ Doble de l'1^o pel 2^o $\rightarrow 2 \cdot x \cdot 3 = 6x$ Quadrat del 2^o $\rightarrow 3^2 = 9$
per tant $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Per a descompondre el polinomi $x^2 - 10x + 25$,

s'intenta veure un dels membres d'una identitat notable,

en ser els signes dels coeficients alternatius, + - +, es compara amb la diferència al quadrat.

$25 = 5^2$ y $10x = \text{doble de } x \text{ per } 5 \rightarrow x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$

Per a descompondre el polinomi $4x^2 - 25$

s'intenta veure si és una identitat notable, donat que 0 és el coeficient de grau u es compara amb la diferència de quadrats

$4x^2 = (2x)^2$; $25 = 5^2 \rightarrow 4x^2 - 25 = (2x+5) \cdot (2x-5)$

10. Desenvolueu les següents expressions

Expressió	Solució	Expressió	Solució
$(x+4)^2$	$x^2 + 8x + 16$	$(x-2)^2$	$x^2 - 4x + 4$
$(4x+3)^2$	$16x^2 + 24x + 9$	$(3-2x)^2$	$4x^2 - 12x + 9$
$(2x/3+5)^2$	$4x^2/9 + 20x/3 + 25$	$(x/2-3)^2$	$x^2/4 - 3x + 9$
$(\sqrt{2}x+1)^2$	$2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1$	$(x-\sqrt{3})^2$	$x^2 - 2\sqrt{3}x + 3$

11. Trobeu l'expressió en coeficients dels següents productes

Productes	Solució	Productes	Solució
$(x+4) \cdot (x-4)$	$x^2 - 16$; 1 0 -16	$(x-1/2) \cdot (x+1/2)$	1 0 -1/4
$(2x+5) \cdot (2x-5)$	4 0 -25	$(3+\sqrt{2}x) \cdot (3-\sqrt{2}x)$	-2 0 9

12. Resoleu aplicant les identitats notables l'equació $x^2 + 10x + 16 = 0$

Es compara la primera part, $x^2 + 10x$, amb una identitat notable, amb $+5^2$

Donat que $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$, per tant, $x^2 + 10x = (x+5)^2 - 25$

i el primer membre de l'equació és $x^2 + 10x + 16 = (x+5)^2 - 25 + 16$,

$(x+5)^2 - 9 = 0 \rightarrow (x+5)^2 - 3^2 = 0 \rightarrow (x+5+3) \cdot (x+5-3) = 0 \rightarrow \text{Solucions } x = -8 \text{ y } x = -2$

13. Calculeu el cub d'un binomi

Binomi al cub	Solució	Binomi al cub	Solució
$(x+2)^3$	$x^3 + 6x^2 + 12x + 8$	$(x-1)^3$	$x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
$(2x-3)^3$	$8x^3 - 36x^2 + 18x - 27$	$(3+x/3)^3$	$x^3/27 + x^2 + 9x + 27$

14. Trobeu la fila 5 del triangle de Pascal, i calculeu $(x+1)^5$

La fila 5 del triangle és 1 5 10 10 5 1, que són els coeficients de $(x+1)^5$, per tant, $(x+1)^5 = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$

Polinomis

4. Divisió per $x-a$

Regla de Ruffini

La Regla de Ruffini és útil per dividir polinomis entre $x-a$.

En l'exemple de la dreta es dividís $3x^3-5x^2+1$ entre $x-2$, btenint de quocient $3x^2+x+2$ i de resta 5.

La Regla explicada per $a=2$, val també quan a és un nombre racional o real, en l'exemple següent es pren $a=-3/2$ i representa la divisió de $4x^2+5x+2$ entre $x+3/2$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 4 & 5 & 2 & \\ -3/2 & & -6 & 3/2 & \\ \hline & 4 & -1 & 7/2 & \text{residu} \\ & & & & \text{quocient} \\ & & & & 4x-1 \end{array}$$

Teorema de la resta

Exemple

Dividend= x^4-2 ; divisor= $x-4$

Feu la divisió en el quadern.

Resulta: quocient = $x^3+4x^2+16x+64$ i residu = **254**
Escriuiu la igualtat, dividend=divisor·quocient+ resta

$$x^4-2=(x-4) \cdot (x^3+4x^2+16x+64)+254$$

Substituïm la x per 4

$$4^4-2=(4-4) \cdot (4^3+4 \cdot 4^2+16 \cdot 4+64)+254$$

$$4^4-2=0 \cdot (4^3+4 \cdot 4^2+16 \cdot 4+64)+254$$

$$4^4-2=0 \cdot (\text{)}+254$$

$$4^4-2=0+254$$

Conclusió, **en substituir la x per 4 en el dividend\par ens dóna la resta de la divisió per $x-4$**

Teorema de la resta. Per calcular la resta de la divisió d'un polinomi $P(x)$ entre $x-a$ només s'ha de substituir en $P(x)$ la x per a .

Recordeu-ho

$$P(x) \text{ és divisible entre } x-a \iff P(a)=0$$

Sovint, per trobar la resta d'una divisió entre $x-a$, resulta més còmode aplicar la Regla de Ruffini que substituir la x . E El teorema de la resta ens servix per resoldre problemes com el Següent, trobeu m perquè el polinomi

$$P(x)=x^3+mx-4$$

sigui divisible per $x-2$, que es resolga substituïnt x per 2, igualant a 0 i aïllant m , així $m=-2$.

Observeu la divisió i com es realitza la Regla de Ruffini pas a pas

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -5 & 0 & 1 & \\ -3 & 6 & & & \\ \hline & 1 & 0 & & \\ & -1 & 2 & & \\ \hline & & 2 & 1 & \\ & & -2 & 4 & \\ \hline & & & 5 & \text{resta} \end{array}$$

quocient
 $3 \quad 1 \quad 2$

Regla de Ruffini

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -5 & 0 & 1 & \\ 2 & \downarrow & & & \\ & 3 & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -5 & 0 & 1 & \\ 2 & \downarrow & & & \\ & 3 & 6 & & \end{array}$$

Es multipliquen

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -5 & 0 & 1 & \\ 2 & \downarrow & & & \\ & 3 & 6 & 1 & \\ & & & 1 & \end{array}$$

Se sumen

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -5 & 0 & 1 & \\ 2 & \downarrow & & & \\ & 3 & 6 & 2 & \\ & & & 1 & \end{array}$$

Es multipliquen

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -5 & 0 & 1 & \\ 2 & \downarrow & & & \\ & 3 & 6 & 2 & \\ & & & 2 & \end{array}$$

Se sumen

Es torna a multiplicar i sumar obtenint

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -5 & 0 & 1 & \\ 2 & \downarrow & & & \\ & 3 & 6 & 2 & 4 \\ & & & 5 & \text{resta} \end{array}$$

quocient
 $3 \quad 1 \quad 2$

Amb la calculadora

Per a calcular el valor numèric d'un polinomi amb la calculadora, valor de $P(x)=3x^3-5x^2+1$ en $x=2$

Podem aplicar la regla de Ruffini, per a això teclegeu la següent seqüència:

$$\begin{array}{l} 2 \text{ M in } x \quad 3 \quad \rightarrow 3 \\ -5 = \quad \rightarrow 1 \\ x \text{ MR } + 0 = \quad \rightarrow 2 \\ x \text{ MR } + 1 = 5 \end{array}$$

Obtenim: **5** que és la resta de dividir $P(x)$ per a $x=2$ i el valor numèric en $x=2$.

De passada han anat ixint els coeficients del quocient cada vegada que es feia clic =.

EXERCICIS resòlts

15. Apliqueu la Regla de Ruffini per tal de dividir $P(x)=x^3+5x^2-2x+1$, $Q(x)=2x^4-5$ i $R(x)=x^3-4x+3x^2$ entre $x-3$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 5 & -2 & 1 \\ 3) & & 3 & 24 & 66 \\ \hline & 1 & 8 & 22 & 67 \end{array}$$

Quocient $x^2+8x+22$
Restà 67

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 0 & 0 & 0 & -5 \\ 3) & & 6 & 18 & 54 & 162 \\ \hline & 2 & 6 & 18 & 54 & 157 \end{array}$$

Quocient $2x^3+6x^2+18x+54$
Restà 157

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & -4 & 0 \\ 3) & & 3 & 18 & 42 \\ \hline & 1 & 6 & 14 & 42 \end{array}$$

Quocient $x^2+6x+14$
Restà 42

16. Apliqueu la Regla de Ruffini per tal de dividir $P(x)=x^3+3x^2-2x+1$, $Q(x)=x^4-2$ i $R(x)=x^3-4x^2-x$ entre $x+1$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & -2 & 1 \\ -1) & & -1 & -2 & 4 \\ \hline & 1 & 2 & -4 & 5 \end{array}$$

Quocient x^2+2x-4
Restà 5

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ -1) & & -1 & 1 & -1 & 1 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \end{array}$$

Quocient x^3-x^2+x-1
Restà -1

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -4 & -1 & 0 \\ -1) & & -1 & 5 & -4 \\ \hline & 1 & -5 & 4 & -4 \end{array}$$

Quocient x^2-5x+4
Restà -4

17. Apliqueu la Regla de Ruffini per tal de dividir $P(x)=3x^3+5x^2-2x+1$ y $Q(x)=6x^4-2$ i entre $x+2/3$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 5 & -2 & 1 \\ -2/3) & & -2 & -2 & 8/3 \\ \hline & 3 & 3 & -4 & 11/3 \end{array}$$

Quocient $3x^2+3x-4$
Restà $11/3$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 6 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ -2/3) & & -4 & 8/3 & -16/9 & 32/27 \\ \hline & 6 & -4 & 8/3 & -16/9 & -22/27 \end{array}$$

Quocient $6x^3-4x^2+\frac{8}{3}x-\frac{16}{9}$
Restà $-22/27$

18. Si el valor numèric d'un polinomi en 2 és igual a 3 i el quocient de la seua divisió d'entre $x-2$ és x . Sabeu de quin polinomi es tracta?

Dividend = divisor · cociente + resta, el divisor és $x-2$, el quocient x i la resta 3, per tant el polinomi és x^2-2x+3

19. Trobeu m perquè mx^2+2x-3 siga divisible entre $x+1$

El polinomi serà divisible entre $x+1$ si el seu valor en -1 és 0, després ha de ser $m-2-3=0$, és a dir, $m=5$

20. Existix algun valor de m perquè el polinomi $x^3+mx^2-2mx+5$ siga divisible per $x-2$?

Pel teorema de la resta n'hi ha prou amb resoldre l'equació $23+m \cdot 2^2-2m \cdot 2+5=0$, cosa que dóna una igualtat impossible $13=0$, per tant no hi ha cap valor de m per al qual el polinomi siga divisible per $x-2$

Polinomis

5. Descomposició factorial

Treure el factor comú en una potència de x

S'anomenen divisors impropis d'un polinomi $P(x)$, amb coeficients en $\mathbb{R}$, els nombres reals i els polinomis obtinguts de multiplicar $P(x)$ per un nombre real.



Els primers de $\mathbb{R}[x]$ són els polinomis de grau u i els polinomis de grau dos, ax^2+bx+c , amb $b^2-4ac < 0$

Un polinomi és **primer** si no té divisors propis i el seu grau és més gran que zero (els polinomis de grau zero es diuen unitats o invertibles, perquè tenen invers).

El primer pas per descompondre un polinomi en factors primers és treure el factor comú, una potència de x , quan siga possible. Això s'explica en l'animació de la dreta.

Exemples de descomposició factorial

$$x^5-5x^4+6x^3=x^3 \cdot (x^2-5x+6)=x^3 \cdot (x-2) \cdot (x-3)$$

S'ha tret el factor comú x^3 de tots els sumands o monomis, per al segon pas s'ha resolt l'equació de segon grau $x^2-5x+6=0$, ja que segons el teorema de la resta, x^2-5x+6 és divisible per $(x-a)$ si a^2-5a+6 val zero, després a és la solució de l'equació $x^2-5x+6=0$

$x^2-6x+9=(x-3)^2$ S'ha aplicat una identitat notable per descompondre'l.

$x^3-1=(x-1) \cdot (x^2+x+1)$ L'equació $x^2+x+1=0$ no té solució real, després el polinomi és primer.

$2x^2+3x+1=2 \cdot (x+1) \cdot (x+1/2)$ Les solucions de l'equació $2x^2+3x+1=0$ són -1 i $-1/2$. **Cal anar amb compte**, en factoritzacions d'aquest tipus, **de no oblidar el factor de x^2** .

Arrels d'un polinomi

Si $x-a$ és un divisor del polinomi $P(x)$, es diu que **a és arrel** de $P(x)$, pel teorema de la resta sabem que això equival a dir que $P(a)=0$.

$P(x)=p_n x^n+p_{n-1} x^{n-1}+\dots+p_1 x+p_0$ i **a arrel** de $P(x)$,
 $p_n a^n+p_{n-1} a^{n-1}+\dots+p_1 a+p_0=0$,

i aïllant p_0

$$p_0=-p_n a^n-p_{n-1} a^{n-1}-\dots-p_1 a$$

Per tant, si els coeficients de $P(x)$ són nombres enters i **a** també, p_0 és múltiple de **a** .



Les **arrels** no nul·les d'un polinomi amb coeficients sencers, són **divisors del coeficient de menys grau** del polinomi.

La descomposició d'un polinomi de tercer grau amb arrels 4, 1 i -2 és $a \cdot (x-4) \cdot (x-1) \cdot (x+2)$. S'anomena **multiplicitat** d'una arrel el nombre de vegades que apareix en la descomposició.

$$2x^9+x^6-3x^4=$$
$$=2 \cdot x^4 \cdot x^5 + x^4 \cdot x^2 - 3 \cdot x^4$$

x^4 és troba a tots els sumands.

$$2x^9+x^6-3x^4=$$
$$= x^4 \cdot (2x^5+x^2-3)$$

S'ha tret factor comú una potència de x .

Arrel

2

Divisor

$x-2$

Arrel

-2

Divisor

$x+2$

Descomposició factorial de

$$x^4-15x^2+10x+24$$

Les possibles arrels racionals d'aquest polinomi són els divisors de 24

$\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm 6 \pm 8 \pm 12 \pm 24$

Amb la Regla de Ruffini anem veient quins divisors són arrels

	1	0	-15	10	24
-1)		-1	1	14	-24
	1	-1	-14	24	0
2)		2	2	-24	
	1	1	-12	0	
3)		3	12		
	1	4	0		

$$x^4-15x^2+10x+24=$$
$$(x+1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \cdot (x+4)$$

EXERCICIS resolts

21. Traieu factor comú d'una potència de x en cada un dels següents polinomis:
 $P(x)=2x^3+3x$ $Q(x)=x^4+2x^6-3x^5$ $R(x)=2x^6+6x^5+8x^3$

Solució: $P(x)=x \cdot (2x^2+3)$ $Q(x)=x^4 \cdot (2x^2-3x+1)$ $R(x)=2x^3 \cdot (x^3+3x^2+4)$, en aquest últim cas s'ha pogut treure factor comú també d'un nombre.

22. Trobeu la descomposició factorial de $x^7-x^6-4x^4$

$x^7-x^6-4x^4=x^4 \cdot (x^3-x^2-4)$. S'ha tret factor comú x^4 .

Les possibles arrels senceres de x^3-x^2-4 són els **divisors de -4**:

1, -1, 2, -2, 4, -4

Vegem per la Regla de Ruffini si 1 és arrel de P

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & 0 & -4 \\ 1) & & 1 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & -4 \neq 0, \end{array}$$

1 no és arrel de P

Vegem per la Regla de Ruffini si -1 és arrel de P

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & 0 & -4 \\ -1) & & -1 & 2 & -2 \\ \hline & 1 & -2 & 2 & -6 \neq 0 \end{array}$$

-1 no és arrel de P

Vegem per la Regla de Ruffini si 2 és arrel de P

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & 0 & -4 \\ 2) & & 2 & 2 & 4 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

2 és arrel de P

$1 \quad 1 \quad 2 = x^2+x+2$ L'equació $x^2+x+2=0$ no té solucions reals, per tant és primer

$$x^7-x^6-4x^4=x^4 \cdot (x-2) \cdot (x^2+x+2)$$

23. Trobeu la descomposició factorial de $x^4+x^3-x^2-x^4+x^3-x^2-2x-2-2$

Les possibles arrels senceres de $x^4+x^3-x^2-2x-2$ són els **divisors de -2**:

1, -1, 2, -2

Vegem per la Regla de Ruffini si 1 és arrel de P

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -1 & -1 & -2 & -2 \\ 1) & & 1 & 0 & -1 & -3 \\ \hline & 1 & 0 & -1 & -3 & -5 \text{ diferent de } -5, \end{array}$$

1 no és arrel de P

Vegem per la Regla de Ruffini si -1 és arrel de P

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -1 & -1 & -2 & -2 \\ -1) & & -1 & 2 & -1 & 3 \\ \hline & 1 & -2 & 1 & -3 & 1 \text{ diferent de } 0, \end{array}$$

-1 no és arrel de P

Vegem per la Regla de Ruffini si 2 és arrel de P

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -1 & -1 & -2 & -2 \\ 2) & & 2 & 2 & 2 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 0 & -2 \text{ diferent de } 0, \end{array}$$

2 no és arrel de P

Vegem per la Regla de Ruffini si 1 és arrel de P

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -1 & -1 & -2 & -2 \\ -2) & & -2 & 6 & -10 & 24 \\ \hline & 1 & -3 & 5 & -12 & 22 \text{ diferent de } 0, \end{array}$$

-2 no és arrel de P

$$x^4+x^3-x^2-2x-2 \text{ No té arrels senceres}$$

No podem trobar la descomposició factorial d'aquest polinomi.

EXERCICIS resoltos

25. Si els coeficients de $P(x)=p_nx^n+p_{n-1}x^{n-1}+\dots+p_1x+p_0$ són nombres enters, les possibles arrels racionals de $P(x)$ són de la forma

$$\frac{\text{divisor de } p_0}{\text{divisor de } p_n}$$

Trobeu la descomposició factorial de $12x^3+4x^2-17x+6$

Les possibles arrels en $\mathbb{Q}$ de $12x^3+4x^2-17x+6$ són els quocients dels divisors de 6 entre els divisors de 12,

divisors de 6;	± 1 ± 2 ± 3 ± 6
divisors de 12;	± 1 ± 2 ± 3 ± 4 ± 6 ± 12
	± 1 $\pm \frac{1}{2}$ $\pm \frac{1}{3}$ $\pm \frac{1}{4}$ $\pm \frac{1}{6}$ $\pm \frac{1}{12}$ ± 2 $\pm \frac{2}{3}$ ± 3 $\pm \frac{3}{2}$ $\pm \frac{3}{4}$ ± 6

És fàcil veure amb la Regla de Ruffini que ni 1, ni -1 són arrels de P.

Vegem per la Regla de Ruffini si $1/2$ és arrel de P

	12	4	-17	6
1/2)		6	5	-6

12 10 -12 0 $1/2$ és arrel de P.

En resoldre l'equació

$12x^2+10x-12=0$,
s'obté que $-3/2$ i $2/3$ són arrels de P.

$$12x^3+4x^2-17x+6=12 \cdot (x-1/2) \cdot (x+3/2) \cdot (x-2/3)$$

26. Trobeu la descomposició factorial de x^4-4

Busquem les arrels racionals de x^4-4 . Les possibles arrels en $\mathbb{Q}$ són els quocients dels divisors de -4 (coeficient de menor grau) entre els divisors d'1 (coeficient de major grau),

divisors de -4;	± 1 ± 2 ± 4
divisors de 1;	± 1
	± 1 ± 2 ± 4

És fàcil veure amb la Regla de Ruffini que cap dels valors possibles no són arrels de x^4-4 . El polinomi no té arrels racionals.

Si es reconeix x^4-4 com una diferència de quadrats $(x^2)^2-2^2$ resultarà fàcil la descomposició factorial:

$$x^4-4=(x^2+2) \cdot (x^2-2)$$

El factor inicial és primer, però el segon torna a ser una diferència de quadrats $x^2-2=(x+\sqrt{2}) \cdot (x-\sqrt{2})$

$$x^4-4=(x^2+2) \cdot (x+\sqrt{2}) \cdot (x-\sqrt{2})$$

EXERCICIS resoltos

27. Trobeu la descomposició factorial de $x^3 - 7x^2 + 4x + 12$

Les possibles arrels racionals d'aquest polinomi són els divisors de 12

$$\pm 1 \quad \pm 2 \quad \pm 3 \quad \pm 4 \quad \pm 6 \quad \pm 12$$

Amb la Regla de Ruffini mirem quins divisors són arrels del polinomi

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -7 & 4 & 12 \\ -1) & & -1 & 8 & -12 \\ \hline & 1 & -8 & 12 & 0 \\ 2) & & 2 & -12 & \\ \hline & 1 & -6 & 0 & \end{array}$$

$$x^3 - 7x^2 + 4x + 12 = (x+1) \cdot (x-2) \cdot (x-6)$$

28. Trobeu la descomposició factorial de $(2x^3 + x + 3/2)^2 - (x^3 + 5x - 3/2)^2$

S'apliquen les **identitats notables**:

diferència de quadrats = suma per diferència

$$(2x^3 + x + 3/2)^2 - (x^3 + 5x - 3/2)^2 = (3x^3 + 6x) \cdot (x^3 - 4x + 3)$$

El primer factor ($3x^3 + 6x$) es descompon traient el **factor comú** $3x$,
 $(3x^3 + 6x) = 3x \cdot (x^2 + 2)$;
 $x^2 + 2$ és primer, ja que l'equació de segon grau $x^2 + 2 = 0$ no té arrels reals.

Per a $(x^3 - 4x + 3)$ es **busquen les seues arrels racionals**

$$1 \quad -1 \quad 3 \quad -3$$

Veiem que 1 és arrel

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -4 & 3 \\ 1) & 1 & 1 & -3 & \\ \hline & 1 & 1 & -3 & 0 \end{array}$$

$(x^3 - 4x + 3) = (x-1) \cdot (x^2 + x - 3)$
 Per descompondre $x^2 + x - 3$ es resol l'**equació de segon grau**
 $x^2 + x - 3 = 0$, que té com a solucions

$$\frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \quad y \quad \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

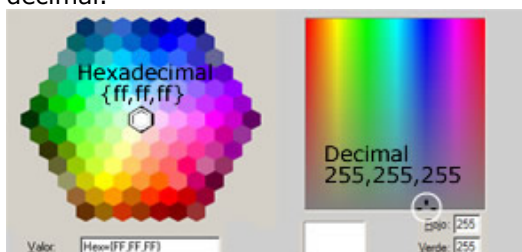
$$(2x^3 + x + \frac{3}{2})^2 - (x^3 + 5x - \frac{3}{2})^2 = 3x \cdot (x^2 + 2) \cdot (x-1) \cdot (x - \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}) \cdot (x + \frac{1 + \sqrt{13}}{2})$$



Per a practicar

1. El nombre 5352 és en base 7. Quin és el seu valor en el sistema decimal? S'ha de trobar el valor numèric en 7 del polinomi de coeficients 5 3 5 2.

2. La quantitat de color se sol expressar en sistema hexadecimal o de base 16, i aquest sistema té 16 xifres: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9, a=10, b=11, c=12, d=13, e=14, f=15 i en aquest sistema la quantitat **38** de color blau equival a $3 \cdot 16 + 8 = 56$ en decimal.



Aquestes imatges les podeu veure quan escolliu color a Word. La quantitat de roig, verd i blau defineix qualsevol color.

Expresseu en decimal les quantitats hexadecimals 62 i 5d de color blau.

3. Trobeu $P(x) \cdot Q(x)$ quan $P(x) = 4x^2 + 4x$ i $Q(x) = 6x^2 + 2x$.

4. Multipliqueu els polinomis $P(x) = 4x^2 - 7x + 3$ y $Q(x) = -x^2 + 5$.

5. Trobeu el quocient i la resta de la divisió de $-4x^3 + 7x^2 - x - 5$ entre $-2x^2 - 5x - 2$.

6. Feu la divisió de $3x^3 + x - 4$ entre $x + 2$ amb la Regla de Ruffini.

7. Apliqueu el teorema de la resta per tal de calcular la resta de la divisió de $3x^{3-5x^2} + 7$ entre $x - 5$.

8. a) Trobeu m perquè $x^3 + mx^2 - 3mx + 3$ siga divisible per $x + 5$

b) Troba m perquè $x^3 + mx^2 - 5mx + 6$ siga divisible per $x - 5$.

9. Trobeu-ne les potències

- a) $(2x+3)^2$
- b) $(2x-1)^3$
- c) $(x-3)^2$
- d) $(x+2)^3$

10. Resoleu les següents equacions aplicant les identitats notables:

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$

b) $x^2 - 10x + 9 = 0$

11. Trobeu la fila 4a. del triangle de Pascal. Quin és el coeficient de grau 2 de $(x+1)^4$?

12. Simplifiqueu les següents fraccions algebraiques

a) $\frac{x^2 + 8x + 16}{3x + 12}$

b) $\frac{3x^2 - 12}{x^2 - 4x + 4}$

c) $\frac{4x^2 + 4x + 1}{12x^2 - 3}$

13. Trobeu la descomposició en factors primers dels següents polinomis

a) $4x^7 + 12x^6 - 4x^5 - 12x^4$

b) $3x^8 + 9x^7 - 12x^5$

c) $12x^3 - 16x^2 - 7x + 6$

d) $8x^3 - 20x^2 + 22x - 7$

e) $2x^3 - 9x^2 + 5x + 5$

14. Apliqueu les identitats notables per tal de descompondre els següents polinomis

a) $x^4 - 6^4$

b) $x^4 - x^2 - 24x - 12^2$

c) $x^4 - 98x^2 + 49^2$

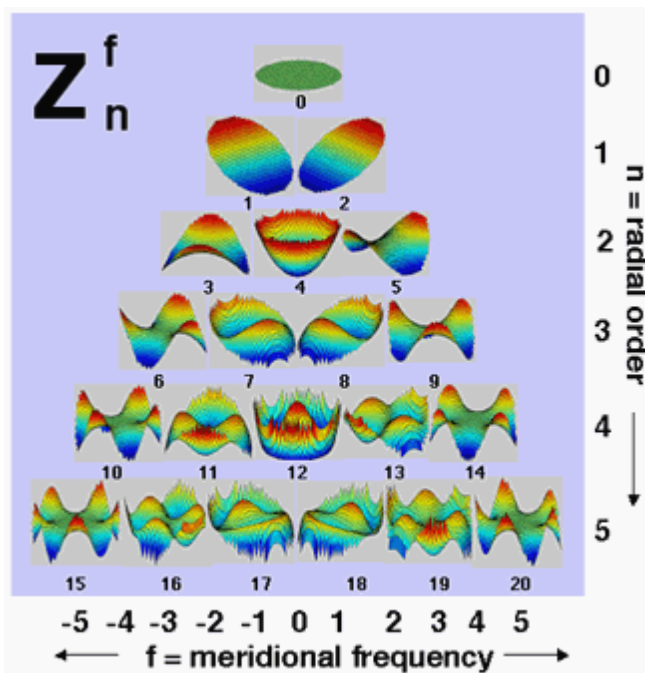
15. Un polinomi de grau 3 té per arrels -1, 4 i 1. Trobeu la seua descomposició factorial sabent que el seu valor en 2 és -24.

Per a saber-ne més



Els polinomis en altres ciències

Si vas investigar en la web, és probable que trobareu molts polinomis amb nom propi: Polinomis de Lagrange, Hermite, Newton, Čebišev... ací copiem un extracte d'un bloc que parla dels Polinomis de Zernike i la seua aplicació en òptica amb l'objectiu de corregir defectes visuals.



...Les matemàtiques, amb els polinomis de Zernike, ens ofereixen un mètode per descompondre superfícies complexes en els components més simples. **Així, amb aquest procediment matemàtic podem jerarquitzar i definir totes les aberracions visuals.** Un esquema que està present amb molta freqüència en les consultes de cirurgia reactiva és el de les diferents aberracions agrupades i jerarquitzades:

El tema de la jerarquia és fonamental, perquè segons quin siga el grup de l'aberració, tindrà més importància o menys, serà més fàcil o menys de corregir, etc. Per exemple, el número 4 correspon a la miopia (i el seu invers, a la hipermetropia), i el 3 i 5 corresponen a l'astigmatisme...

Extracte de la pàgina
<http://ocularis.es/blog/?p=29>

Algorisme d'Euclides

La descomposició factorial de nombres o de polinomis servix per simplificar fraccions.

Numèriques	Polinòmiques
$\frac{18}{30} = \frac{2 \cdot 3^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{3}{5}$	$\frac{x^2 - x}{x^2 + x - 2} = \frac{x \cdot (x - 1)}{(x + 2) \cdot (x - 1)} = \frac{x}{x + 2}$

Però no resulta fàcil amb aquest mètode simplificar qualsevol fracció, ja que la descomposició factorial pot resultar difícil de calcular. L'algorisme d'Euclides, explicat a la dreta, és un mètode segur per calcular el mcd i poder així simplificar qualsevol fracció, es basa en què el mcd del dividend i del divisor és el mcd del divisor i de la resta

$$\begin{array}{r} D \mid d \\ r \mid c \end{array}$$

Dividend = divisor · quocient + resta
Per tant

$$\text{m.c.d.}(D,d) = \text{m.c.d.}(d,r)$$

Així es reduïxen els elements per als quals s'ha de calcular el MCD
Recordeu aquesta igualtat

Trobeu el MCD de 1.219 i 299

$$\begin{array}{r} 1219 \mid 299 \\ 23 \mid 4 \end{array}$$

Apliquem que el $\text{MCD}(D, d) = \text{MCD}(d, r)$
Després n'hi ha prou amb calcular-ne el MCD (299, 23),

$$\begin{array}{r} 299 \mid 23 \\ 69 \mid 13 \\ 0 \end{array}$$

$$\text{MCD}(299, 23) = \text{MCD}(13, 0) = 13$$

Trobar el MCD de $x^4 + 2x^3 + 7x^2 + 6x + 9$ i $x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 5x + 6$

Fem la divisió

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 7 \ 6 \ 9 \mid 1 \ 2 \ 6 \ 5 \ 6 \\ 0 \ 1 \ 1 \ 3 \mid 1 \end{array}$$

Apliquem que $\text{MCD}(D, d) = \text{MCD}(d, r)$
i tornem a dividir

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 6 \ 5 \ 6 \mid 1 \ 1 \ 3 \\ 1 \ 3 \ 5 \mid 1 \ 1 \ 2 \\ 2 \ 2 \ 6 \\ 0 \ 0 \end{array}$$

El MCD demanat és $1 \ 1 \ 3 = x^2 + x + 3$

Polinomis



**Recordeu
el més important**

Operacions amb polinomis
Regla de Ruffini i Teorema de la resta

La resta de la divisió per $x-a$ és el valor numèric del dividend en a

3	-5	0	1		1	-2
-3	6				3	1
	1	0				2
	-1	2				
		2	1			
		-2	4			
			5			

quocient
T. de la resta
 $5 = 3 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2^2 + 1$
5 resta

Regla de Ruffini

3	-5	0	1
2		6	2
	3	1	2
		5	5

quocient

$(x+1)^0$	1				
$(x+1)^1$	1	1			
$(x+1)^2$	1	2	1		
$(x+1)^3$	1	3	3	1	
$(x+1)^4$	1	4	6	4	1

Triangle de Pascal

Arrels d'un polinomi

Arrel 2	Arrel -2
Divisor x-2	Divisor x+2
P(2)=0	P(-2)=0

CIDE@D Matemàtiques B $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	CIDE@D Matemàtiques B $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	CIDE@D Matemàtiques B $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$	CIDE@D Matemàtiques B $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
CIDE@D Matemàtiques B Descomposició factorial Els polinomis amb coeficients en IR primers són els de grau 1 i els de grau 2,	CIDE@D Matemàtiques B Arrel d'un polinomi Arrel a Divisor $x-a$ $P(a)=0$ Les arrels racionals d'un polinomi són de la forma Divisors del coeficient de grau menor Divisors del coeficient de grau major	CIDE@D Matemàtiques B Per trobar la descomposició factorial d'un polinomi cal tindre en compte les eines següents: Regla de Ruffini Equació de 2n grau Identitats notables Feu-hi clic per veure'n un exemple clic	CIDE@D Matemàtiques B Índex Identitats notables Descomposició factorial Feu clic en els botons superiors per anar a una secció determinada

Autoavaluació



1. Trobeu els coeficients de $P(x) \cdot Q(x) + P(x) \cdot R(x)$ quan $P(x)=2x+1$, $Q(x)=5x^2-5$ i $R(x)=x^2+11x$.
2. Calculeu el quocient i la resta de la divisió de $6x^{3-5x^2}+4$ entre x^2+3 .
3. Quins són els coeficients de $(x+4)^3$?
4. És certa la igualtat? $4x^2+10x+25=(2x+5)^2$?
5. Calculeu m perquè la resta de la divisió de $8x^2+mx+3$ entre $x+2$ siga 3.
6. Si $P(x)=ax^2+bx+5$ y $a \cdot 6^2+b \cdot 6=4$, quina és la resta de la divisió de $P(x)$ entre $P(x)$ entre $x-6$?
7. Calculeu una arrel entera del polinomi x^3+5x^2+6x+8
8. Calculeu una arrel racional de $4x^3+5x^2+25x+6$
9. El polinomi $5x^3+7x^2-28x-12$ té com a arrels 2 i -3 Quina és l'altra arrel?
10. Les arrels d'un polinomi de grau 3 són -5, 0 i 6. Calculeu el valor numèric del polinomi en 7 sabent que el seu coeficient de major grau és 3.

Solucions dels exercicis per a practicar

1. 1899
2. 98, 93
3. $-26x^2 - 6x$
4. $-4x^5 + 7x^4 - 17x^2 - 35x + 15$
5. Quocient $= 2x - 17/2$,
resta $= \frac{-79}{2}x - 22$
6. Quocient 3 -6 13 **resta -30**
7. $3 \cdot 5^3 - 5 \cdot 5^2 + 7 = 257$
8. a) $m = 61/20$,
b) No pot ser divisible entre $x-5$
9. a) $4x^2 + 12x + 9$
b) $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$
c) $x^2 - 6x + 9$
d) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$
10. a) $(x+2)^2 - 5^2 = (x+2+5) \cdot (x+2-5)$;
 $-7 \nmid 3$
b) $(x-5)^2 - 4^2 = (x-5+4) \cdot (x-5-4)$; $1 \nmid 9$
11. 1 4 **6** 4 1
12. a) $\frac{x+4}{3}$
b) $\frac{3x+6}{x-2}$
c) $\frac{2x+1}{6x-3}$
13. a) $4x^4 \cdot (x+3) \cdot (x+1) \cdot (x-1)$
b) $3x^5 \cdot (x+2)^2 \cdot (x-1)$
c) $12 \cdot (x+2/3) \cdot (x-3/2) \cdot (x-1/2)$
d) $(x-1/2) \cdot (8x^2 - 16x + 14)$
e) $(x + \frac{1}{2}) \cdot 2 \cdot (x - \frac{5-\sqrt{5}}{2}) \cdot (x - \frac{5+\sqrt{5}}{2})$
14. a) $(x^2+36) \cdot (x+6) \cdot (x-6)$
b) $(x^2+x+12) \cdot (x-4) \cdot (x+3)$
c) $(x+7)^2 \cdot (x-7)^2$
15. $4 \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-4)$

Solucions de l'AUTOAVALUACIÓ

1. 12 28 1 -5
2. Quocient $6x-5$, resta $-18x+19$
3. 1 12 48 64
4. No, $(2x+5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$
5. $m = 16$
6. 9
7. -4
8. $-1/4$
9. $-2/5$
10. 252

No oblideu enviar les activitats al tutor ►