

Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Aplicar as razóns trigonométricas para estudar as relacións que existen entre os ángulos e os lados das figuras planas.
- Calcular o perímetro e a área das figuras planas aplicando as fórmulas coñecidas e as razóns trigonométricas cando sexa necesario.
- Aplicar as razóns trigonométricas para estudar as relacións que existen entre as arestas e os ángulos dos corpos xeométricos.
- Calcular a área lateral, a área total e o volume dos corpos xeométricos aplicando as fórmulas coñecidas e as razóns trigonométricas cando sexa necesario.

Antes de empezar

1. Figuras planas páx. 132

Triángulos
Paralelogramos
Trapezios
Trapezoides
Polígonos regulares
Círculos, sectores e segmentos

2. Corpos xeométricos..... páx. 142

Prismas
Pirámides
Troncos de pirámides
Cilindros
Conos
Troncos de conos
Esferas

Exercicios para practicar

Para saber máis

Resumo

Autoavaliación

Actividades para enviar ao titor

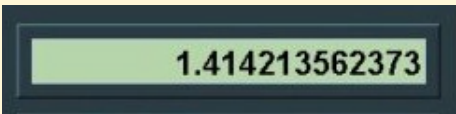
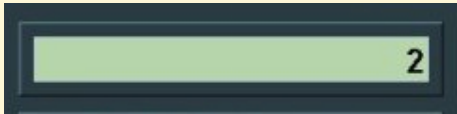
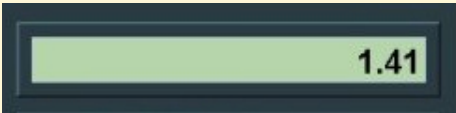
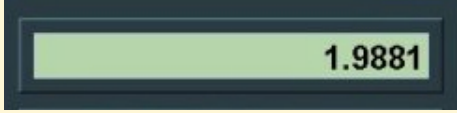
Antes de empezar

Para resolver as actividades desta unidade, necesítase utilizar a calculadora. Moitas das operacións que se van realizar son raíces e razóns trigonométricas.

Ao realizar una raíz cadrada ou ao calcular unha razón trigonométrica, salvo nalgúns casos, vaise obter un número irracional.

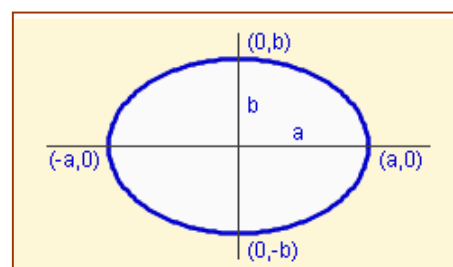
Todos os resultados están expresados con dúas cifras decimais, pero se se ten que volver utilizar un dato, é conveniente utilizalo con todas as súas cifras decimais e non só coas dúas con que se expresou.

Observa algúns erros que se cometen ao non traballar con todas as cifras decimais.

<p>Calcula o valor de $\sqrt{2}$</p>  <p>A pantalla da calculadora échese de cifras decimais. É un número irracional (con infinitas cifras decimais), aínda que só vexamos unhas poucas. Non obstante a calculadora almacena o valor exacto na súa memoria.</p>	<p>Eleva ao cadrado o resultado</p>  <p>Cunha das teclas da túa calculadora podes elevar ao cadrado o número que tes na pantalla. Búscaa e realiza a operación. Observa que se obtén como resultado 2, como era lóxico esperar</p>
<p>Que sucede se se redondea a raíz a dúas cifras decimais?</p>  <p>Eleva agora ao cadrado o número 1,41. Que se obtén?</p>	<p>Non se obtén 2!</p>  <p>Resulta un número con catro cifras decimais, próximo a 2, pero distinto. Se se redondea a dúas cifras decimais, pérdese exactitude nos resultados.</p>
<p>Proba a realizar os mesmos cálculos utilizando máis cifras decimais. Obtéñense resultados exactos ou aproximados?</p> <p>Realiza agora cálculos similares utilizando as razóns trigonométricas</p>	

Investiga: Áreas doutras figuras

Pódese calcular a área de figuras planas distintas ás estudadas neste tema, por exemplo, unha elipse?



Problemas xeométricos

1. Figuras planas

Triángulos

A suma dos ángulos dun triángulo é igual a 180° .

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

O **perímetro** dun triángulo é a suma das lonxitudes dos tres lados.

$$P = a + b + c$$

A **área** ou a superficie dun triángulo é a metade do produto da base pola altura.

$$S = \frac{a \cdot h_A}{2} \quad S = \frac{b \cdot h_B}{2} \quad S = \frac{c \cdot h_C}{2}$$

Se nun triángulo calquera se traza unha altura, fórmanse dous triángulos rectángulos. Neles pódese aplicar o Teorema de Pitágoras e a definición das razóns trigonométricas.

Na figura 3, no triángulo ADB verifícase:

$$\text{sen}A = \frac{h_B}{c} \Rightarrow h_B = c \cdot \text{sen}A \Rightarrow S = \frac{b \cdot h_B}{2} = \frac{b \cdot c \cdot \text{sen}A}{2}$$

Da mesma forma, cos outros vértices, obtense:

$$S = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}C}{2} \quad S = \frac{a \cdot c \cdot \text{sen}B}{2} \quad S = \frac{b \cdot c \cdot \text{sen}A}{2}$$

Outro método para o cálculo da área é a **fórmula de Herón**.

Sexa $p = \frac{a+b+c}{2}$ o semiperímetro do triángulo.

Entón:

$$S = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$$

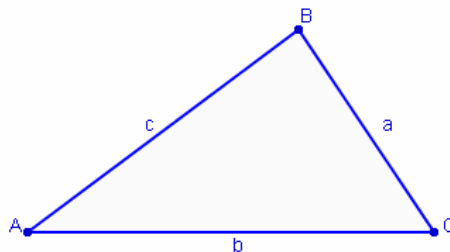


Figura 1. Triángulo.

Os vértices dun triángulo represéntanse con letras maiúsculas. Os lados con letras minúsculas. Un lado e un vértice oposto levan a mesma letra.

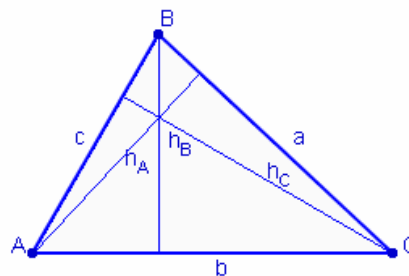


Figura 2. Alturas dun triángulo.

A altura é a liña perpendicular a cada un dos lados que pasa polo vértice oposto. Para o cálculo da área, a altura é a distancia de cada vértice ao lado oposto.

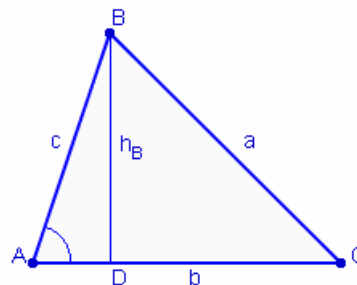
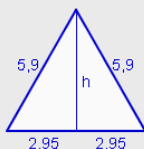


Figura 3. Altura sobre o vértice B.

EXERCICIOS resoltos

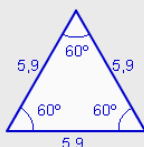
1. Calcula a área dun triángulo equilátero de 5,9 centímetros de lado.



Aplícase o Teorema de Pitágoras para calcular a altura

$$h = \sqrt{5,9^2 - 2,95^2} = \sqrt{26,1075} = 5,11 \text{ cm}$$

$$S = \frac{5,9 \cdot 5,11}{2} = 15,07 \text{ cm}^2$$

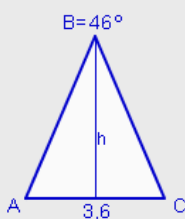


Outro método: $S = \frac{5,9 \cdot 5,9 \cdot \sin 60^\circ}{2} = 15,07 \text{ cm}^2$

Coa fórmula de Herón: $p = \frac{5,9 + 5,9 + 5,9}{2} = 8,85$

$$S = \sqrt{8,85 \cdot (8,85 - 5,9) \cdot (8,85 - 5,9) \cdot (8,85 - 5,9)} = 15,07 \text{ cm}^2$$

2. O lado desigual dun triángulo isósceles mide 3,6 cm e o ángulo distinto mide 46° . Calcula o perímetro e a área.



$$A + B + C = 180^\circ \rightarrow A + C = 134^\circ \rightarrow A = C = 67^\circ$$

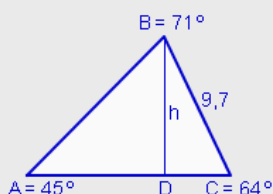
$$\cos 67^\circ = \frac{1,8}{AB} \rightarrow AB = \frac{1,8}{\cos 67^\circ} = 4,61 \text{ cm}$$

$$\tan 67^\circ = \frac{h}{1,8} \rightarrow h = 1,8 \cdot \tan 67^\circ = 4,24 \text{ cm}$$

Perímetro: $P = 4,61 + 4,61 + 3,6 = 12,81 \text{ cm}$

Área: $S = \frac{3,6 \cdot 4,24}{2} = 7,63 \text{ cm}^2$

3. Os ángulos dun triángulo escaleno miden 45° , 64° e 71° e o lado menor mide 9,7 cm. Calcula o perímetro.



$$\sin 64^\circ = \frac{h}{9,7} \rightarrow h = 9,7 \cdot \sin 64^\circ = 8,72 \text{ cm}$$

$$\cos 64^\circ = \frac{DC}{9,7} \rightarrow DC = 9,7 \cdot \cos 64^\circ = 4,25 \text{ cm}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{8,72}{AB} \rightarrow AB = \frac{8,72}{\sin 45^\circ} = 12,33 \text{ cm}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{AD}{12,33} \rightarrow AD = 12,33 \cdot \cos 45^\circ = 8,72 \text{ cm}$$

Perímetro: $P = 9,7 + 12,33 + 4,25 + 8,72 = 35 \text{ cm}$

Problemas xeométricos

1. Figuras planas

Paralelogramos

Un **paralelogramo** é un cuadrilátero que ten os lados opostos paralelos. A suma dos ángulos interiores dun paralelogramo é igual a 360° .

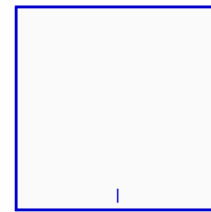
Hai catro paralelogramos: cadrado, rectángulo, rombo e romboide.

O perímetro dun paralelogramo é a suma das lonxitudes dos catro lados.

A área de cada un dos paralelogramos é:

Cadrado.

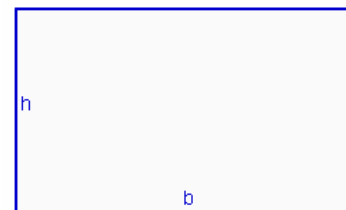
$$S = \text{lado}^2$$



Cadrado.

Rectángulo.

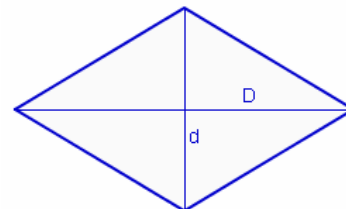
$$S = \text{base} \times \text{altura}$$



Rectángulo.

Rombo.

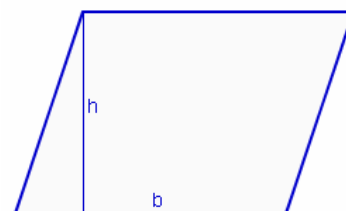
$$S = \frac{\text{Diagonal maior} \times \text{diagonal menor}}{2}$$



Rombo. As diagonais dividen ao rombo en catro triángulos rectángulos iguais.

Romboide.

$$S = \text{base} \times \text{altura}$$

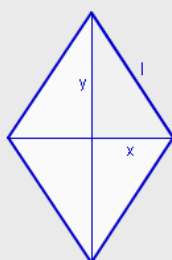


Romboide. Ao trazar a altura fórmase un triángulo rectángulo.

EXERCICIOS resoltos

4. a) Calcula a área dun cadrado de 17,2 cm de lado.
 b) Calcula o perímetro dun cadrado de 5975,29 cm² de área.
 a) $S=17,2^2=295,84 \text{ cm}^2$
 b) $l=\sqrt{5975,29}=77,3 \text{ cm} \rightarrow P=4 \cdot 77,3=309,2 \text{ cm}.$
5. a) Calcula a área dun rectángulo de 45,6 cm de base e 32,5 cm de altura.
 b) Calcula a base dun rectángulo de 364,5 cm² de área e 24,3 cm de altura.
 a) $S=45,6 \cdot 32,5=1482 \text{ cm}^2$
 b) $b=\frac{364,5}{24,3}=15 \text{ cm}$
6. Calcula o lado e os ángulos dun rombo no que as diagonais miden 12,7 e 19,6 cm.

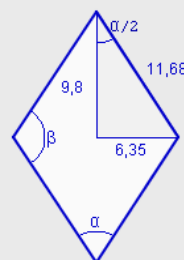
$$x = \frac{12,7}{2} = 6,35 \text{ cm} \quad y = \frac{19,6}{2} = 9,8 \text{ cm}$$



$$l^2 = 6,35^2 + 9,8^2 \rightarrow l = \sqrt{136,36} = 11,68 \text{ cm}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{6,35}{11,68} = 0,5438 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,5749 \text{ rad}$$

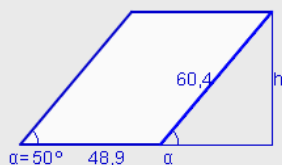
$$\alpha = 1,1499 \text{ rad} = 65^\circ 52' 59,45''$$



$$2\alpha + 2\beta = 360^\circ \rightarrow \beta = 180 - \alpha$$

$$\beta = 114^\circ 7' 0,55''$$

7. Calcula a área do romboide da figura sabendo que os lados miden 60,4 e 48,9 cm e o ángulo menor que forman os seus lados mide 50°.



$$\sin \alpha = \frac{h}{60,4} \rightarrow h = 60,4 \cdot \sin 50^\circ = 46,27 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = 48,9 \cdot 46,27 = 2262,56 \text{ cm}^2$$

Problemas xeométricos

1. Figuras planas

Trapecios

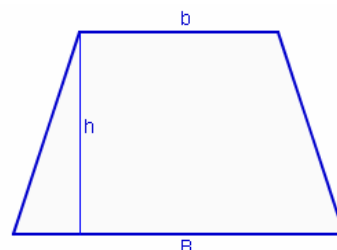
Un **trapecio** é un cuadrilátero que ten dous lados paralelos. A suma dos ángulos interiores dun trapecio é igual a 360° .

O perímetro dun trapecio é a suma das lonxitudes dos catro lados.

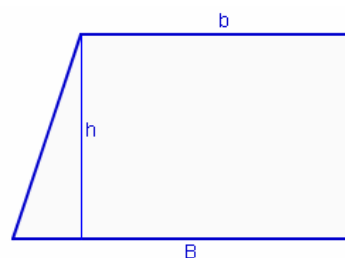
A área dun trapecio é:

$$S = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

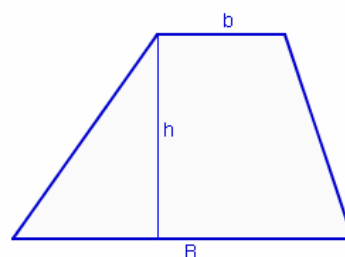
Se nun trapecio se traza a altura por calquera dos vértices da base menor fórmase un triángulo rectángulo. Neste triángulo pódese aplicar o Teorema de Pitágoras e a definición das razóns trigonométricas.



Trapecio isóscele.



Trapecio rectángulo.



Trapecio escaleno.

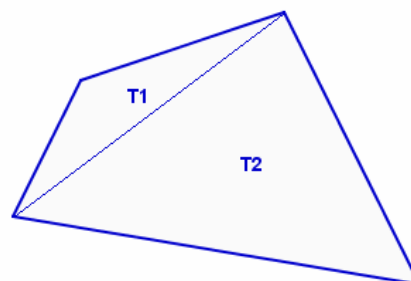
Trapezoides

Un **trapezoide** é un cuadrilátero que non ten lados paralelos. A suma dos ángulos interiores dun trapezoide é igual a 360° .

O perímetro dun trapezoide é a suma das lonxitudes dos catro lados.

Non hai fórmula para calcular a área ou a superficie dun trapezoide. Para calcular a área trázase unha diagonal e divídese a figura en dous triángulos. A área é a suma das áreas dos triángulos.

$$S = T_1 + T_2$$

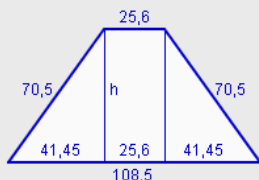


Trapezoide descomposto en dous triángulos.

EXERCICIOS resoltos

8. Calcula o perímetro e a área dun trapecio isóscele no que as bases miden 25,6 e 108,5 e los lados non paralelos 70,5 cm.

$$\text{Perímetro: } P = 108,5 + 25,6 + 70,5 + 70,5 = 275,1 \text{ cm}$$

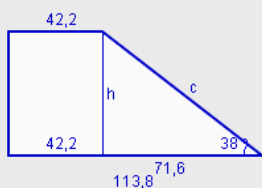


$$\frac{108,5 - 25,6}{2} = 41,45$$

$$h^2 + 45,41^2 = 70,5^2 \rightarrow h = \sqrt{3252,15} = 57,03 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = \frac{(108,5 + 25,6) \cdot 57,03}{2} = 3823,7 \text{ cm}^2$$

9. Calcula o perímetro e a área dun trapecio rectángulo no que as bases miden 42,2 e 113,8 e o ángulo que forma o lado oblicuo coa base maior mide 38° .



$$113,8 - 42,2 = 71,6 \text{ cm}$$

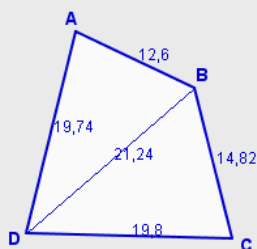
$$\tan 38^\circ = \frac{h}{71,6} \rightarrow h = 71,6 \cdot \tan 38^\circ = 55,94 \text{ cm}$$

$$\cos 38^\circ = \frac{71,6}{c} \rightarrow c = \frac{71,6}{\cos 38^\circ} = 90,86 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro: } P = 113,8 + 42,2 + 55,94 + 90,86 = 302,8 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = \frac{(113,8 + 42,2) \cdot 55,94}{2} = 4363,32 \text{ cm}^2$$

10. Calcula o perímetro e a área do trapezoide cos datos que se indican: AB=12,6 cm. BC=14,82 cm. CD=19,8 cm. DA=19,74 cm. DB=21,24 cm.



$$\text{Perímetro: } P = 12,6 + 14,82 + 19,8 + 19,74 = 66,96 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \text{Área do triángulo ABD} + \text{Área do triángulo BCD.}$$

$$\text{Área do triángulo ABD:}$$

$$\text{Fórmula de Herón: } p = \frac{12,6 + 21,24 + 19,74}{2} = 26,79$$

$$S = \sqrt{26,79 \cdot (26,79 - 12,6) \cdot (26,79 - 21,24) \cdot (26,79 - 19,74)} = 121,96 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área do triángulo ABD:}$$

$$\text{Fórmula de Herón: } p = \frac{14,82 + 19,8 + 21,24}{2} = 27,93$$

$$S = \sqrt{27,93 \cdot (27,93 - 14,82) \cdot (27,93 - 19,8) \cdot (27,93 - 21,24)} = 141,12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área do trapezoide} = 121,96 + 141,12 = 263,08 \text{ cm}^2$$

Problemas xeométricos

1. Figuras planas

Polígonos regulares

Un **polígono regular** é unha figura que ten todos os lados e todos os ángulos interiores iguais. Con tres lados sería un triángulo equilátero, con catro lados un cadrado, con cinco lados un pentágono, con seis un hexágono...

O perímetro dun polígono regular é a suma das lonxitudes dos seus lados.

A **apotema** dun polígono regular é o segmento que une o centro do polígono co punto medio de cada lado.

A área obtense como a metade do produto do perímetro pola apotema.

$$S = \frac{P \times a}{2}$$

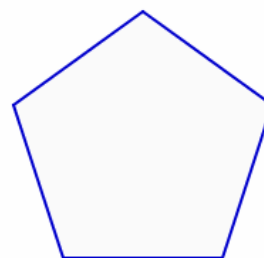
Un polígono regular pódese dividir en triángulos isósceles. A apotema divide a estes triángulos en dous triángulos rectángulos. A apotema coincide coa altura do triángulo.

O ángulo distinto destes triángulos isósceles calcúlase dividindo 360° entre o número de triángulos.

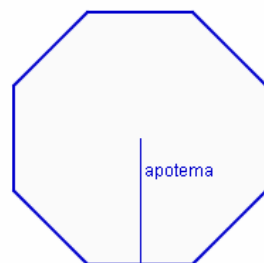
$$\alpha = \frac{360^\circ}{n^\circ \text{ lados}}$$

Os dous ángulos iguais calcúlanse sabendo que a suma dos ángulos dun triángulo é igual a 180° .

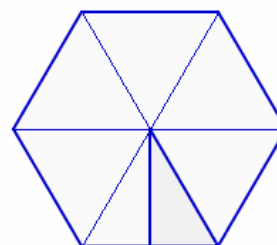
$$\alpha + 2\beta = 180^\circ \rightarrow \beta = \frac{180 - \alpha}{2}$$



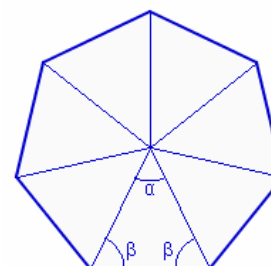
Pentágono regular



Octógono regular.
Apotema



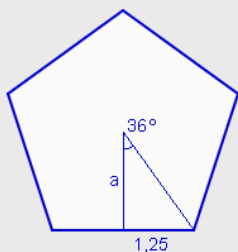
Hexágono regular



Heptágono regular

EXERCICIOS resoltos

11. Calcula o perímetro e a área dun pentágono regular de 2,5 cm de lado.



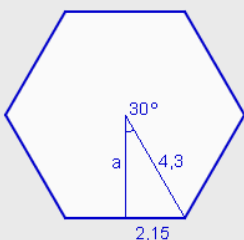
$$\text{Perímetro: } P = 5 \cdot 2,5 = 12,5 \text{ cm}$$

$$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \quad \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\tan 36^\circ = \frac{1,25}{a} \rightarrow a = \frac{1,25}{\tan 36^\circ} = 1,72 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = \frac{5 \cdot 2,5 \cdot 1,72}{2} = 10,75 \text{ cm}^2$$

12. Calcula o perímetro e a área dun hexágono regular de 4,3 cm de lado.



$$\text{Perímetro: } P = 6 \cdot 4,3 = 25,8 \text{ cm}$$

$$\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ \quad \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

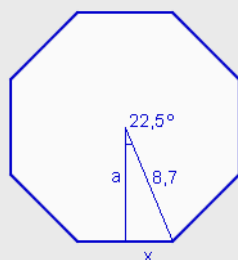
$$\tan 30^\circ = \frac{2,15}{a} \rightarrow a = \frac{2,15}{\tan 30^\circ} = 3,72 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = \frac{6 \cdot 4,3 \cdot 3,72}{2} = 48,04 \text{ cm}^2$$

No hexágono, o lado coincide co raio da circunferencia circunscrita. Pódese calcular a apotema utilizando o Teorema de Pitágoras.

$$a^2 + 2,15^2 = 4,3^2 \rightarrow a = \sqrt{13,87} = 3,72 \text{ cm}$$

13. Calcula o perímetro e a área dun octógono regular inscrito nunha circunferencia 8,3 cm de raio.



$$\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ \quad \frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ$$

$$\sin 22,5^\circ = \frac{x}{8,7} \rightarrow x = 8,7 \cdot \sin 22,5^\circ = 3,33 \text{ cm}$$

$$\cos 22,5^\circ = \frac{a}{8,7} \rightarrow a = 8,7 \cdot \cos 22,5^\circ = 8,04 \text{ cm}$$

$$\text{Lado} = 2 \cdot 3,33 = 6,66 \text{ cm} \quad \text{Perímetro: } P = 8 \cdot 6,66 = 53,27 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = \frac{8 \cdot 6,66 \cdot 8,04}{2} = 214,08 \text{ cm}^2$$

Problemas xeométricos

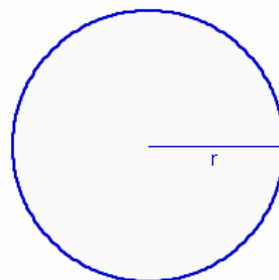
1. Figuras planas

Círculos, sectores e segmentos circulares

A lonxitude da circunferencia e a área do círculo calcúlanse coas fórmulas:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$S = \pi \cdot r^2$$

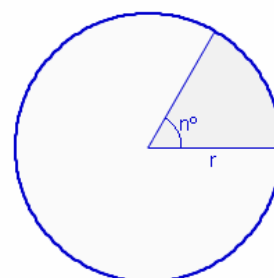


Círculo de radio r

Un **sector circular** é a rexión do círculo limitada por dous raios. Ao dividir unha circunferencia en 360 partes iguais obtéñense sectores circulares de amplitude 1° . A lonxitude do arco e a área dun sector obtéñense dividindo a lonxitude e a área total por 360 e multiplicando polo número de graos.

Lonxitude do arco:

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot n^\circ}{360}$$



Sector circular

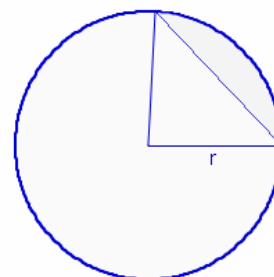
Área:

$$L = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360}$$

Un **segmento circular** é a rexión do círculo limitada por unha corda. Ao unir os extremos da corda co centro obtense un sector circular.

O perímetro dun segmento circular é igual á suma da lonxitude do arco e a lonxitude da corda que o determinan.

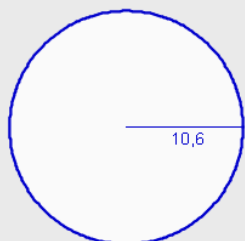
A área dun segmento circular é igual á diferenza da área do sector circular e a área do triángulo que o determinan.



Segmento circular

EXERCICIOS resoltos

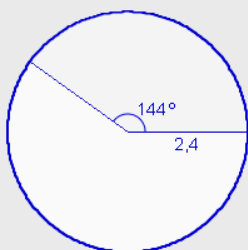
14. Calcula a lonxitude e a área dun círculo 10,6 cm de raio.



$$\text{Lonxitude: } L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 10,6 = 66,6 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 10,6^2 = 352,99 \text{ cm}^2$$

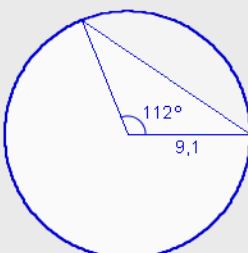
15. Calcula a lonxitude do arco e a área dun sector circular de 144° comprendido nun círculo de 2,4 cm de raio.



$$\text{Lonxitude: } L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2,4 \cdot 144}{360} = 6,03 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = \frac{\pi \cdot 2,4^2 \cdot 144}{360} = 7,24 \text{ cm}^2$$

16. Calcula a área dun segmento circular dun círculo de 9,1 cm, sabendo que o ángulo que forman os raios que pasan polos seus extremos mide 112° .



$$\text{Área do sector: } S_1 = \frac{\pi \cdot 9,1^2 \cdot 112}{360} = 80,94 \text{ cm}^2$$

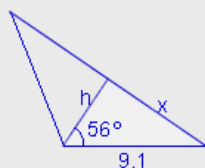
$$\text{sen } 56^\circ = \frac{x}{9,1} \rightarrow x = 9,1 \cdot \text{sen } 56^\circ = 7,54 \text{ cm}$$

$$\text{cos } 56^\circ = \frac{h}{9,1} \rightarrow h = 9,1 \cdot \text{cos } 56^\circ = 5,09 \text{ cm}$$

$$\text{Lado} = 2 \cdot 7,54 = 15,096 \text{ cm}$$

$$\text{Área do triángulo: } S_2 = \frac{15,09 \cdot 5,09}{2} = 38,39 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área do segmento circular: } S = 80,94 - 38,39 = 42,55 \text{ cm}^2$$



Problemas xeométricos

2. Corpos xeométricos

Prismas

Un prisma é un poliedro formado por dúas bases paralelas, que son dous polígonos iguais e tantas caras laterais, que son rectángulos, como lados teñan as bases.

A **área** dun prisma ou de calquera poliedro, é a suma das áreas de cada unha das súas caras.

Área lateral: Suma das áreas das caras laterais. No prisma as caras laterais son rectángulos.

$$AL = n^{\circ} \text{ caras} \times A_c$$

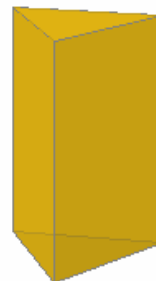
Área total: É a suma da área lateral e a área das dúas bases. As bases son dous polígonos iguais.

$$AT = AL + 2 \cdot A_b$$

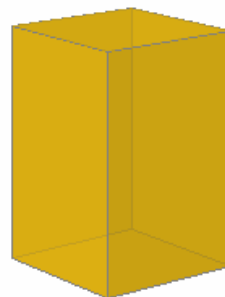
O **volumen** dun prisma é igual a área da base pola altura.

$$V = A_b \times h$$

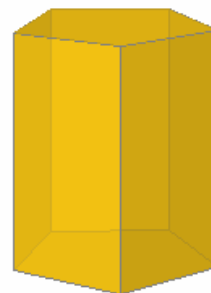
Un **ortoedro** é un prisma rectangular recto, é dicir un prisma no que as dúas bases son rectángulos. O volumen dun ortoedro calcúlase multiplicando as tres arestas distintas.



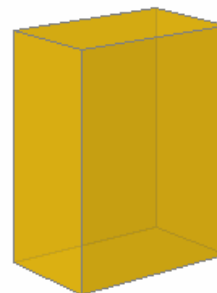
Prisma triangular



Prisma cuadrangular



Prisma pentagonal



Ortoedro

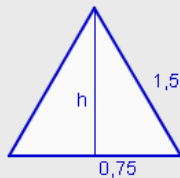
EXERCICIOS resoltos

17. Calcula a área total e o volume dun ortoedro de 4,8 cm de alto, 2,5 cm de ancho e 7,6 cm de longo.

$$\text{Área total: } AT = 2 \cdot 4,8 \cdot 2,5 + 2 \cdot 4,8 \cdot 7,6 + 2 \cdot 2,5 \cdot 7,6 = 134,96 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volume: } V = 4,8 \cdot 2,5 \cdot 7,6 = 91,2 \text{ cm}^3$$

18. Calcula a área lateral, a área total e o volume dun prisma triangular de 7,9 cm de alto e 1,5 cm de aresta da base.



$$\text{Área lateral: } AL = 3 \cdot 1,5 \cdot 7,9 = 35,55 \text{ cm}^2$$

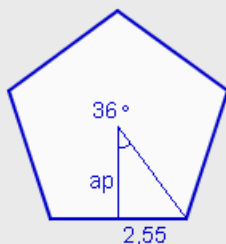
$$h^2 + 0,75^2 = 1,5^2 \rightarrow h = \sqrt{1,6875} = 1,3 \text{ cm}$$

$$\text{Área da base: } A_b = \frac{1,5 \cdot 1,3}{2} = 0,97 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } AT = 35,55 + 2 \cdot 0,97 = 37,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volume: } V = 0,97 \cdot 7,9 = 7,7 \text{ cm}^3$$

19. Calcula a área lateral, a área total e o volume dun prisma pentagonal de 4,3 cm de alto e 5,1 cm de aresta da base.



$$\text{Área lateral: } AL = 5 \cdot 5,1 \cdot 4,3 = 109,65 \text{ cm}^2$$

$$\tan 36^\circ = \frac{2,55}{ap} \rightarrow ap = \frac{2,55}{\tan 36^\circ} = 3,5 \text{ cm}$$

$$\text{Área da base: } A_b = \frac{5 \cdot 5,1 \cdot 3,51}{2} = 44,75 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } AT = 109,65 + 2 \cdot 44,75 = 199,15 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volume: } V = 44,75 \cdot 4,3 = 192,42 \text{ cm}^3$$

Problemas xeométricos

2. Corpos xeométricos

Pirámides

Unha pirámide é un poliedro formado por unha base que é un polígono e tantas caras laterais, que son triángulos, como lados teña a base.

A **área** dunha pirámide é a suma das áreas de cada unha das súas caras.

Área lateral: Suma das áreas das caras laterais. Na pirámide as caras laterais son triángulos.

$$AL = n^{\circ} \text{ caras} \times A_c$$

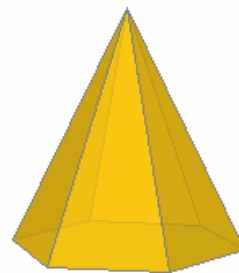
Área total: É a suma da área lateral e a área da base. A base é un polígono regular ou non.

$$AT = AL + A_b$$

O **volume** dunha pirámide é igual á área da base pola altura dividido por tres.

$$V = \frac{A_b \times h}{3}$$

Nas pirámides da dereita pódese observar as relacións que existen entre as arestas, a altura dunha cara e a altura da pirámide.



Pirámide hexagonal



O triángulo formado por unha aresta lateral, a altura dunha cara e a metade da aresta da base, é un triángulo rectángulo.



O triángulo formado pola altura da pirámide, a altura dunha cara e o apotema da base, é un triángulo rectángulo.

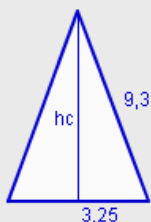


O triángulo formado por unha aresta lateral, a altura da pirámide e a distancia dun vértice ao centro da base, é un triángulo rectángulo.

EXERCICIOS resoltos

Problemas xeométricos

20. Calcula a área lateral, a área total e o volume dunha pirámide cuadrangular de 9,3 cm de aresta lateral e 6,5 cm de aresta da base.



$$hc^2 + 3,25^2 = 9,3^2 \rightarrow hc = \sqrt{75,9275} = 8,71 \text{ cm}$$

$$\text{Área dunha cara: } A_c = \frac{6,5 \cdot 8,71}{2} = 28,32 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área lateral: } 4 \cdot 28,32 = 113,28 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área da base: } A_b = 6,5^2 = 42,25 \text{ cm}^2$$

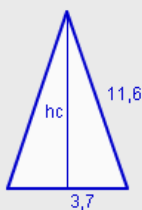
$$\text{Área total: } AT = 113,28 + 42,25 = 155,53 \text{ cm}^2$$

$$h^2 + 3,25^2 = 8,71^2 \rightarrow h = \sqrt{65,365} = 8,08 \text{ cm}$$

$$\text{Volume: } V = \frac{42,25 \cdot 8,08}{3} = 113,86 \text{ cm}^3$$



21. Calcula a área lateral, a área total e o volume dunha pirámide hexagonal de 11,6 cm de aresta lateral e 7,4 cm de aresta da base.



$$hc^2 + 3,7^2 = 11,6^2 \rightarrow h = \sqrt{120,987} = 10,99 \text{ cm}$$

$$\text{Área dunha cara: } A_c = \frac{7,4 \cdot 10,99}{2} = 40,68 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área lateral: } 6 \cdot 40,68 = 244,07 \text{ cm}^2$$

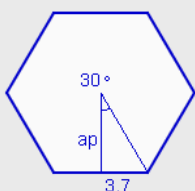
$$\tan 30^\circ = \frac{3,7}{ap} \rightarrow ap = \frac{3,7}{\tan 30^\circ} = 6,41 \text{ cm}$$

$$\text{Área da base: } A_b = \frac{6 \cdot 7,4 \cdot 6,41}{2} = 142,27 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } AT = 244,07 + 142,27 = 386,34 \text{ cm}^2$$

$$h^2 + 6,41^2 = 10,99^2 \rightarrow h = \sqrt{79,8} = 8,93 \text{ cm}$$

$$\text{Volume: } V = \frac{142,27 \cdot 8,93}{3} = 423,64 \text{ cm}^3$$



Problemas xeométricos

2. Corpos xeométricos

Troncos de pirámides

Ao cortar unha pirámide por un plano paralelo a súa base obtéñense dous corpos xeométricos. Un é unha pirámide máis pequena que a inicial. Ao outro corpo xeométrico coñéceselle como **tronco de pirámide**.

A **área** dun tronco de pirámide é a suma das áreas de cada unha das súas caras.

Área lateral: Suma das áreas das caras laterais. No tronco de pirámide as caras laterais son trapecios.

$$AL = n^{\circ} \text{ caras} \times A_c$$

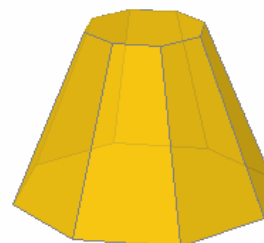
Área total: É a suma da área lateral e a área das bases. As bases son dous polígonos regulares ou non.

$$AT = AL + 2 \cdot A_b$$

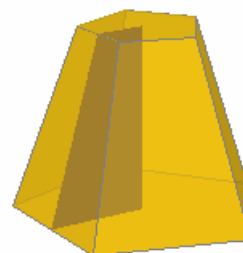
O **volumen** dun tronco de pirámide pódese obter como a diferenza entre o volumen das dúas pirámides das que se obtén. Tamén pódese calcular coa fórmula:

$$V = \frac{h \cdot (A_b + A_B + \sqrt{A_b \cdot A_B})}{3}$$

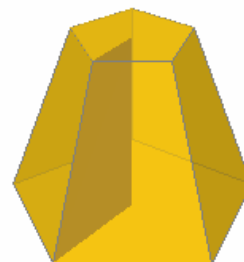
Nos troncos de pirámides da dereita pódese observar as figuras planas que se obteñen cos elementos das bases e as caras laterais.



Tronco de pirámide octogonal.
As caras laterais dun tronco de pirámide son trapecios isósceles.



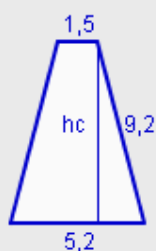
A altura do tronco de pirámide, a altura dunha cara e as apotemas das dúas bases forman un trapecio rectángulo.



A altura do tronco de pirámide, a aresta lateral e os segmentos que unen un vértice de cada base co seu centro forman un trapecio rectángulo.

EXERCICIOS resoltos

22. Calcula a área lateral, a área total e o volume dun tronco de pirámide decagonal de 1,5 cm de lado da base menor, 5,2 cm de lado da base maior e 9,2 cm de aresta lateral.



$$\frac{5,2 - 1,5}{2} = 1,85$$

$$hc^2 + 1,85^2 = 9,2^2 \rightarrow hc = \sqrt{81,2175} = 9,01 \text{ cm}$$

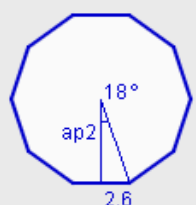
$$\text{Área dunha cara: } A_c = \frac{(5,2 + 1,5) \cdot 9,01}{2} = 30,19 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área lateral: } 10 \cdot 30,19 = 301,91 \text{ cm}^2$$



$$\tan 18^\circ = \frac{0,75}{ap1} \rightarrow ap1 = \frac{0,75}{\tan 18^\circ} = 2,31 \text{ cm}$$

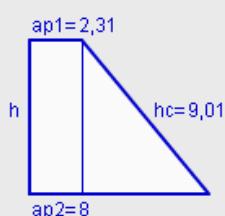
$$\text{Área da base menor: } A_b = \frac{10 \cdot 1,5 \cdot 2,31}{2} = 17,31 \text{ cm}^2$$



$$\tan 18^\circ = \frac{2,6}{ap2} \rightarrow ap2 = \frac{2,6}{\tan 18^\circ} = 8 \text{ cm}$$

$$\text{Área da base maior: } A_B = \frac{10 \cdot 5,2 \cdot 8}{2} = 208,05 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } AT = 301,91 + 17,1 + 208,05 = 527,27 \text{ cm}^2$$



$$8 - 2,31 = 5,69$$

$$h^2 + 5,69^2 = 9,01^2 \rightarrow h = \sqrt{48,8} = 6,99 \text{ cm}$$

Volume:

$$V = \frac{6,99 \cdot (17,31 + 208,05 + \sqrt{17,31 \cdot 208,05})}{3} = 664,52 \text{ cm}^3$$

2. Corpos xeométricos

Cilindros

O desenvolvemento dun cilindro está formado polos dous círculos das bases e un rectángulo de base, a lonxitude da circunferencia e de altura, a altura do cilindro.

Área lateral: Área do rectángulo que se obtén no seu desenvolvemento.

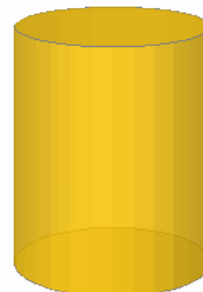
$$AL = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

Área total: É a suma da área lateral e a área das dúas bases. As bases son dous círculos iguais.

$$AT = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

O **volume** dun cilindro é igual á área da base pola altura.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$



Cilindro

Conos

O desenvolvemento dun cono está formado polo círculo da base e un sector circular cuxa lonxitude de arco é igual á lonxitude da circunferencia e cuxo raio é igual á xeratriz do cono.

Área lateral: Área do sector circular que se obtén no seu desenvolvemento.

$$AL = \pi \cdot r \cdot g$$

Área total: É a suma da área lateral e a área do círculo da base.

$$AT = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$$

O **volume** dun cono é igual á área da base pola altura dividido por tres.

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$



Cono



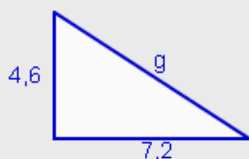
A altura do cono, o raio da base e a xeratriz forman un triángulo rectángulo

EXERCICIOS resoltos

23. Calcula a área lateral, a área total e o volume dun cilindro de 8,1 cm de alto e 2,4 cm de raio da base.

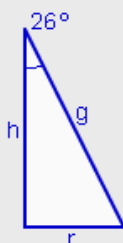
$$\begin{aligned}\text{Área lateral:} & \quad AL = 2 \cdot \pi \cdot 2,4 \cdot 8,1 = 122,15 \text{ cm}^2 \\ \text{Área da base:} & \quad Ab = \pi \cdot 2,4^2 = 18,1 \text{ cm}^2 \\ \text{Área total:} & \quad AT = 2 \cdot \pi \cdot 2,4 \cdot 8,1 + 2 \cdot 18,1 = 158,34 \text{ cm}^2 \\ \text{Volume:} & \quad V = \pi \cdot 2,4^2 \cdot 8,1 = 146,57 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

24. Calcula a área lateral, a área total e o volume dun cono de 4,6 cm de alto e 7,2 cm de raio da base. Calcula o ángulo que forma a xeratriz co raio.



$$\begin{aligned}4,6^2 + 7,2^2 &= g^2 \rightarrow g = \sqrt{73} = 8,54 \text{ cm} \\ \text{Área lateral:} & \quad AL = \pi \cdot 7,2 \cdot 8,54 = 193,26 \text{ cm}^2 \\ \text{Área da base:} & \quad Ab = \pi \cdot 7,2^2 = 162,86 \text{ cm}^2 \\ \text{Área total:} & \quad AT = 193,26 + 162,86 = 356,12 \text{ cm}^2 \\ \text{Volume:} & \quad V = \frac{\pi \cdot 7,2^2 \cdot 4,6}{3} = 249,72 \text{ cm}^3 \\ \tan \alpha &= \frac{4,6}{7,2} = 0,6389 \rightarrow \alpha = 32^\circ 34' 26,61''\end{aligned}$$

25. Calcula a área lateral, a área total e o volume dun cono de 7,5 cm de xeratriz sabendo que o ángulo que forman a altura e a xeratriz mide 26° .



$$\begin{aligned}\sin 26^\circ &= \frac{r}{7,5} \rightarrow r = 7,5 \cdot \sin 26^\circ = 3,29 \text{ cm} \\ \cos 26^\circ &= \frac{h}{7,5} \rightarrow h = 7,5 \cdot \cos 26^\circ = 6,74 \text{ cm} \\ \text{Área lateral:} & \quad AL = \pi \cdot 3,29 \cdot 7,5 = 77,47 \text{ cm}^2 \\ \text{Área da base:} & \quad Ab = \pi \cdot 3,29^2 = 33,96 \text{ cm}^2 \\ \text{Área total:} & \quad AT = 77,47 + 33,96 = 111,43 \text{ cm}^2 \\ \text{Volume:} & \quad V = \frac{\pi \cdot 3,29^2 \cdot 6,74}{3} = 76,31 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

Problemas xeométricos

2. Corpos xeométricos

Troncos de conos

O desenvolvemento dun tronco de cono está formado polos círculos das bases e un trapezio circular.

Área lateral: Área do trapezio circular que se obtén no seu desenvolvemento.

$$AL = \pi \cdot g \cdot (R + r)$$

Área total: É a suma da área lateral e a área dos círculos das bases.

$$AT = \pi \cdot g \cdot (R + r) + \pi \cdot R^2 + \pi \cdot r^2$$

O **volume** dun tronco de cono é:

$$V = \frac{\pi \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r)}{3}$$

Esferas

Unha esfera non se pode cortar e desenvolver en figuras planas.

As fórmulas para o cálculo da área e do volume da esfera son:

Área:

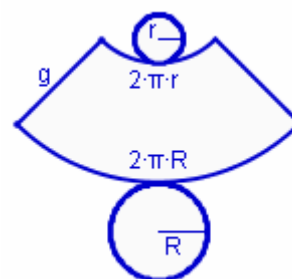
$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Volume:

$$A = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$



Tronco de cono



Desenvolvemento dun tronco de cono



A altura do tronco de cono, a xeratriz e o segmento que ten como lonxitude a diferenza dos raios das dúas bases forman un triángulo rectángulo.



Esfera

EXERCICIOS resoltos

26. Calcula a área lateral, a área total e o volume dun tronco de cono de 6,6 cm de altura, 2,2 cm de raio da base menor e 4,3 cm de raio da base maior.



$$6,6^2 + 2,1^2 = g^2 \rightarrow g = \sqrt{47,97} = 6,93 \text{ cm}$$

$$\text{Área lateral: } AL = \pi \cdot 6,93 \cdot (2,2 + 4,3) = 141,43 \text{ cm}^2$$

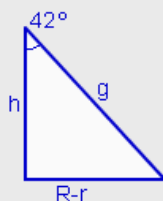
$$\text{Área da base menor: } Ab = \pi \cdot 2,2^2 = 15,21 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área da base maior: } AB = \pi \cdot 4,3^2 = 58,09 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } AT = 141,43 + 15,21 + 58,09 = 214,73 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volume: } V = \frac{\pi \cdot 6,93 \cdot (2,2^2 + 4,3^2 + 2,2 \cdot 4,3)}{3} = 226,63 \text{ cm}^3$$

27. Calcula a área lateral, a área total e o volume dun tronco de cono de 6,4 cm de raio da base menor e 12,6 cm de raio da base maior, sabendo ademais que a xeratriz e a altura forman un ángulo de 42° .



$$\tan 42^\circ = \frac{12,6 - 6,4}{h} \rightarrow h = \frac{6,2}{\tan 42^\circ} = 6,89 \text{ cm}$$

$$\sin 42^\circ = \frac{12,6 - 6,4}{g} \rightarrow g = \frac{6,2}{\sin 42^\circ} = 9,27 \text{ cm}$$

$$\text{Área lateral: } AL = \pi \cdot 9,27 \cdot (6,4 + 12,6) = 553,08 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área da base menor: } Ab = \pi \cdot 6,4^2 = 128,68 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área da base maior: } AB = \pi \cdot 12,6^2 = 498,76 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } AT = 553,08 + 128,68 + 498,76 = 1180,51 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volume: } V = \frac{\pi \cdot 6,89 \cdot (6,4^2 + 12,6^2 + 6,4 \cdot 12,6)}{3} = 2021,62 \text{ cm}^3$$

28. Calcular a área e o volume dunha esfera de 5,6 cm de raio.

$$\text{Área: } A = 4 \cdot \pi \cdot 5,6^2 = 394,08 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volume: } V = \frac{4 \cdot \pi \cdot 5,6^3}{3} = 735,62 \text{ cm}^3$$

29. Calcular o raio dunha esfera no que o volume é de $3261,76 \text{ cm}^3$.

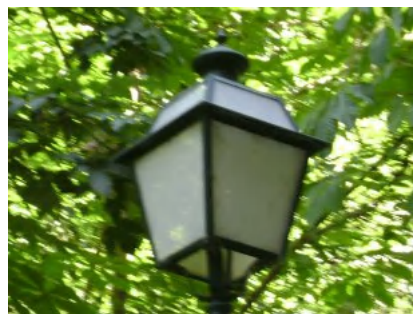
$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} = 3261,76 \rightarrow r^3 = \frac{3 \cdot 3261,76}{4 \cdot \pi} = 778,69 \rightarrow r = \sqrt[3]{778,69} = 9,2 \text{ cm}$$

Problemas xeométricos



Para practicar

1. O sinal de tráfico "STOP" ten forma de octógono e unha altura de 600 mm. Calcula o perímetro e a área.
2. Que polígonos regulares permiten recubrir o plano sen deixar ocos? Se todos eles teñen perímetro 8,4 cm, cal deles ten a maior superficie?
3. Unha cabra está atada a unha esquina dunha caseta cadrada de 4,2 cm de lado cunha corda de 7,7 m de lonxitude. Calcular a área da rexión na que pode moverse a cabra para pastar.
4. Un hotel ten 64 habitacións. Cada unha delas ten dúas ventás con forma de rombo. O lado mide 1,3 m e o ángulo superior mide 40° . Van a colocar vidreiras en cada ventá, que terán que cortar de placas rectangulares. Que cantidade de cristal se necesita comprar?
5. A entrada a unha fortaleza ten forma de trapezio isóscele. A base maior mide 14,7, a base menor 10,3 m e os laterais 8 m. Que ángulo forman os laterais coa base inferior?
6. As dimensións dun tetrabrik son 16,3 cm de alto, 9,6 cm de longo e 6,3 cm de ancho. Cal é a súa capacidade? Que cantidade de material se necesita para a súa construción?
7. Unha lata de conservas cilíndrica ten 8,3 cm de altura e 6,5 cm de raio da base. Cal é a súa capacidade? Que cantidade de material se necesita para a súa construción? Que cantidade de papel se necesita para a etiqueta?
8. Un lapis ten forma de prisma hexagonal e ten no seu interior unha mina de forma cilíndrica. Se o lapis ten 18 mm de longo e 4 mm de lado da base e a mina ten 3 mm de ancho, cal é o volume da parte do lapis que non está ocupado pola mina?
9. O tetraedro é un poliedro regular formado por catro triángulos equiláteros. É tamén unha pirámide triangular. Calcula a área total e o volume dun tetraedro de 1 cm de aresta.
10. Os farois dunha cidade teñen a forma da imaxe. Os cristais da parte superior teñen 26,7 cm de aresta superior, 30,7 cm de aresta inferior e 15,4 cm de aresta lateral. Os cristais da parte inferior teñen 30,7 cm de aresta superior, 21 cm de aresta inferior e 37,2 cm de aresta lateral. Que cantidade de cristal ten cada farol?

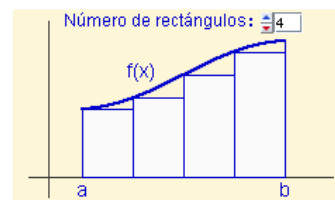
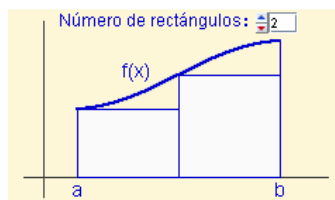
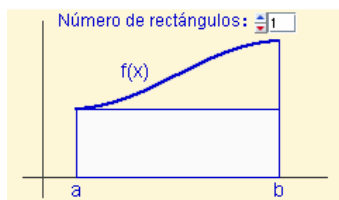


11. Unha confraría ten que fabricar carapuchas para o seu desfile de Semana Santa, de 103 cm de alto e 11,2 cm de raio da circunferencia. Que cantidade de cartón necesita para cada un?
12. Nunha xadería, unha terrina de xeadro de 7,5 cm de diámetro superior, 6,5 cm de diámetro inferior e 3,6 cm de altura véndese por 1,9 euros. Cal será o prezo doutra terrina de 9,5 cm de diámetro superior, 8,1 cm de diámetro inferior e 4,8 cm de altura?
13. Sabendo que o raio da Terra é de 6370 km, calcula a superficie e o volume do noso planeta utilizando distintas aproximacións do número π .
a) 3 b) 3,14 c) 3,1416 d) π

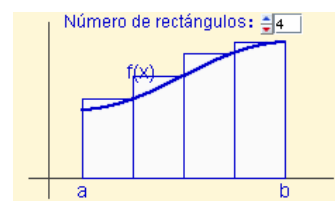
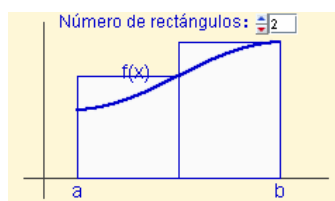
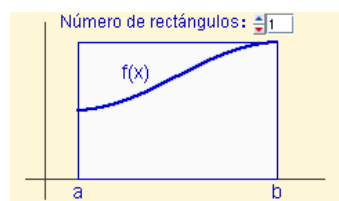


Área encerrada por unha curva.

Para calcular a área encerrada por unha curva pódese aproximar a área por unha sucesión de rectángulos máis pequenos.



Tamén se pode aproximar a área por unha sucesión de rectángulos máis grandes



A área obtida por ambas sucesións coincide e se chama **integral definida** da función $f(x)$ entre a e b . Representase por: $\int_a^b f(x)dx$.

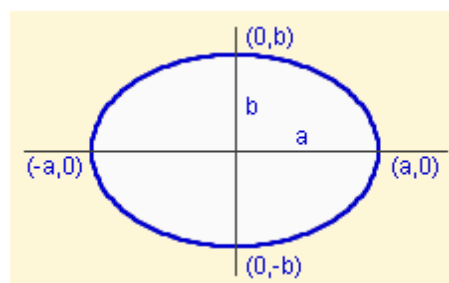
Área e perímetro da elipse.

Aplicando o procedemento anterior, pódese deducir a fórmula da área da elipse, moi similar á do círculo:

$$A = \pi \cdot a \cdot b$$

Non obstante, non hai fórmula para a lonxitude da elipse, só distintas aproximacións. Unha delas é:

$$L \approx \pi \cdot \left[3(a+b) - \sqrt{(a+3b) \cdot (3a+b)} \right]$$

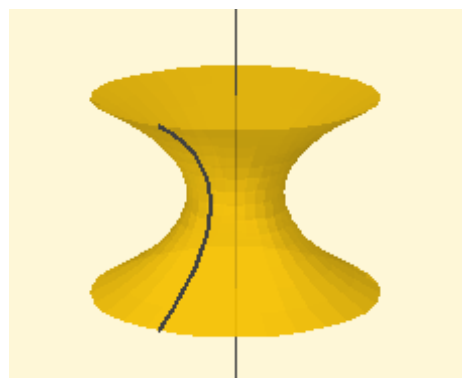


Área e perímetro da elipse.

Ao virar unha curva plana ao redor dun eixo contido nun mesmo plano, obtense unha **superficie de revolución**.

Se se vira unha superficie plana ao redor dun eixo contido nun mesmo plano, obtense un **corpo de revolución**.

Para calcular a superficie e o volume de superficies e corpos de revolución tamén se aplican procedementos de integración, que se estudan en cursos superiores.



Problemas xeométricos



**Lembra
o máis importante**

ÁREAS DE CORPOS XEOMÉTRICOS

Área lateral: suma das áreas de todas as caras laterais dun corpo xeométrico.

Área total: suma da área lateral e da área das bases dun corpo xeométrico.

Volume: é a medida do espazo que ocupa un corpo xeométrico.

PRISMA



$$Al = n^{\circ} \text{ caras} \cdot \text{área do rectángulo}$$

$$At = Al + 2 \cdot \text{área do polígono regular}$$

$$V = \text{área da base} \cdot \text{altura}$$

PIRÁMIDE

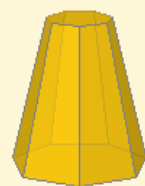


$$Al = n^{\circ} \text{ caras} \cdot \text{área do triángulo}$$

$$At = Al + \text{área do polígono regular}$$

$$V = \frac{A \text{ base} \cdot \text{altura}}{3}$$

TRONCO DE PIRÁMIDE

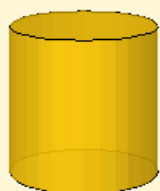


$$Al = n^{\circ} \text{ caras} \cdot \text{área do trapezio}$$

$$At = Al + \text{área de polígonos regulares}$$

$$V = \frac{h \cdot (Ab + AB + \sqrt{Ab \cdot AB})}{3}$$

CILINDRO



$$Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$At = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

CONO



$$Al = \pi \cdot r \cdot g$$

$$At = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$$

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

TRONCO DE CONO



$$Al = \pi \cdot g \cdot (R + r)$$

$$At = \pi \cdot g \cdot (R + r) + \pi \cdot R^2 + \pi \cdot r^2$$

$$V = \frac{\pi \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r)}{3}$$

ESFERA



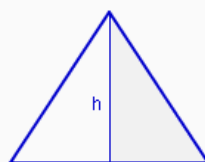
$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

RELACIÓNS ENTRE OS ELEMENTOS DE FIGURAS PLANAS E CORPOS XEOMÉTRICOS

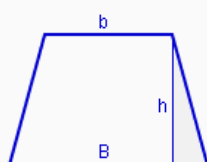
Para calcular lados, ángulos, alturas e arestas de figuras e corpos necesítase buscar triángulos rectángulos, nos que se poida aplicar o teorema de Pitágoras e a definición das razóns trigonométricas.

TRIÁNGULO ISÓSCELE



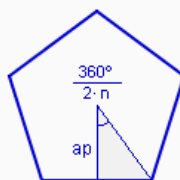
Ao dividir un triángulo equilátero ou isóscele pola altura fórmanse dous triángulos rectángulos.

TRAPECIO



A altura, o lado oblicuo e a súa proxección sobre a base maior forman un triángulo rectángulo.

POLÍGONO REGULAR



A apotema, a metade do lado e o segmento que une o centro e un vértice forman un triángulo rectángulo.

PIRÁMIDE



A altura da pirámide, a altura dunha cara e a apotema da base forman un triángulo rectángulo.

TRONCO DE PIRÁMIDE



A altura do tronco de pirámide, a altura dunha cara e as apotemas das bases forman un trapecio rectángulo.

CONO



A altura do cono, a xeratriz e o raio da base forman un triángulo rectángulo.

TRONCO DE CONO



A altura do tronco de cono, a xeratriz e os raios das bases forman un trapecio rectángulo.

Autoavaliación



1. Calcula a área dun triángulo equilátero de 4 metros de lado.
2. Calcula a área dun rombo de 3,8 metros de lado sabendo que o menor dos ángulos que forman os seus lados mide 74° .
3. Calcula a área dun octógono regular inscrito nunha circunferencia de 7,9 metros de lado.
4. Calcula o volume dun prisma pentagonal de 3 metros de altura e 4,2 metros de aresta da base.
5. Calcula a área total dunha pirámide hexagonal de 6,9 metros de aresta lateral e 4,9 metros de aresta da base.
6. Calcula a área lateral dun tronco de pirámide cuadrangular sabendo que as arestas das bases miden respectivamente 8,8 e 13,3 metros e a aresta lateral 8 metros.
7. Calcula a área total dun cilindro de 2,5 metros de altura e 6,7 metros de raio da base.
8. Calcula o volume dun cono sabendo que a xeratriz mide 1,8 metros e o ángulo que forma a xeratriz coa altura mide 28° .
9. Calcula a área lateral dun tronco de cono no que a altura mide 7,2 metros e os raios das bases miden respectivamente 3,1 e 7,1 metros.
10. Unha esfera de 10,3 metros de raio introdúcese nun cubo de 20,9 metros de aresta. Calcula o volume do espazo que queda libre no cubo.

Problemas xeométricos

Soluciones dos exercicios para practicar

1. $P=1988,23 \text{ mm}$
 $S=298233 \text{ mm}^2$
2. Triángulos, cadrados e hexágonos.
O hexágono ten maior área $5,09 \text{ cm}^2$
3. $A=158,94 \text{ m}^2$
4. $278,1 \text{ m}^2$
5. $\alpha=74^\circ 2' 16,75''$
6. $V=985,82 \text{ cm}^3$
 $AT=639,3 \text{ cm}^2$
7. $V=1101,68 \text{ cm}^3$
 $AT=604,44 \text{ cm}^2$
 $AL=338,98 \text{ cm}^2$
8. $V=621,01 \text{ mm}^3$
9. $AT=1,73 \text{ cm}^2$
 $V=0,12 \text{ cm}^3$
10. $5566,6 \text{ cm}^2$
11. $A=3645,5 \text{ cm}^2$
12. 4,01 euros
13. a) 486922800 km^2
b) 509645864 km^2
c) $509905556,16 \text{ km}^2$
d) $509904363,78 \text{ km}^2$
a) $1033899412000 \text{ km}^3$
b) $1082148051226,71 \text{ km}^3$
c) $1082699464246,4 \text{ km}^3$
d) $1082696932430 \text{ km}^3$

Soluciones AUTOAVALIACIÓN

1. $6,93 \text{ m}^2$
2. $13,88 \text{ m}^2$
3. $176,52 \text{ m}^2$
4. $91,05 \text{ m}^3$
5. $157,2 \text{ m}^2$
6. $339,33 \text{ m}^2$
7. $387,3 \text{ m}^2$
8. $1,19 \text{ m}^3$
9. $263,93 \text{ m}^2$
10. $4552,12 \text{ m}^3$

Non esquezas enviar as actividades ao titor ►