

## Objectius

En aquesta quinzena aprendràs a:

- Reconèixer triangles semblants.
- Calcular distàncies inaccessibles aplicant la semblança de triangles.
- Nocions bàsiques de trigonometria.
- Calcular la longitud de tots els costats i l'amplitud dels angles d'un triangle rectangle a partir de dues dades.

Abans de començar.

1.Semblança ..... pàg. 114  
 Teorema de Tales  
 Triangles semblants  
 Teorema de Pitàgores  
 Càlcul de distàncies inaccessibles

2.Raons trigonomètriques ..... pàg. 118  
 Definició  
 Relacions fonamentals

3.Resolució de triangles  
 rectangles ..... pág. 121  
 Coneguts dos costats  
 Coneguts un catet i un angle agut  
 Coneguts la hipotenusa i un angle agut

Exercicis per practicar

Per saber-ne més

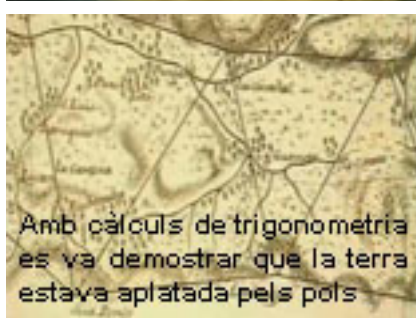
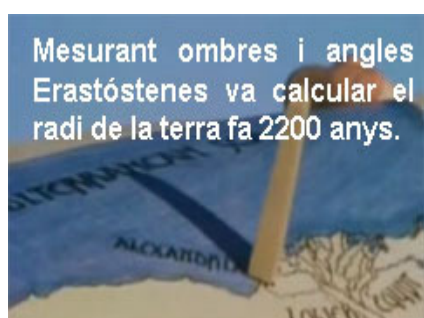
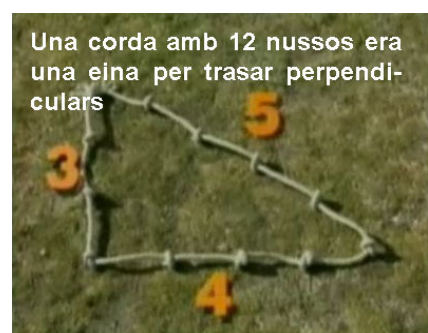
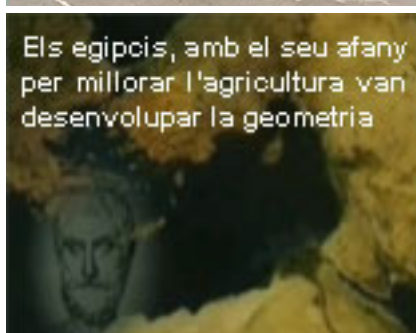
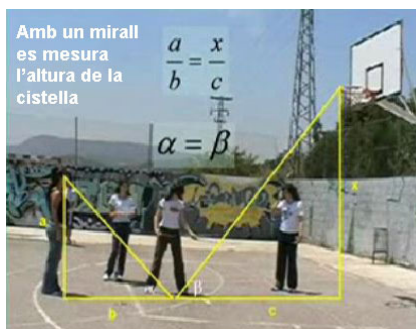
Resum

Autoavaluació



# Semblança i Trigonometria

## Abans de començar



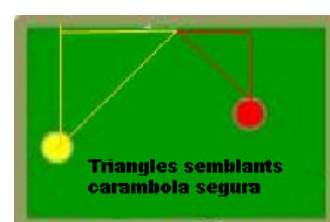
## Investiga jugant

Com fer caramboles a una banda?

Si has jugat al billar, sabràs que fer carambola a una banda significa que la bola llançada ha de donar un cop al marc de la taula abans de fer carambola. N'hi ha prou amb aplicar la semblança per aconseguir-ho. Com?



Cap a on hem de dirigir la bola groga per a que després de rebotar a la banda vagi a la bola vermella?



# Semblança i Trigonometria

## 1. Semblança

### Teorema de Tales

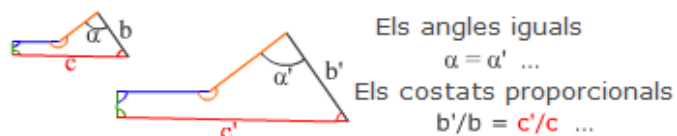
El teorema de Tales, que s'explica en l'escena de la dreta, afirma que quan es tallen dues semirectes amb rectes paral·leles, els segments que s'obtenen en cada semirecta guarden la mateixa proporció.

Aquest teorema ens indica que si dos triangles tenen els angles iguals, els costats són proporcionals.

La recíproca també és certa, per la qual cosa es poden deduir els criteris de semblança de triangles que s'enuncien en la pàgina següent.

### Triangles semblants

Dues figures són semblants si per homotècies i moviments coincideixen. En el cas de polígons significa que els **costats** han de ser **proporcionals** i els **angles iguals**.

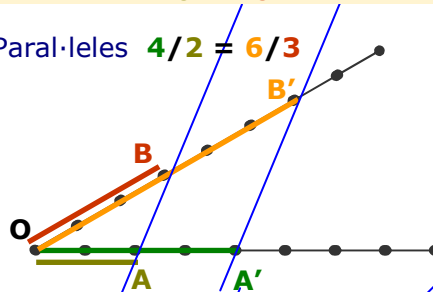


Pel teorema de Tales, per tal que dos **triangles** siguin **semblants** n'hi ha prou amb que es compleixi algun dels tres **criteris** de la dreta

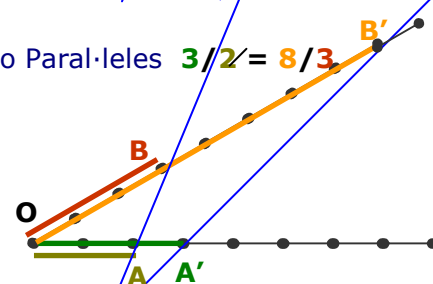
Només quan les rectes blaves són paral·leles, s'obtenen segments proporcionals

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB}$$

Paral·leles  $4/2 = 6/3$



No Paral·leles  $3/2 \neq 8/3$



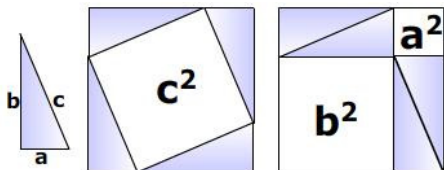
	1. Angles iguals (amb dos n'hi ha prou) $\hat{A} = \hat{A}'$ y $\hat{B} = \hat{B}'$
	2. Un angle igual i els costats que el formen proporcionals $\hat{A} = \hat{A}'$ y $\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
	3. Costats proporcionals $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

### Teorema de Pitàgores

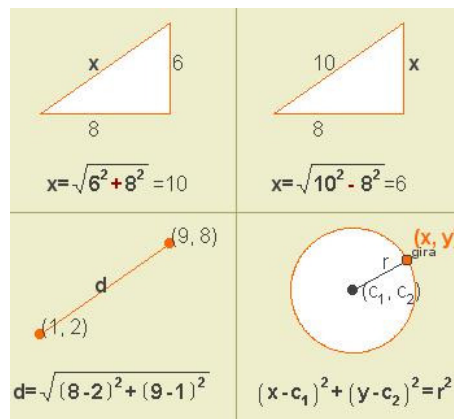
El teorema de Pitàgores diu que en un triangle rectangle, de catets a i b, i d'hipotenusa c, es compleix que

$$a^2 + b^2 = c^2$$

La imatge és una demostració gràfica del teorema.



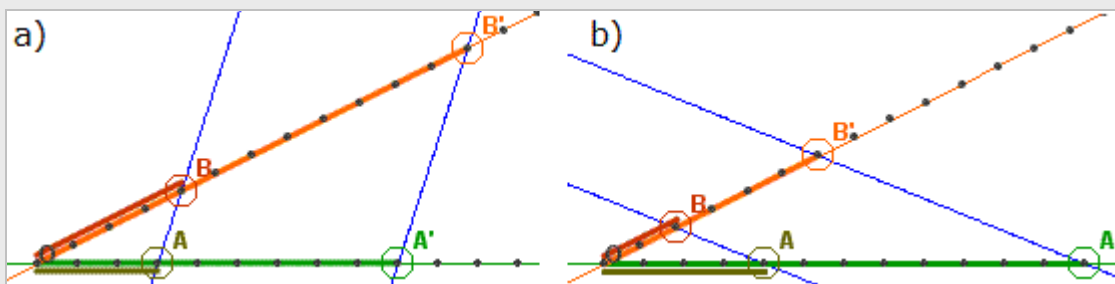
A la dreta veiem algunes aplicacions d'aquest teorema, utilitzat per calcular hipotenuses, catets, distàncies entre punts i equacions de circumferències.



## EXERCICIS resoltos

1. Troba en els casos a) i b) les proporcions

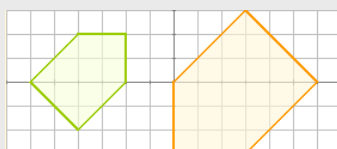
$$\frac{OA}{OB} = \frac{OA'}{OB'} \quad \text{i} \quad \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB}$$



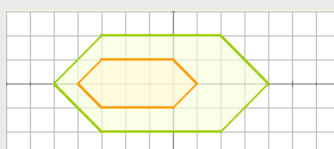
Solucions: a)  $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$  i  $\frac{9}{3} = \frac{12}{4}$  b)  $\frac{4}{2} = \frac{12}{6}$  i  $\frac{12}{4} = \frac{6}{2}$

2. Contesta raonadament:

- a) Són semblants?



Sí, ja que els costats estan en proporció 2/3 i els angles són iguals.



No, els angles són iguals però els costats no són proporcionals.



No, els angles no són iguals.

- b) Un triangle amb un angle de  $30^\circ$  i un altre de  $40^\circ$ , és forçosament semblant a un triangle amb un angle de  $30^\circ$  i un altre de  $110^\circ$ ?

Sí, ja que com els angles d'un triangle sumen  $180^\circ$ , se conclou que els angles dels dos triangles són iguals i pel criteri 1, són semblants.

- c) Un triangle de costats 3, 6 i 7 cm, és semblant a un altre els costats del qual mesuren 9, 36 i 49 cm?

No, doncs els costats no són proporcionals.

- d) Un quadrilàter de costats 3, 4, 5 i 6 cm, és necessàriament semblant a un altre de costats 6, 8, 10 i 12 cm?

No, doncs encara que els costats són proporcionals, en polígons de més de tres costats amb això no n'hi ha prou per a que hi hagi semblança, han de ser a més els angles iguals.

- e) Dos triangles que tenen un angle de  $20^\circ$  i els costats que els formen en un mesuren 6 i 15 cm, i en l'altre, 4 i 10 cm. Són semblants?

Sí, pel segon criteri, ja que la proporció entre els costats que formen l'angle igual és en ambdós casos 2/5.

# Semblança i Trigonometria

## EXERCICIS resolts (continuació)

- f) Dos polígons regulars amb el mateix nombre de costats, són semblants?

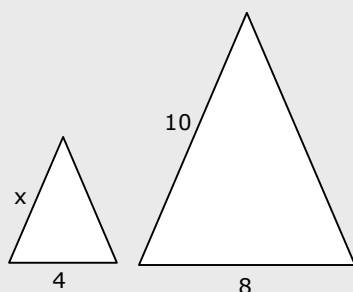
Sí, els angles són iguals,  $(nre. de costats - 2)180^\circ / nre. de costats$ , i els costats, proporcionals.

- g) Els costats de dos triangles mesuren 3, 6 i 7cm, en un, i  $\sqrt{18}$ ,  $\frac{12}{\sqrt{2}}$  i  $7\sqrt{2}$  en un altre. Són semblants?

Sí, doncs els costats són proporcionals:  $\sqrt{18} = 3 \cdot \sqrt{2}$ ;  $\frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{6 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

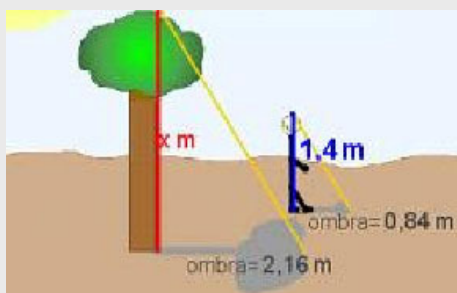
i en triangles amb aquesta condició n'hi ha prou (criteri 3)

3. Els triangles de la figura són semblants, troba la mida del costat x



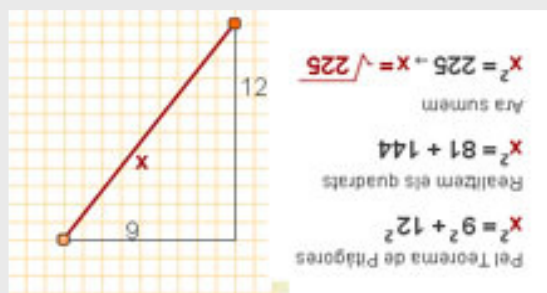
$$\frac{x}{4} = \frac{10}{8} \Rightarrow x = 5$$

4. Troba l'altura de l'arbre

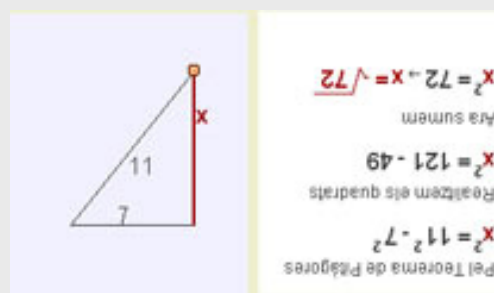


$$\frac{x}{2,16} = \frac{1,4}{0,84} \Rightarrow x = 2,16 \cdot \frac{1,4}{0,84} = 3,6$$

5. Calcula la hipotenusa en el triangle de la figura (la solució es veu donant la volta al full)



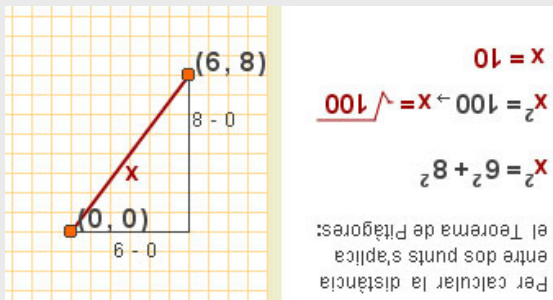
6. Calcula el catet en el triangle de la figura (la solució es veu donant la volta al full)



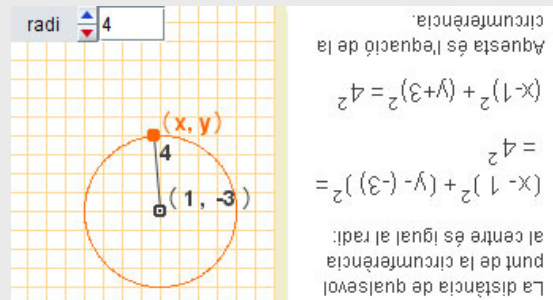


## EXERCICIS resolts (continuació)

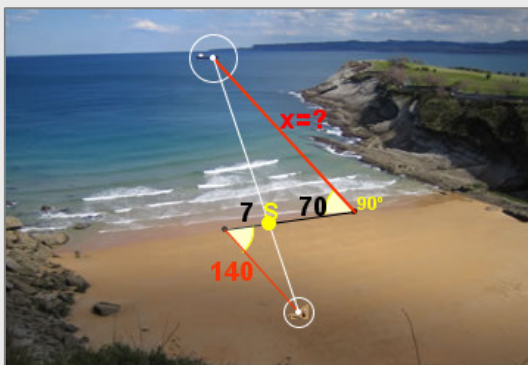
7. Calcula la distància entre els dos punts de la figura (la solució es veu donant la volta al full)



8. Calcula l'equació de la circumferència de la figura (la solució es veu donant la volta al full).

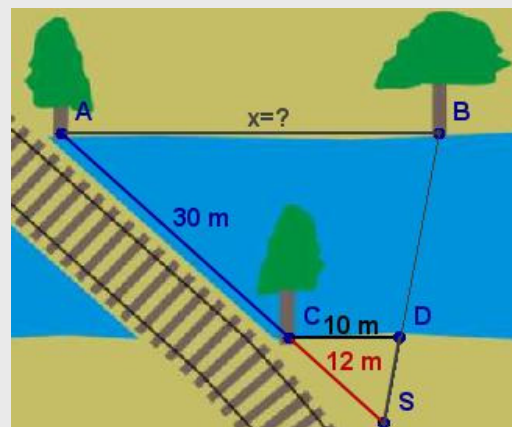


9. Per calcular la distància des de la platja a un vaixell s'han pres les mesures de la figura. Calcula la distància al vaixell.



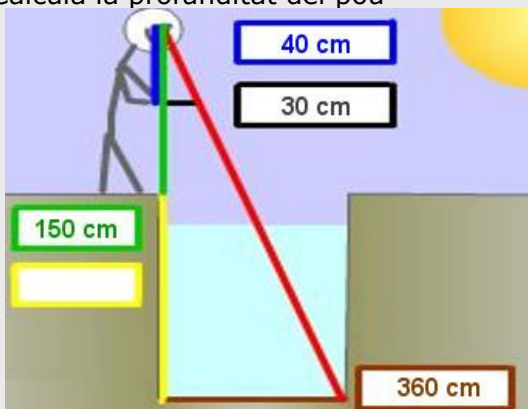
$$\frac{x}{140} = \frac{70}{7} \Rightarrow x = \frac{70 \cdot 140}{7} = 1400 \text{ m}$$

10. Calcula la distància entre els arbres A i B.



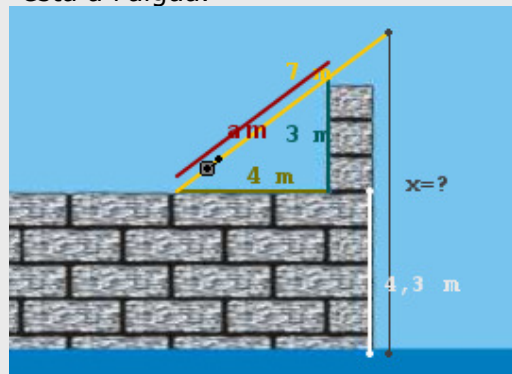
$$\frac{x}{30 \text{ m} + 12 \text{ m}} = \frac{10 \text{ m}}{12 \text{ m}} \Rightarrow x = \frac{420}{12} \text{ m} = 35 \text{ m}$$

11. Calcula la profunditat del pou



$$\frac{x + 150}{360} = \frac{40}{30} \Rightarrow x + 150 = \frac{360 \cdot 40}{30} \Rightarrow x = 330$$

12. Troba la longitud x de la línia que no està a l'aigua.



Pel T. de Pitàgores  $a=5$  i pel T. de Tales

$$\frac{x - 4,3 \text{ m}}{7 \text{ m}} = \frac{3 \text{ m}}{5 \text{ m}} \Rightarrow x - 4,3 \text{ m} = \frac{21}{5} \text{ m} \Rightarrow x = 8,5 \text{ m}$$

# Semblança i Trigonometria

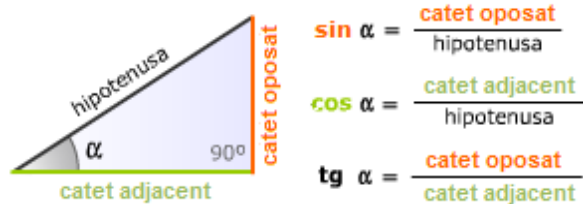
## 2. Raons trigonomètriques

### Definició

La raó o quocient entre els dos costats d'un triangle rectangle determina la seva forma.

Aquestes raons, denominades raons trigonomètriques, es resumeixen en la taula següent,

Raons trigonomètriques	Sinus	Cosinus	tangent
Abreviatures	<b>sin</b>	<b>cos</b>	<b>tg</b>



Són importants també les raons inverses així la raó de la hipotenusa entre el catet adjacent es diu secant, memoritza els triangles de la dreta que seran molt útils per resoldre triangles més endavant.

### Relacions fonamentals

Si s'apliquen la semblança i el teorema de Pitàgores als triangles rectangles "bàsics", és a dir, amb hipotenusa=1 o amb catet adjacent=1, s'obtingran les relacions fonamentals de la trigonometria:

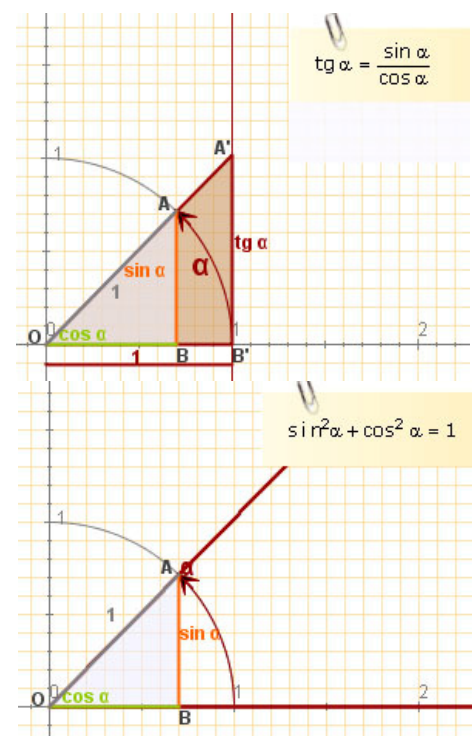
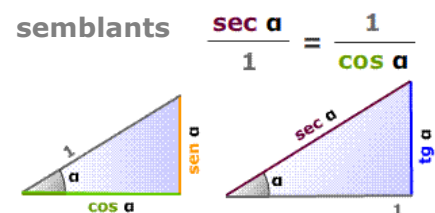
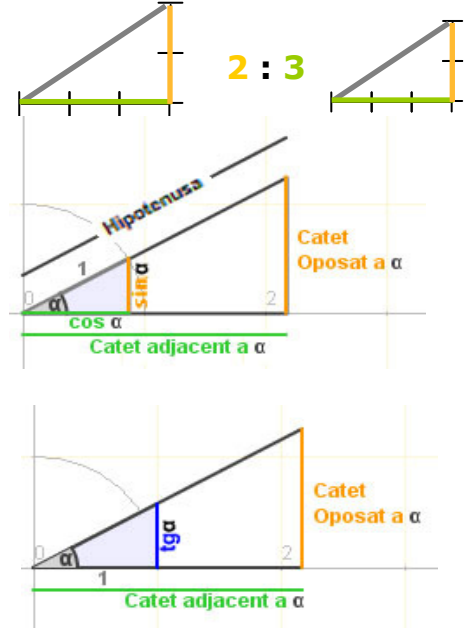
Els triangles OBA i OB'A' són semblants:

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\text{tg } \alpha}{1} \quad \text{aleshores} \quad \text{tg } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Aplicant el Teorema de Pitàgores al triangle OBA de la figura obtenim:

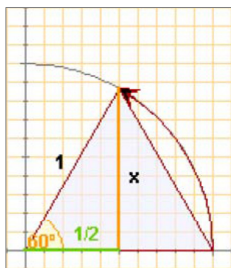
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Triangles semblants, mateixa raó = mateixa forma

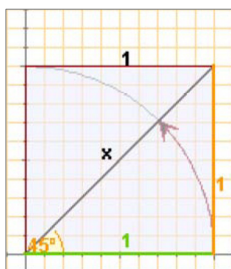




En un triangle equilàter els angles mesuren **60°**. Amb el Teorema de Pitàgores es calcula  $x = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



En un quadrat de costat **1** amb el Teorema de Pitàgores es calcula  $\text{diag} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$



## Raons de 30°, 45° i 60°

Els angles de 30°, 45° i 60° apareixen amb prou freqüència, fixa't com es calculen les seves raons a partir de la definició si busquem els triangles adequats.

	30°	45°	60°
sin	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$

Memoritzar aquesta taula és fàcil si observes l'ordre que guarden. Un cop apresos els sinus amb les arrels consecutives, els cosinus surten en ordre invers.



## Amb la calculadora

- Donat un angle  $\alpha$  obtenir les seves raons trigonomètriques. Per exemple el  $\sin 28^\circ 30'$

Posa la calculadora en mode **DEG**

Tecleja 28  $^{\circ}$  30  $'$  **sin**

Obtenim: 0,477158760

En algunes calculadores s'ha de clicar la tecla **sin** abans d'introduir l'angle, comprova com funciona la teva.

Si volem obtenir el  $\cos \alpha$  o la  $\text{tg} \alpha$  procedirem de la mateixa forma però clicant les tecles **cos** i **tan** respectivament.

- Donada una raó obtenir l'angle  $\alpha$  corresponent.

Con el mateix valor que tens a la pantalla : 0,477158760

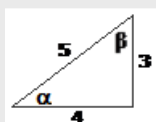
Comprova que la calculadora segueix en mode **DEG**

Clica **SHIFT sin**

Obtenim : 28,5 en graus, si volem graus, minuts i segons, teclegem **SHIFT**  $^{\circ}$   $'$   $''$  obtenint 28° 30''

## EXERCICIS resolts

12. En el triangle de la figura calcula:



- a)  $\sin \alpha$       d)  $\sin \beta$   
b)  $\cos \alpha$       e)  $\cos \beta$   
c)  $\text{tg} \alpha$       f)  $\text{tg} \beta$

a)  $\sin \alpha = \frac{3}{5} = 0,6$       d)  $\sin \beta = \frac{4}{5} = 0,8$

b)  $\cos \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$       e)  $\cos \beta = \frac{3}{5} = 0,6$

c)  $\text{tg} \alpha = \frac{3}{4} = 0,75$       f)  $\text{tg} \beta = \frac{4}{3} = 1,3$

13. Troba amb la calculadora:

a)  $\sin 30^\circ = 0,5$

b)  $\cos 60^\circ = 0,5$

c)  $\text{tg} 45^\circ = 1$

14. Troba amb la calculadora els angles  $\alpha$  i  $\beta$  de l'exercici 5.

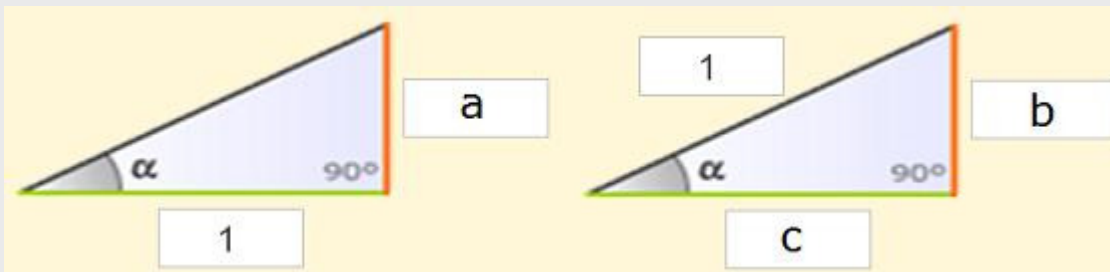
$\alpha$ : Cliquem 0  $\cdot$  6 **SHIFT sin**  $\rightarrow 36,87^\circ$

$\beta$ : Cliquem 0  $\cdot$  8 **SHIFT sin**  $\rightarrow 53,13^\circ$

Observa que en efecte sumen  $90^\circ$ .

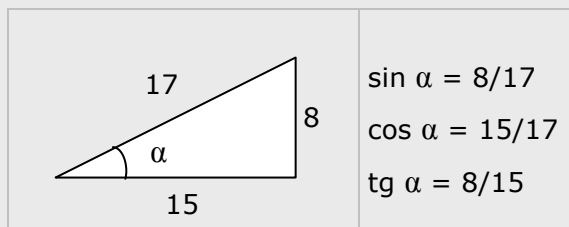
## EXERCICIS resoltos

16. Decideix quines raons de l'angle  $\alpha$  corresponen als costats a, b i c

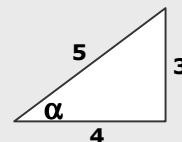


Solució  $a = \operatorname{tg} \alpha$   $b = \sin \alpha$   $c = \cos \alpha$

17. Al següent triangle calcula el  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$  i  $\operatorname{tg} \alpha$



18. Comprova en l'angle  $\alpha$  del triangle de la figura que s'acompleixen les relacions fonamentals



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4} = \operatorname{tg} \alpha$$

19. Calcula el cosinus i la tangent d'un angle agut  $\alpha$  tal que  $\sin \alpha = 0,3$

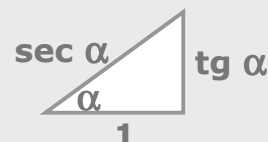
$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - 0,3^2 = 1 - 0,09 = 0,81 \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{0,81} = 0,9$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,3}{0,9} = \frac{1}{3}$$

20. Comprova que es compleix la relació:  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = 1 + \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}\right)^2 = 1 + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \sec^2 \alpha$$

Recorda el triangle:




## 3. Resolució de triangles rectangles

Resoldre un triangle rectangle es calcular los dades desconegudes, costats o angles, a partir dels coneguts.

Veiem els casos que es poden presentar.

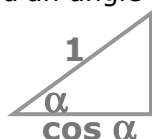
Calcular l'altura de la muntanya.



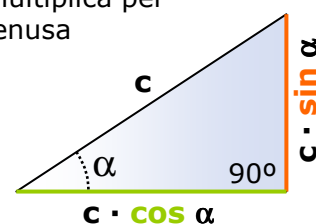
$$x = 650 \cdot \sin 30^\circ = 650 \cdot 0,5 = 325$$

### a) Coneguts un angle i la hipotenusa


Per trobar els catets d'un triangle rectangle del qual es coneixen la longitud de la **hipotenusa** i l'amplitud d'un angle agut, comparem amb el triangle:



on es multiplica per la hipotenusa



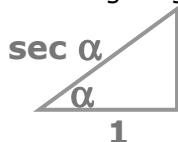
Calcular l'altura de la torre.



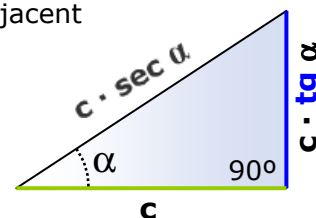
$$x = 20 \cdot \tan 45^\circ = 20 \cdot 1 = 20\text{m}$$

### b) Coneguts un angle i un catet

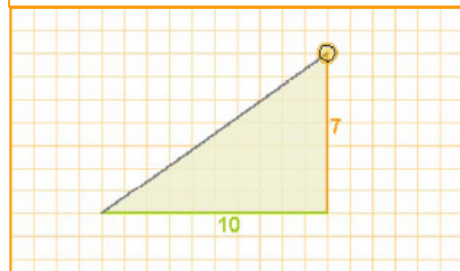
Per esbrinar els costats d'un triangle rectangle del qual es coneixen la longitud d'un **catet** i l'amplitud d'un angle agut, comparem amb el triangle:



On es multiplica pel catet adjacent



Resoldre el triangle.



$$\text{hipotenusa} = \sqrt{7^2 + 10^2} = \sqrt{149}$$

Amb la calculadora:  $\text{atan}(0,7) = 35^\circ$   
I l'altre angle:  $90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

### c) Coneguts dos costats

Per trobar l'altre costat del triangle s'aplicarà el teorema de Pitàgores, i l'angle es determinarà com l'arc que té per tangent  $\frac{\text{catet oposat}}{\text{catet adjacent}}$

o bé com l'arc el sinus del qual és  $\frac{\text{catet oposat}}{\text{hipotenusa}}$

depenent de les dades inicials.

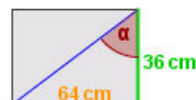
Para calcular l'altre angle n'ha prou amb restar de  $90^\circ$ .

## EXERCICIS resoltos

21. Calcula les polsades i el format d'una pantalla la base del qual mesura 64 cm i la seva altura 36 cm



### Solució



Pel teorema de Pitàgores, la diagonal mesura, en cm:

$$\sqrt{64^2 + 36^2} = \sqrt{3600} = 60$$

Això en **polsades** és  $60 \cdot 0,39 = 23,4$

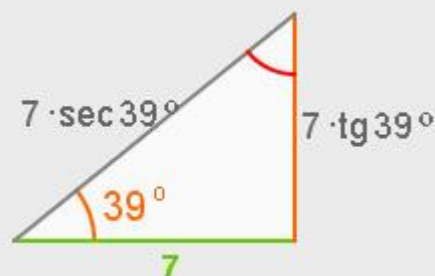
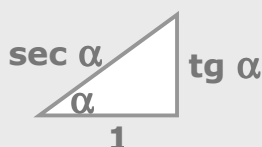
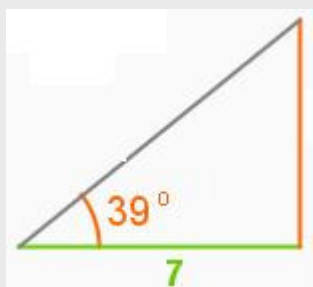
La tangent de  $\alpha$ ,  $\frac{64}{36}$  simplificada dóna  $\frac{16}{9}$

**16:9** és el format de la pantalla.

22. Al següent triangle rectangle calcula la mesura dels seus costats i dels seus angles.

Solució: l'altre angle és de  $90^\circ - 39^\circ = 51^\circ$ .

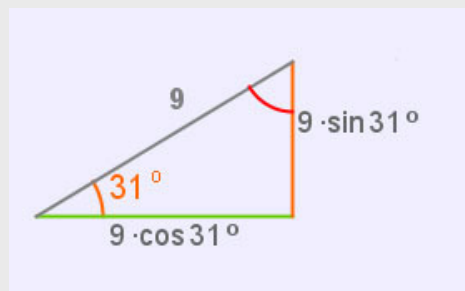
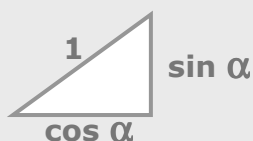
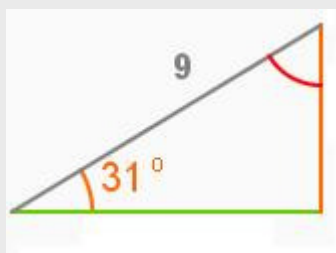
Utilitzem el triangle bàsic de la tangent per a calcular els altres costats



23. Resol el triangle de la figura.

Solució: l'altre angle és de  $90^\circ - 31^\circ = 59^\circ$ .

Utilitzem el triangle bàsic del sinus per a calcular els altres costats

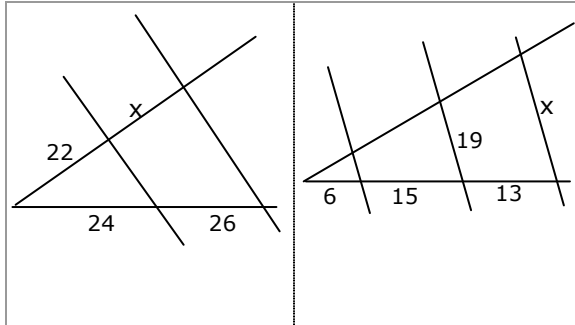


# Semblança i Trigonometria



## Per practicar

1. Troba  $x$  en cada cas



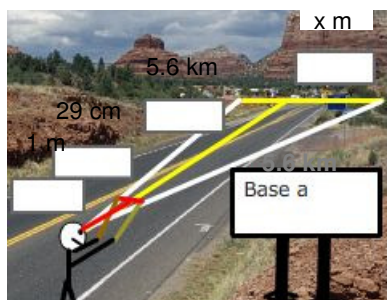
2. Les mesures de tres costats homòlegs de dos quadrilàters semblant són:

4 cm	$x$ cm	7 cm
20 cm	10 cm	$y$ cm

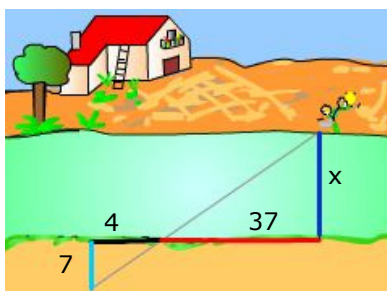
Troba  $x$  i  $y$

3. La base d'una muntanya s'observa a una distància de 5,6 km. Es mou una regleta de 29 cm fins a cobrir amb ella visualment la base i en aquest moment la distància de la regleta a l'ull de l'observador és de 1 m.

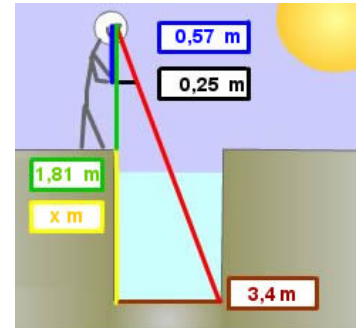
Calcula l'amplada de la base de la muntanya.



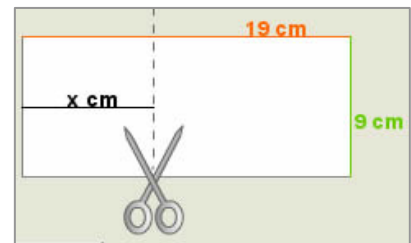
4. Calcula l'amplada del riu.



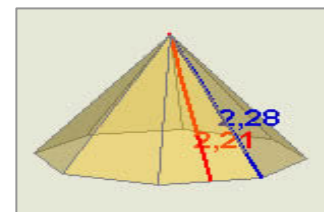
5. Calcula la profunditat del pou.



6. Por on s'ha de tallar el full per a que el tros de l'esquerra sigui semblant al full sencer?.

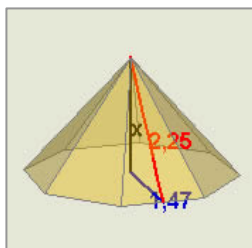
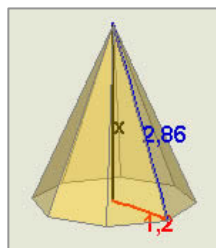


7. Dibuixa al teu quadern un triangle con un angle de  $69^\circ$  i un dels costats que el formen de 9 cm. Són semblant tots els triangles que compleixen aquestes condicions?
8. Dibuixa al teu quadern un triangle amb un angle de  $56^\circ$  i el quocient dels costats que el formen igual a 3. Són semblants tots els triangles que compleixen aquestes condicions?
9. Calcula el costat de la base de la piràmide.

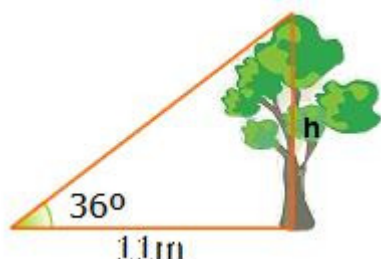


# Semblança i Trigonometria

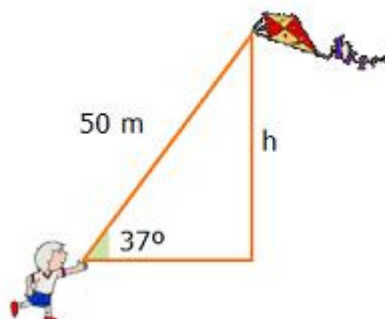
10. Calcula l'altura de la piràmide en cada cas.



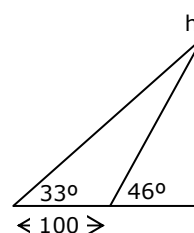
11. Troba la distància entre els punts  $(-3, 4)$  i  $(5, -2)$ .
12. Equació de la circumferència de centre  $(0, -1)$  i radi 3.
13. Troba amb la calculadora les següents raons trigonomètriques:  
a)  $\sin 30^\circ$  b)  $\cos 67^\circ$  c)  $\tan 45^\circ$
14. Un angle d'un triangle rectangle mesura  $47^\circ$  i el catet oposat 8 cm, troba la hipotenusa.
15. La hipotenusa d'un triangle rectangle mesura 26 cm i un angle  $66^\circ$ . Calcula els catets.
16. Un angle d'un triangle rectangle mesura  $44^\circ$  i el catet adjacent 16 cm, calcula l'altre catet.
17. El cosinus d'un angle agut és  $3/4$ , calcula el sinus de l'angle.
18. La tangent d'un angle agut és  $12/5$  calcula el sinus.
19. El  $\sin \alpha = 3/5$  i  $\alpha$  és un angle agut, calcula la  $\tan \alpha$ .
20. L'apotema d'un polígon regular de 9 costats mesura 15 cm, calcula el costat
21. El costat d'un hexàgon regular mesura 30 cm, calcula l'apotema.
22. L'ombra d'un arbre quan els rajos del sol formen con l'horitzontal un angle de  $36^\circ$ , mesuren 11m. Quina és l'altura de l'arbre?



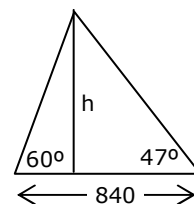
23. El fil d'un estel mesura 50 m de llarg i forma amb l'horitzontal un angle de  $37^\circ$ , a quina altura vola l'estel?



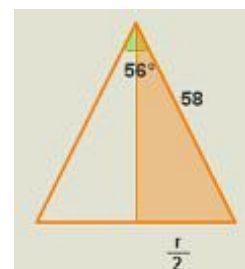
24. Per mesurar l'altura d'un edifici es mesuren els angles d'elevació des de dos punts distants 100m. Quina és l'altura si els angles són  $33^\circ$  i  $46^\circ$ ?



25. Dues persones distants entre si 840 m, veuen simultàniament un avió amb angles d'elevació respectius de  $60^\circ$  i  $47^\circ$ , a quina altura vola l'avió?

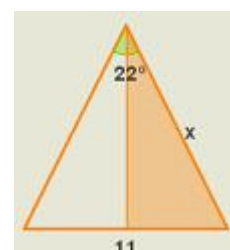


26. Amb un compàs els braços del qual mesuren 58cm, tracem una circumferència. Si l'angle que formen els seus braços és  $56^\circ$ . Quin és el radi de la circumferència?



radi de la

27. Amb un compàs tracem una circumferència d'11 cm de radi. Si l'angle que formen els seus braços és de  $22^\circ$ . Quin és la longitud dels braços del compàs?

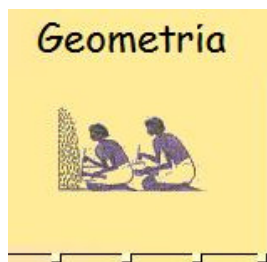


compàs?





### Geometria grega



La tradició atribueix a Tales (600 anys abans de la nostra era) la introducció a Grècia de la geometria egípcia.

Tales va ser un precursor sobre tot preocupat de problemes pràctics (càlcul d'altures de monuments amb l'ajuda d'un bastó i de la proporcionalitat de les ombres).

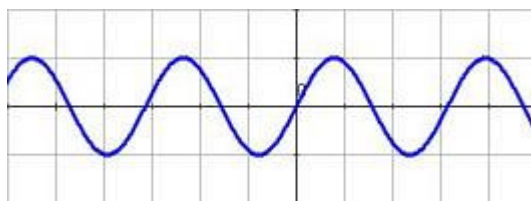
La geometria grega que va ser un èxit sorprenent de la ciència humana donant proves d'un enginy excepcional, va estar marcada per dues Escoles: la de Pitàgores i la d'Euclides.

Veure més a:

[http://perso.orange.fr/therese.eveilleau/pages/hist\\_mat/textes/h\\_geom.htm](http://perso.orange.fr/therese.eveilleau/pages/hist_mat/textes/h_geom.htm)

### Els sons

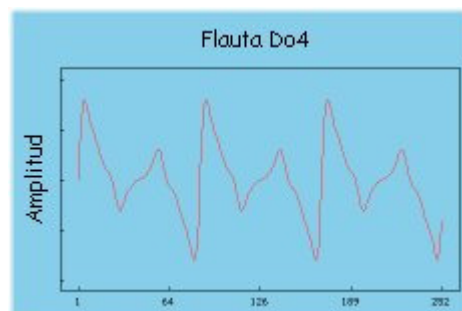
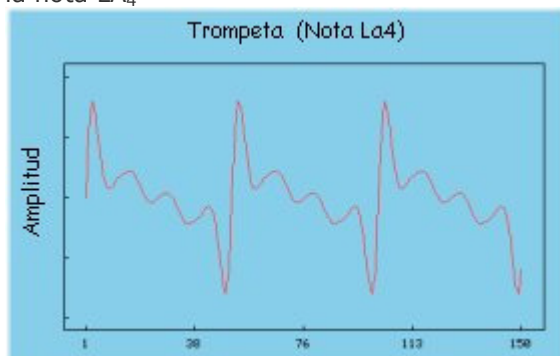
Si has fet servir algun programa de so probablement hauràs vist que aquest es representa per ones. Les ones són funcions trigonomètriques, que representen punts de la forma  $(x, \sin x)$ :



A la pàgina interactiva "Per saber-ne més" a la que correspon aquest text pots construir amb una gràficadora diverses ones. En aquesta mateixa pàgina pots trobar un programa amb el que produir diferents sons com una mateixa nota i veure la seva gràfica.

**La forma d'ona** és la característica que ens permetrà distingir una nota de la mateixa freqüència i intensitat produïda per instruments diferents. La forma d'ona ve determinada pels armònics.

Forma d'ona (o timbre) de la trompeta, en concret la nota LA<sub>4</sub> Forma d'ona (o timbre) d'una flauta, la nota DO<sub>4</sub>



Es recomana visitar la pàgina <http://www.xtec.es/centres/a8019411/caixa/ondas.htm>

# Semblança i Trigonometria



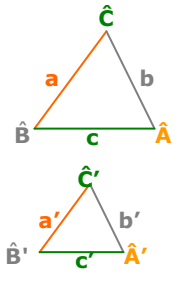
## Recorda el més important

### Polígons semblants

Si tenen els costats proporcionals i els angles iguals.

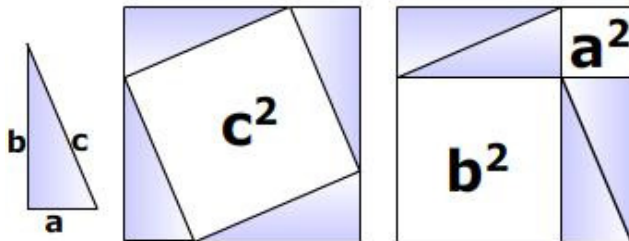
### Triangles semblants

En el cas dels triangles n'hi ha prou que s'acompleixi un dels tres criteris:

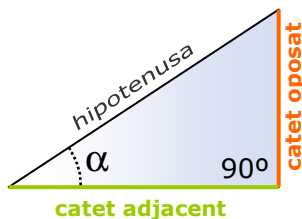
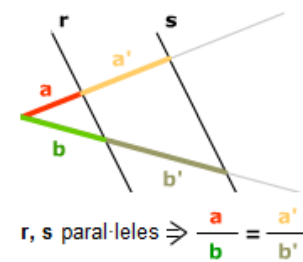


- Angles iguals (amb 2 n'hi ha prou)  
 $\hat{A} = \hat{A}'$  i  $\hat{B} = \hat{B}'$
- Un angle igual i els costats que el formen proporcionals  
 $\hat{A} = \hat{A}'$  i  $\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
- Costats proporcionals  
 $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

### Teorema de Pitàgores $a^2 + b^2 = c^2$



### Teorema de Tales



- ✓ El **sinus** és el quocient entre el catet oposat i la hipotenusa.
- ✓ El **cosinus** és el quocient entre el catet adjacent i la hipotenusa.
- ✓ La **tangent** és el quocient entre el catet oposat i el catet adjacent.

$$\sin \alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{hipotenusa}}$$

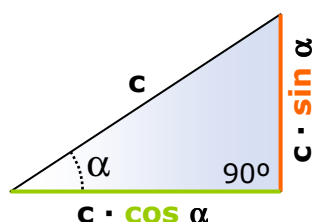
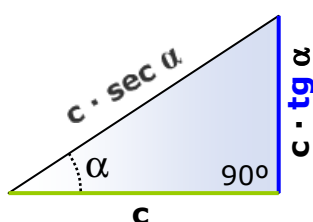
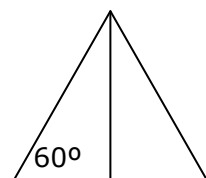
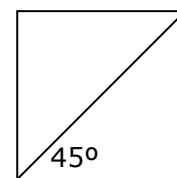
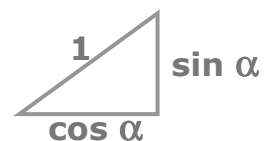
$$\cos \alpha = \frac{\text{catet adjacent}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{catet adjacent}}$$

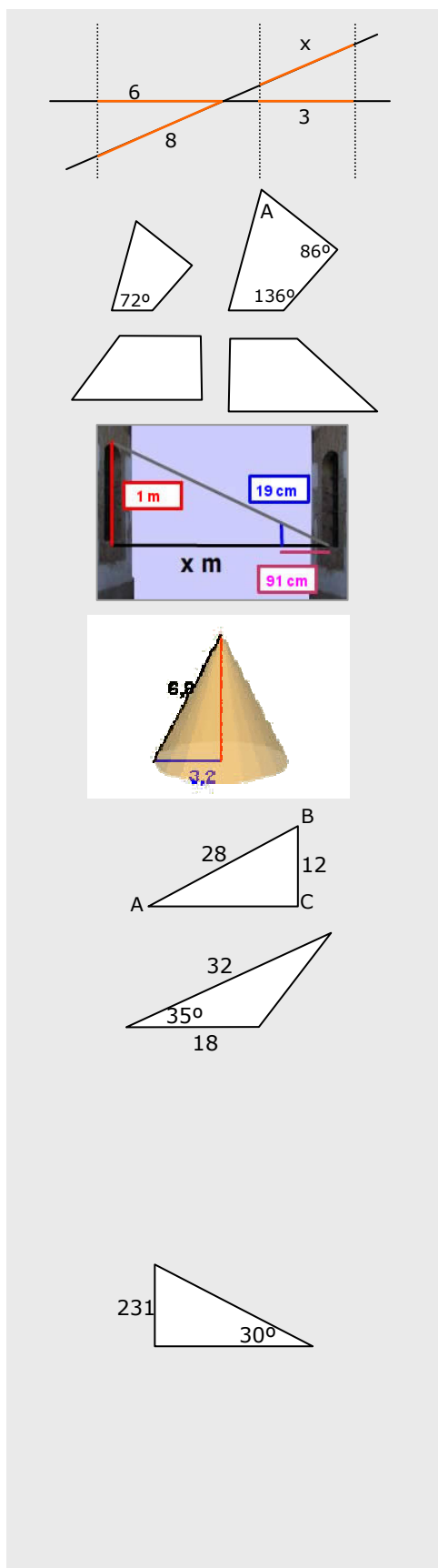
$$\text{tg } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

	30°	45°	60°
Sinus	$\sqrt{1}/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$
cosinus	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{1}/2$

### Relacions fonamentals



**Resoldre** un triangle rectangle consisteix a trobar les mesures dels seus sis elements: tres costats i dos angles (el tercer és 90°), coneguts un costat i un angle o dos costats.



1. Aplica la semblança per calcular el valor de  $x$ .
2. Sabent que els angles d'un quadrilàter sumen  $360^\circ$ , calcula l'angle A.
3. Els polígons de la figura, són semblants?.
4. Com la finestra de la casa de davant és igual que la meua puc saber la seva altura, i amb la visual d'una vareta calcular l'amplada del carrer. Calcula-la.
5. La generatriu d'un con recte mesura 6,8 cm i el radi de la base 3,2 cm. Troba l'altura d'un con semblant a aquest realitzat a escala 1:2.
6. Calcula el valor de  $\operatorname{tg} A$  en el triangle ABC de la figura.
7. Calcula l'àrea del triangle de la figura.
8. Si  $\sin \alpha = 0,8$ , y  $\alpha$  és un angle agut, calcula la  $\operatorname{tg} \alpha$ .
9. L'altura de Torre España és de 231 m. Quant mesura la seva ombra quan la inclinació dels rajos del sol és de  $30^\circ$ ?
10. Calcula l'àrea d'un triangle equilàter de costat 4cm.

# Semblança i Trigonometria

## Solucions dels exercicis per practicar

1. a)  $143/6$  b)  $646/21$

2.  $x=2$   $y=35$

3. 1624 m

4. 64,75

5. 5,94 m

6. 4,26 cm

7. No tenen perquè ser semblants

8. Són semblants

9. 1,12

10. 1,70

11. 97,98 m

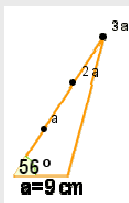
12.  $x^2 + (y-1)^2 = 9$

13. a) 0,5 b) 0,39 c) 1

14. 10,94cm



Prob. 7



Prob. 8

15. 23,75 cm i 10,58 cm

16. 15,45 cm

17. 0,66

18.  $12/13$

19.  $3/4$

20. 10,92 cm

21. 25,98 cm

22. 7,99 m

23. 30,09 m

24. 174,16 m

25. 556,34 m

26. 54,46 cm

27. 22,82 cm

## Solucions AUTOAVALUACIÓ

1. 4

2.  $66^\circ$

3. No són semblants

4.  $91/19$  m = 4,78 m

5. 3 cm

6. 0,47

7. 165,19  $u^2$

8.  $4/3$

9. 400,10 m

10. 6,93  $cm^2$