

Objectius

En aquesta quinzena recordaràs la resolució de sistemes d'equacions i aprendràs a resoldre també alguns sistemes d'inequacions. Quan l'hagis estudiat hauràs de ser capaç de:

- Resoldre un sistema d'equacions lineals amb dues incògnites pels diferents mètodes.
- Identificar el nombre de solucions d'un sistema d'equacions lineals amb dues incògnites.
- Utilitzar els sistemes d'equacions per plantejar i resoldre problemes
- Resoldre sistemes d'inequacions amb una incògnita

Abans de començar.

1. Sistemes d'equacions lineals pàg. 98
Equació lineal amb incògnites
Sistemes d'equacions lineals
Classificació de sistemes

2. Mètodes de resolució pàg. 99
Reducció
Substitució
Igualació

2. Aplicacions pràctiques pàg. 102
Resolució de problemes

3. Sistemes d'inequacions pàg. 104
amb una incògnita
Resolució

Exercicis per practicar

Per saber-ne més

Resum

Autoavaluació

Abans de començar



Els sistemes d'equacions lineals ja van ser resolts pels babilonis, els quals anomenaven les incògnites amb paraules tals com longitud, amplada, àrea o volum, sense que tingués relació amb problemes de mesura.

Un exemple agafat d'una tauleta babilònica planteja la resolució d'un sistema d'equacions en els següents termes:

$$\begin{aligned} 1/4 \text{ amplada} + \text{longitud} &= 7 \text{ mans} \\ \text{longitud} + \text{amplada} &= 10 \text{ mans} \end{aligned}$$

Amb la nostra notació el sistema és:

Amplada: x
Longitud: y
Mans: t

$$\begin{aligned} x + 4y &= 28t \\ x + y &= 10t \end{aligned}$$

Restant la primera de la segona
s'obté: $3y = 18t$

Llavors:

$$\begin{aligned} y &= 6t \\ x &= 4t \end{aligned}$$

Sistemes d'equacions

1. Sistemes d'equacions lineals

Equació lineal amb dues incògnites

Una equació de primer grau s'anomena **equació lineal**.

Una **equació lineal amb dues incògnites** és una igualtat algebraica del tipus: **$ax+by=c$** , on **x** i **y** són les incògnites, i **a** , **b** i **c** són nombres coneguts

Una **solució d'una equació lineal** amb dues incògnites és un parell de valors (x_i, y_i) que fan certa la igualtat.

Una equació lineal amb dues incògnites té infinites solucions i si les representem formen una recta.

$$3x + y = 12$$

Coefficient de $x = 3$, Coefficient de $y = 1$

Terme independent $= 12$

Una solució de l'equació és:

$$x=1 \quad y=9$$

Observa que $3 \cdot (1) + 9 = 12$

Per obtenir més solucions es dona a x el valor que vulguem i es calcula la y

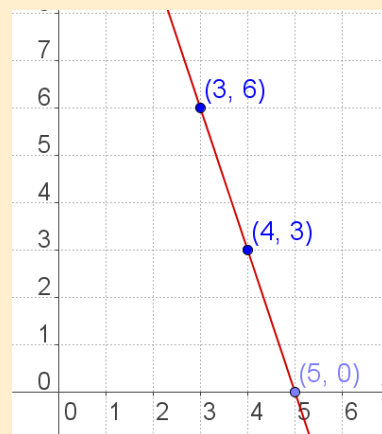
$$x = 0 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 0 = 12$$

$$x = 1 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 1 = 9$$

$$x = 2 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 2 = 6$$

$$x = 3 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 3 = 3$$

Si representem els punts en un sistema d'eixos coordenats formen una recta:



Sistemes d'equacions lineals

Un **sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites** està format per dues equacions lineals de les quals es busca una solució comuna.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

$a_1, b_1, a_2, b_2, c_1, c_2$
són nombres reals

Dos sistemes amb la mateixa solució s'anomenen **equivalents**

Una **solució d'un sistema de dues equacions lineals** amb dues incògnites és un parell de valors (x_i, y_i) que verifiquen les dues equacions a la vegada. **Resoldre el sistema** és trobar-ne una solució.

Sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 3x + 4y = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

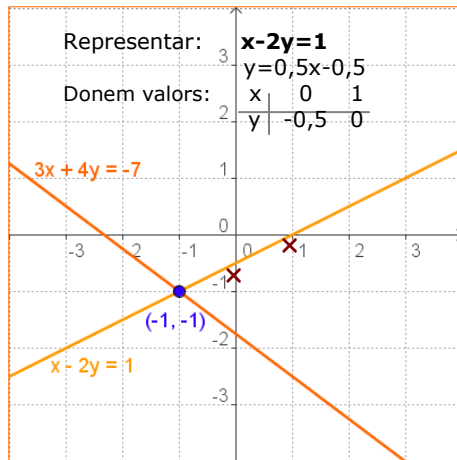
és una solució del sistema anterior

$$\begin{cases} 2(1) + 3(4) = 2 + 12 = 14 \\ 3(1) + 4(4) = 3 + 16 = 19 \end{cases}$$

Classificació de sistemes

En un sistema d'equacions lineals amb dues incògnites, cada equació representa una recta en el pla. Discutir un sistema és estudiar la situació d'aquestes rectes en el pla, que poden ser:

- Secants, el sistema té solució única, s'anomena **Compatible Determinat**.
- Coincidents, el sistema té infinites solucions, és **Compatible Indeterminat**.
- Paral·leles, el sistema no té solució, s'anomena **Incompatible**.



Recorda com es representen les rectes en el pla.

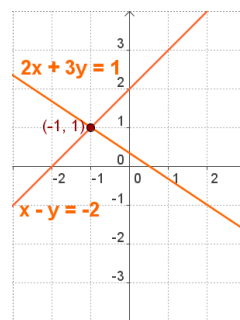
Observa com són els coeficients de les dues equacions en cada cas:

Si $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ les rectes són

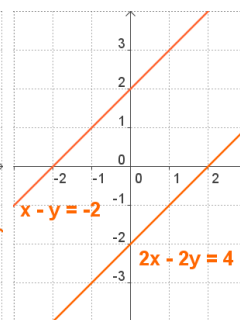
paral·leles

i són coincidents si $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

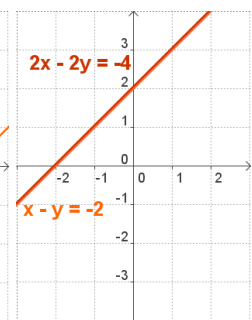
COMPATIBLE DETERMINAT



INCOMPATIBLE



COMPATIBLE INDETERMINAT



2. Resoldre sistemes

Per resoldre un sistema d'equacions utilitzem qualsevol dels tres mètodes següents:

Mètode de substitució

Consisteix en aïllar una de les incògnites en una de les equacions i substituir l'expressió obtinguda a l'altra equació, s'arriba així a una equació de primer grau amb una sola incògnita; trobada aquesta es calcula l'altra.

Mètode d'igualació

Consisteix en aïllar la mateixa incògnita a les dues equacions i igualar les expressions obtingudes. Novament obtenim una equació de primer grau amb una única incògnita.

Mètode de reducció

Consisteix en eliminar una de les incògnites sumant les dues equacions. Per a això es multiplica una de les equacions o totes dues per un nombre de manera que els coeficients de x o de y siguin iguals i de signe contrari.

Resoldre:
$$\begin{cases} 3x + 4y = -7 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

Per **SUBSTITUCIÓ**

Aïllem x de la 2a equació i substituïm a la 1a: $x = 1 + 2y$
 $3(1 + 2y) + 4y = -7$
 $3 + 6y + 4y = -7 \Rightarrow 10y = -10$
 $y = -1$
 $x = 1 + 2 \cdot (-1) = -1$

Per **IGUALACIÓ**

Aïllem x en ambdues equacions i igualem: $\frac{-4y - 7}{3} = 1 + 2y$
 $-4y - 7 = 3(1 + 2y)$
 $-4y - 6y = 3 + 7 \Rightarrow -10y = 10$
 $y = -1$
 $x = -1$

Per **REDUCCIÓ**

Multipliquem per 2 \rightarrow
$$\begin{array}{r} 3x + 4y = -7 \\ 2x - 4y = 2 \\ \hline 5x = -5 \end{array}$$

 Sumant:
 Aleshores: $x = -1$
 I substituïnt: $y = -1$

EXERCICIS resolts

1. Donat el sistema: $\begin{cases} 3x + 2y = 17 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$, raona si els següents parells de nombres són solució.

a) $x=3, y=4$ Sol: Sí, és solució $\begin{cases} 3(3) + 2(4) = 9 + 8 = 17 \\ 5(3) - (4) = 15 - 4 = 11 \end{cases}$

b) $x=5, y=1$ Sol: No és solució $\begin{cases} 3(5) + 2(1) = 15 + 2 = 17 \\ 5(5) - (1) = 25 - 1 = 24 \neq 11 \end{cases}$

c) $x=3, y=1$ Sol: Sí, és solució $\begin{cases} 3(3) + 2(1) = 9 + 2 = 11 \neq 17 \\ 5(3) - (1) = 15 - 1 = 14 \neq 11 \end{cases}$

2. Escriu un sistema de dues equacions tals que la solució sigui:

a) $x=1, y=2$ Sol: $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$

b) $x=3, y=1$ Sol: $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

c) $x=2, y=3$ Sol: $\begin{cases} 3x + 5y = 21 \\ x - 4y = -10 \end{cases}$

3. Fes una taula de valors i troba la solució del sistema: $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 5x - y = 9 \end{cases}$

Sol: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ $3x + 2y = 8 \rightarrow$

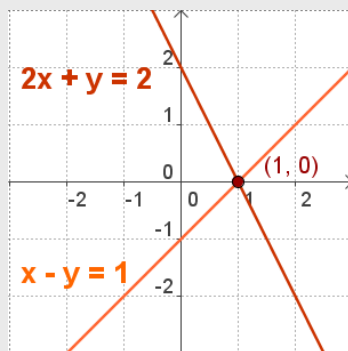
x	-2	-1	0	1	2
y	7	11/2	4	5/2	1

 $5x - y = 9 \rightarrow$

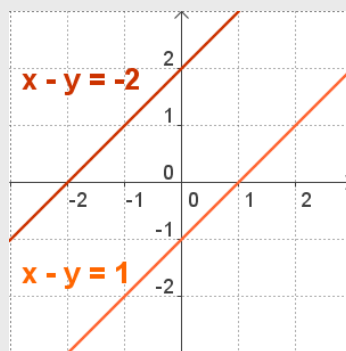
x	-2	-1	0	1	2
y	-19	-14	-9	-4	1

4. Escriu una equació per completar amb la $x - y = 1$, un sistema que sigui:

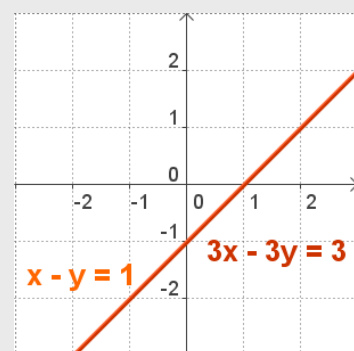
- a) Compatible determinat
b) Incompatible
c) Compatible indeterminat



a) Per exemple $2x + y = 2$



b) Per exemple, $2x - 2y = -3$



c) Per exemple, $3x - 3y = 3$

EXERCICIS resolts

5. Resol per substitució:

$$a) \begin{cases} x + 4y = -25 \\ -10x - 5y = 5 \end{cases}$$

Aïllem x de la 1a equació

$$x = -25 - 4y \quad \text{substituïm a la 2a}$$

$$-10(-25 - 4y) - 5y = 5 \Rightarrow 250 + 40y - 5y = 5$$

$$35y = -245 \Rightarrow y = -7$$

$$x = -25 - 4 \cdot (-7) = 3$$

$$b) \begin{cases} 3x + 5y = 45 \\ -4x - y = -43 \end{cases}$$

Aïllem y de la 2a equació

$$y = -4x + 43 \quad \text{substituïm a la 1a}$$

$$3x + 5(-4x + 43) = 45 \Rightarrow 3x - 20x + 215 = 45$$

$$-17x = -170 \Rightarrow x = 10$$

$$y = -4 \cdot 10 + 43 = 3$$

6. Resol per igualació:

$$a) \begin{cases} -4x + y = 20 & y = 20 + 4x \\ 6x - 9y = 0 & y = 6x / 9 \end{cases}$$

$$20 + 4x = \frac{6x}{9} \Rightarrow 180 + 36x = 6x$$

$$30x = -180 \Rightarrow x = -6$$

$$y = -36/9 = -4$$

$$b) \begin{cases} -3x - 4y = 31 & x = (31 + 4y) / -3 \\ 5x - 9y = 11 & x = (11 + 9y) / 5 \end{cases}$$

$$\frac{31 + 4y}{-3} = \frac{11 + 9y}{5} \Rightarrow 5(31 + 4y) = -3(11 + 9y)$$

$$155 + 20y = -33 - 27y \Rightarrow 47y = -188 \Rightarrow y = -4$$

$$x = (11 - 36) / 5 = -5$$

7. Resol per reducció:

$$a) \begin{cases} 5x - 10y = 25 \\ 8x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$5x - 10y = 25$$

$$\text{Es multiplica per 5} \rightarrow 40x + 10y = 20$$

$$\text{Sumant: } 45x = 45$$

$$x = 1 \quad y = -2$$

$$b) \begin{cases} 5x + 3y = 21 \\ 7x + 8y = 37 \end{cases}$$

$$\text{Es multiplica per } -7 \rightarrow -35x - 21y = -147$$

$$\text{Es multiplica per } 5 \rightarrow 35x + 40y = 185$$

$$\text{Sumant: } 19y = 38$$

$$y = 2 \quad x = 3$$

$$8. \text{ Resol: } \begin{cases} 3(x + 3) = y + 10 \\ x + 2(y + 1) = 7 \end{cases}$$

Es treuen parèntesis i es reorganitza cada equació, quedant el sistema equivalent:

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$\text{que resollem per substitució: } x + 2(3x - 1) = 5 \quad x + 6x - 2 = 5 \quad 7x = 7 \quad x = 1 \quad y = 2$$

$$9. \text{ Resol } \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{5} = \frac{22}{15} \\ 7x - 7y = 28 \end{cases}$$

traient denominadors i simplificant la 2a equació, el sistema es converteix en un d'equivalent.

Per REDUCCIÓ:

$$\begin{cases} 5x - 3y = 22 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rcl} 5x - 3y & = & 22 \\ -3x + 3y & = & -12 \\ \hline 2x & = & 10 \end{array} \Rightarrow x = 5 \quad y = 1$$

Sistemes d'equacions

3. Aplicacions pràctiques

Resolució de problemes

Per resoldre un problema mitjançant un sistema, s'ha de traduir al llenguatge algebraic les condicions de l'enunciat i després resoldre el sistema plantejat.

Comença per llegir detingudament l'enunciat fins a assegurar-te que compreguis bé el que s'ha de calcular i les dades que et donen.

Una vegada resolt el sistema no oblidis donar la solució al problema.

- ✓ La Maria i la seva filla Sara tenen en l'actualitat 56 anys entre les dues. Si d'aquí 18 anys la Sara tindrà 5 anys més que la meitat de l'edat de la seva mare, quina edat té actualment cadascuna?

SOLUCIÓ

Anomenem x a l'edat de la Maria.

y a l'edat de la Sara

La suma de les edats és 56: $x+y=56$

D'aquí 18 anys tindran $x+18$, $y+18$

I llavors l'edat de la Sara serà $y+18=5+(x+18)/2$

El sistema és:

$$\begin{cases} x+y=56 \\ y+18=5+\frac{x+18}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=56 \\ -x+2y=-8 \end{cases}$$

Per Reducció: $3y=48$ $y=16$
 $x=56-16=40$

- ✓ Una parcel·la rectangular té un perímetre de 240 m, si mesura el triple de llargada que d'amplada, quines són les dimensions de la parcel·la?

SOLUCIÓ

Anomenem x a l'amplada de la parcel·la

y a la llargada de la parcel·la

La llargada és el triple de l'amplada: $y=3x$

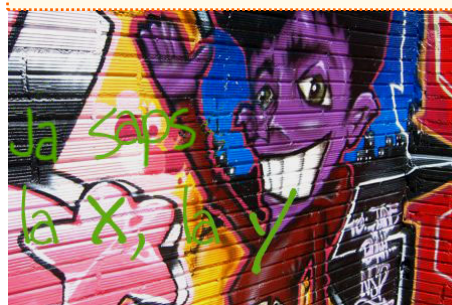
El perímetre és: $2x+2y=240$

El sistema és: $\begin{cases} y=3x \\ x+y=120 \end{cases}$

Per substitució: $x+3x=120$ $4x=120$ $x=30$ m
 $y=90$

Recorda els passos:

- Comprendre l'enunciat
- Identificar les incògnites
- Traduir a llenguatge algebraic
- Plantejar les equacions
- Resoldre el sistema
- Comprovar la solució



Solució: La Maria té 40 anys
La Sara té 16 anys

Comprovació: $40+16=56$
D'aquí 18 anys tindran
58 i 34, $34=5+58/2$

EXERCICIS resolts

10. En Jordi té a la seva cartera bitllets de 10€ i 20€, en total té 20 bitllets i 440€, quants bitllets té de cada tipus?

$$\begin{aligned} & \begin{array}{l} x : \text{Bitllets de 20€} \\ y : \text{Bitllets de 10€} \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y = 20 \\ 20x + 10y = 440 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 20 \rightarrow y = 20 - x \\ 20x + 10(20 - x) = 440 \end{cases} \\ & 20x + 200 - 10x = 440 \rightarrow 10x = 240 \rightarrow x = 24 \\ & y = 20 - x = 20 - 24 = -4 \end{aligned}$$

Té 24 bitllets de 20 € i -4 bitllets de 10 €

11. En un examen de 100 preguntes l'Anna ha deixat sense contestar 9 i ha obtingut 574 punts. Si per cada resposta correcta es sumen 10 punts i per cada resposta incorrecta es resten 2 punts, quantes n'ha contestat bé i quantes malament?

$$\begin{aligned} & \begin{array}{l} x : \text{nre. de respostes correctes} \\ y : \text{nre. de respostes incorrectes} \end{array} \\ & \begin{cases} x + y = 91 \\ 10x - 2y = 574 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 91 \\ 10x - 2(91 - x) = 574 \end{cases} \\ & 10x - 182 + 2x = 574 \rightarrow 12x = 756 \rightarrow x = 63 \text{ preguntes bé, } y = 91 - 63 = 28 \text{ malament} \end{aligned}$$

12. En un curs hi ha 70 alumnes matriculats. A l'últim examen de Matemàtiques han aprovat 39 alumnes, el 70% de les noies i el 50% dels nois. Quants nois i quantes noies hi ha al curs?

$$\begin{aligned} & \begin{array}{l} x : \text{noies} \\ y : \text{nois} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{en total hi ha 70:} \\ \text{aproven 39:} \end{array} \quad \begin{array}{l} x + y = 70 \\ 0,7x + 0,5y = 39 \end{array} \\ & \begin{cases} x + y = 70 \\ 7x + 5y = 390 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 70 \\ -5x - 5y = -350 \end{cases} \\ & 7x + 5y = 390 \\ & 2x = 40 \rightarrow x = 20 \text{ noies} \\ & y = 50 \text{ nois} \end{aligned}$$

13. Si dividim un nombre entre un altre el quocient és 2 i el residu és dos. Si la diferència entre el dividend i el divisor és 54, de quins nombres es tracta?

$$\begin{aligned} & \begin{array}{l} \text{Dividend: } x \\ \text{Divisor: } y \end{array} \quad \begin{array}{l} x - y = 54 \\ x = 2y + 2 \end{array} \\ & \begin{cases} x - y = 54 \\ x = 2y + 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2y + 2 - y = 54 \rightarrow y = 52 \\ x = 2 \cdot 52 + 2 = 106 \end{cases} \end{aligned}$$

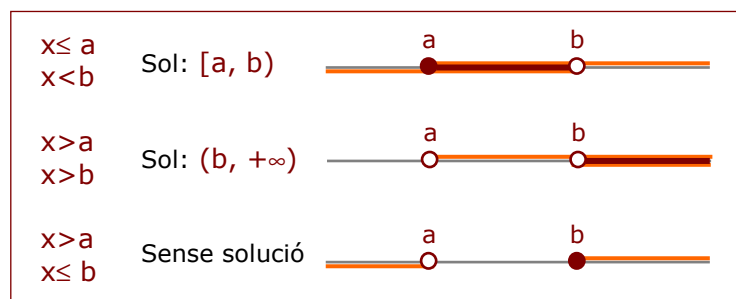
3. Sistemes d'inequacions amb una incògnita

Resolució

Un sistema d'inequacions amb una incògnita està format per dues o més inequacions amb una incògnita.

Per resoldre un sistema d'inequacions amb una incògnita es resol cada inequació per separat i es busca la intersecció de totes les solucions.

La solució serà un interval, una semirecta o pot passar que no hi hagi solució.



$$\begin{cases} 3x - 12 > -3x \\ 3x + 15 \geq 8x \end{cases}$$

Cada inequació per separat:

$$\begin{array}{ll} 3x - 12 > -3x & 3x + 15 \geq 8x \\ 3x + 3x > 12 & 3x - 8x \geq -15 \\ 6x > 12 & -5x \geq -15 \\ x > 2 & x \leq 3 \end{array}$$

Solució:

(2, 3]



EXERCICIS resolts

14. Resol: $\begin{cases} 16x - 9 < 19x \\ 15x + 20 \geq 5x \end{cases}$

$$\begin{array}{l} 16x - 9 < 19x \rightarrow 16x - 19x < 9 \rightarrow -3x < 9 \rightarrow x > -3 \\ 15x + 20 \geq 5x \rightarrow 15x - 5x \geq -20 \rightarrow 10x \geq -20 \rightarrow x \geq -2 \end{array}$$



15. Resol: $\begin{cases} -11x < 3x - 28 \\ 14x + 42 \geq 16x \end{cases}$

$$\begin{array}{l} -11x < 3x - 28 \rightarrow -11x - 3x < -28 \rightarrow -14x < -28 \rightarrow x > 2 \\ 14x + 42 \geq 16x \rightarrow 14x - 16x \geq -42 \rightarrow -2x \geq -42 \rightarrow x \leq 6 \end{array}$$



16. Resol: $\begin{cases} 3(2x + 5) < x \\ 13x \leq 16x - 18 \end{cases}$

$$\begin{array}{l} 3(2x + 5) < x \rightarrow 6x + 15 < x \rightarrow 5x < -15 \rightarrow x < -3 \\ 13x \leq 16x - 18 \rightarrow 13x - 16x \leq -18 \rightarrow -3x \leq -18 \rightarrow x \geq 6 \end{array}$$



Per practicar



1. Calcula el valor de c per a què la solució de l'equació, $x + 7y = c$ sigui:

- a) $x = 1$, $y = 2$
- b) $x = 3$, $y = -3$
- c) $x = 5$, $y = 0$
- d) $x = -2$, $y = 3$

2. Troba una solució (x,y) de l'equació $-4x + y = 17$ sabent que:

- a) $x = 1$
- b) $y = -7$

3. Escribe un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites que tinguin solució:

- a) $x = 4$, $y = -3$
- b) $x = 1$, $y = -2$
- c) $x = 0$, $y = 5$
- d) $x = 1$, $y = 1$

4. Escribe un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites que:

- a) tingui infinites solucions
- b) tingui una única solució
- c) no tingui solució

5. Raona si el punt (x,y) és solució del sistema:

- a) $x = 3$, $y = 4 \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$
- b) $x = 1$, $y = 2 \rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases}$

6. Resol gràficament els següents sistemes:

- a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x + 2y = 12 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$

7. Resol per reducció:

- a) $\begin{cases} 2x + y = 15 \\ x - 2y = -15 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} -7x + 6y = -29 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$

8. Resol per substitució:

- a) $\begin{cases} x - 12y = 1 \\ -4x - 9y = 15 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} x + 6y = 3 \\ -9x + 2y = -83 \end{cases}$

9. Resol per igualació:

- a) $\begin{cases} x - 2y = 17 \\ 7x - 6y = 47 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} x - 4y = 32 \\ x - 3y = -17 \end{cases}$
- c) $\begin{cases} x - 2y = -14 \\ x + 4y = 4 \end{cases}$

10. Resol els següents sistemes pel mètode que consideris més adequat:

- a) $\begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{y}{4} = -\frac{3}{5} \\ 4x - 2y = 12 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{8} = \frac{-3}{8} \\ 8x + 5y = 33 \end{cases}$
- c) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \frac{8}{3} \\ 7x + 3y = 34 \end{cases}$
- d) $\begin{cases} \frac{x}{9} - \frac{y}{2} = \frac{4}{9} \\ 5x - 7y = 20 \end{cases}$

- 11.** Troba dos nombres sabent que el major més sis vegades el menor és igual a 62 i el menor més cinc vegades el major és igual a 78.
- 12.** Dos nombres sumen 241 i la seva diferència és 99. Quins nombres són?
- 13.** En Pere té 335 € en bitllets de 5€ i de 10€; si en total té 52 bitllets, quants en té de cada classe?
- 14.** En un hotel hi ha 67 habitacions entre dobles i senzilles. Si el nombre total de llits és 92, quantes habitacions hi ha de cada tipus?
- 15.** Si es vol mesclar vi de 1 €/litre amb vi de 3 €/litre per obtenir una mescla de 1,2 €/litre. Quants litres haurem de posar de cada preu per obtenir 2000 litres de mescla?
- 16.** En un magatzem hi ha dos tipus de llums, les del tipus A que utilitzen 2 bombetes i les del tipus B que utilitzen 7 bombetes. Si en total al magatzem hi ha 25 llums i 160 bombetes, quants llums hi ha de cada tipus?
- 17.** En un parc d'atraccions pujar a la nòria costa 1 € i pujar a la muntanya russa 4 €. L'Anna puja un total de 13 vegades i gasta 16 €. Quantes vegades ha pujar a cada atracció?
- 18.** En un corral hi ha ovelles i gallines, en total 77 i si contem les potes obtenim 274 en total. Quantes ovelles i quantes gallines hi ha?
- 19.** Troba un nombre de dues xifres sabent que la suma de d'aquestes és 7 i la diferència entre el nombre i el que resulta quan les intercanviem és 27.
- 20.** La suma de les edats de la Lluïsa i d'en Miquel és 32 anys. D'aquí 8 anys l'edat d'en Miquel serà dues vegades l'edat de la Lluïsa. Quines edats tenen tots dos?
- 21.** La Maria ha comprat uns pantalons i un jersei. Els preus d'aquestes peces sumen 77€, però li han fet un descompte del 10% en els pantalons i un 20% en el jersei, pagant en total 63'6€. Quin és el preu sense rebaixar de cada peça?
- 22.** Troba dos nombres tals que si es divideixen el primer pel 3 i el segon per 4, la suma dels quocients és 15, a la vegada que si es multiplica el primer per 2 i el segon per 5 la suma dels productes és 188.
- 23.** Resol els sistemes d'inequacions:
- a) $\begin{cases} -3x < 2(-6x + 8) \\ -16x - 31 \leq -5x \end{cases}$ b) $\begin{cases} -9x \geq 12x - 28 \\ 6(x + 5) < 2x \end{cases}$
- c) $\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \\ 2x - 56 < 11x \end{cases}$ d) $\begin{cases} 16x - 39 < 5x \\ -4x \geq 12x - 15 \\ 6(2x + 7) \leq 2x \end{cases}$
- 24.** La Rosa vol comprar globus i serpentines per adornar la festa de final de curs. Vol comprar doble nombre de paquets de globus que de serpentines i no vol comprar menys de 30 paquets de globus. Si el paquet de serpentines val 4€ i el de globus 3€, i a més no vol gastar més de 248€, quants paquets de serpentines pot comprar?
- 25.** La piscina de l'edifici A és un quadrat i la de l'edifici B un rectangle, un dels costats mesura el mateix que el del quadrat i l'altre 6 m. Per a quines mesures del costat del quadrat el perímetre de la piscina de l'edifici A és major que el de la piscina de l'edifici B?
- 26.** En Pere té 87 € per comprar tots els discs del seu cantant preferit. Si cada disc costés 23 € no tindria suficients diners, però si en costés 15 € llavors li en sobrarien. Quants discos té el cantant?



Sistemes d'inequacions de primer grau amb dues incògnites

Un sistema d'inequacions amb dues incògnites, està format per dues o més inequacions amb dues incògnites.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y < c_1 \\ a_2x + b_2y < c_2 \end{cases}$$

Es resol gràficament.

Per representar gràficament la solució d'un sistema d'inequacions de primer grau amb dues incògnites, es representa el semiplà solució de cada inequació i s'agafa la intersecció de tots els semiplans representats

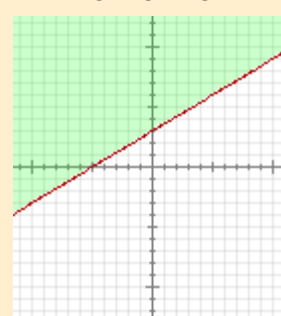
$$\begin{cases} x + 8y > -8 \\ -3x + 15y > 15 \end{cases}$$

Es resol per separat cada inequació:

$$x + 8y > -8$$



$$-3x + 15y > 15$$



La solució és la zona comuna a les dues solucions, la zona ratllada en vermell



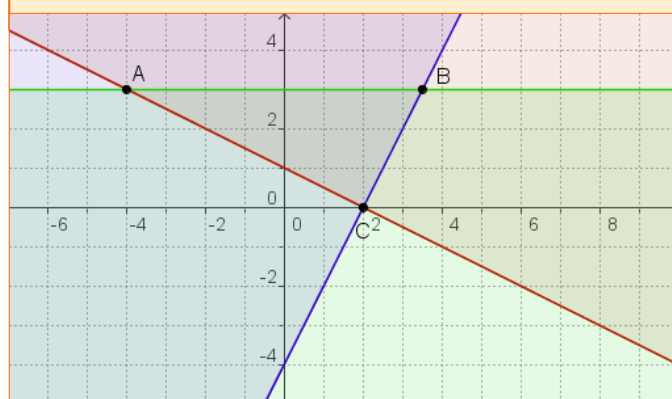
UN ALTRE EXEMPLE

$$x + 2y - 2 \geq 0$$

$$2x - y - 4 \leq 0$$

$$y - 3 \leq 0$$

La solució és el triangle de vèrtexs ABC, regió comuna a les tres zones



Sistemes d'equacions



Recorda el més important

Sistemes de dues equacions de primer grau amb dues incògnites

Ve donat per l'expressió:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$$

a, b, p, q són els coeficients
c i r són els termes independents

Mètodes de resolució

- Reducció
- Substitució
- Igualació

Classificació

- **Sistema Compatible Determinat**

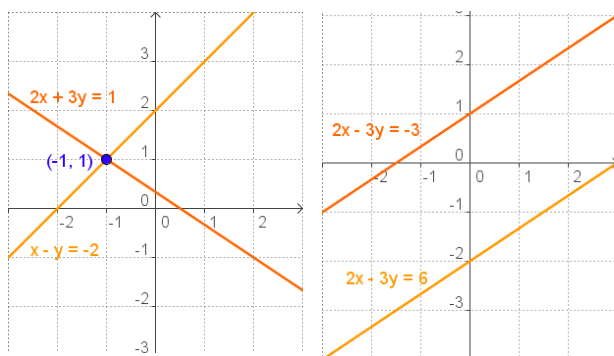
El que té una única solució

- **Sistema Compatible Indeterminat**

El que té infinites solucions

- **Sistema Incompatible**

El que no té solució



Sistemes d'inequacions amb una incògnita

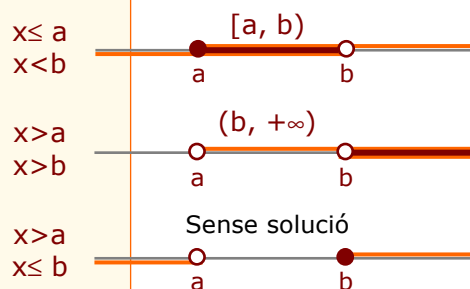
La solució d'una inequació és un conjunt de punts de \mathbb{R} . Serà d'alguna d'aquestes formes:

$$\begin{aligned} x &> a \rightarrow (-\infty, a) \\ x &\leq a \rightarrow (-\infty, a] \\ x &> a \rightarrow (a, +\infty) \\ x &\geq a \rightarrow [a, +\infty) \end{aligned}$$

Dues o més inequacions lineals amb una incògnita formen un **sistema d'inequacions lineals**.

Per **resoldre** un sistema d'inequacions amb una incògnita es resol cada una per separat.

La solució del sistema és la **intersecció** de totes les solucions.



Per resoldre problemes

- ✓ Comprendre l'enunciat.
- ✓ Identificar les incògnites.
- ✓ Traduir al llenguatge algebraic.
- ✓ Resoldre el sistema.
- ✓ Comprovar les solucions.

Autoavaluació



1. Escriu un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites que tingui per solució: $x=5$, $y=-9$
2. Troba el valor de a per a què el sistema següent sigui compatible indeterminat.
$$\begin{cases} ax - 6y = 3 \\ -12x - 24y = -12 \end{cases}$$
3. Resol el sistema:
$$\begin{cases} 11x - 4 \leq 12x \\ -2x + 14 \geq 5x \end{cases}$$
4. Escriu una solució de l'equació: $-x + 2y = 4$
5. Resol per reducció:
$$\begin{cases} 3x + y = 13 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$
6. Resol per substitució:
$$\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$$
7. Resol per igualació:
$$\begin{cases} x + 4y = 23 \\ x + 5y = 28 \end{cases}$$
8. Troba dos nombres que difereixin 18 i la seva mitjana aritmètica sigui 124
9. Indica quin tipus de sistema és:
$$\begin{cases} 2x + 10y = 56 \\ x + 5y = 28 \end{cases}$$
10. Troba les dimensions d'un rectangle de perímetre 692 cm si la base mesura 40 cm menys que l'altura.

Sistemes d'equacions

Solucions dels exercicis per practicar

1. a) 15 b) -18
c) 5 d) 19
2. a) $x = 1$ $y = 21$
b) $x = -6$ $y = -7$
3. a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$
c) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$
4. a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$
c) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$
5. a) no b) sí
6. a) Hi ha infinites solucions
b) $x = 5$ $y = 3$
7. a) $x = 3$ $y = 9$
b) $x = 5$ $y = 1$
8. a) $x = -3$ $y = -1/3$
b) $x = 9$ $y = -1$
9. a) $x = -1$ $y = -9$
b) $x = 4$ $y = 7$
10. a) $x=7$ $y=8$ b) $x=1$ $y=5$
c) $x=4$ $y=2$ d) $x=4$ $y=0$
11. 14 i 8
12. 170, 71
13. 80 i 320
14. 15 de 10€ i 37 de 5€
15. 25 dobles i 42 senzilles
16. 1800 litres de 1€ i 200 litres de 3€
17. 3 de tipus A i 22 de tipus B
18. 12 cops a la nòria i 1 a la muntanya
19. 17 gallines i 60 ovelles
20. El nombre 52
21. Els pantalons 20€ i el jersei 57€
22. La Lluïsa en té 8, i en Miquel 24 anys
23. a) $[31/11, 16/9]$ b) $(-\infty, -15/2]$
c) $[0, 3]$ d) $(-\infty, -21/5]$
24. entre 15 i 24
25. $x > 6$
26. entre 4 i 5 discos

Solucions AUTOAVALUACIÓ

1. $\begin{cases} x + y = -4 \\ x - y = 14 \end{cases}$
2. $a = -3$
3. $[-4, 2]$
4. $x=0$ $y=2$
5. $x=4$ $y=1$
6. $x=2$ $y=3$
7. $x=3$ $y=5$
8. 133 i 115
9. SCI
10. base=153 altura=193

