

Funciones lineales

Contenidos

1. Función de proporcionalidad directa
   Definición
   Representación gráfica

2. Función afín
   Definición
   Representación gráfica

3. Ecuación de la recta
   Forma punto-pendiente
   Recta que pasa por dos puntos
   Forma general

4. Posición relativa de dos rectas
   Análisis en forma explícita
   Análisis en forma general

5. Aplicaciones
   Problemas simples
   Problemas combinados

Objetivos

- Identificar problemas en los que intervienen magnitudes directamente proporcionales.
- Calcular la función que relaciona a esas magnitudes a partir de diferentes datos y representarla gráficamente.
- Representar estas funciones de diferentes maneras.
- Comparar funciones de este tipo.
- Resolver problemas reales en los que intervienen estas funciones.

Autor: Aurelio Conde Casas

Bajo licencia
Creative Commons
Si no se indica lo contrario.



Antes de empezar

Observa la escena de la derecha. En la escena se muestra la relación entre el tiempo transcurrido y el tamaño del trozo de vela consumida.

EJERCICIO:
Completa la siguiente tabla:

Tiempo transcurrido (en horas)	1	2	4	6	8
Tamaño del trozo consumido (en mm)					

Investiga

Si una sandía pesa 3Kg y otra pesa 6Kg nos cobrarán el doble por la segunda. Pero, si la primera tiene un diámetro de 15 cm y la otra lo tiene de 30 cm, ¿el precio de la segunda será el doble que el de la primera? Intenta encontrar la respuesta y dar una explicación razonada.

Pulsa en el botón  para hacer unos ejercicios.

Cuando hayas hecho varios ejercicios pulsa  para ir a la página siguiente.

1. Función de proporcionalidad directa

1.a. Definición

Lee en la pantalla la explicación teórica de este.

EJERCICIO:
La ecuación de una función de proporcionalidad directa o lineal es: **f(x)=mx**. Define:

FUNCIÓN LINEAL:	
PENDIENTE:	

Observa la gráfica de la derecha en la que se muestra la relación entre el tiempo transcurrido desde el lanzamiento de la lanzadera espacial y su velocidad.

EJERCICIO:
¿Qué función relaciona ambas magnitudes (tiempo y velocidad)? _____

¿Cuál es la pendiente? _____

¿Cuál es la velocidad a los 225 segundos? _____

Cuando hayas comprendido bien los conceptos … Pulsa en  para ver unos ejemplos.

EJERCICIO

1. Determina si las relaciones entre las parejas de magnitudes siguientes son lineales o no, escribiendo para ello la ecuación que las relaciona.
   a. Relación entre el precio inicial y el precio rebajado con un 10%.
   b. Relación entre el peso y el volumen de un material en condiciones constantes de presión y temperatura.
   c. Un banco ofrece un depósito anual al 5% con una comisión fija de 20€. Relación entre la cantidad invertida y los intereses recibidos.
   d. Relación entre el área de un cuadrado y la longitud de su lado.

Cuando acabes … Pulsa para ir a la página siguiente.

1.b. Representación gráfica

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO:
Completa:

Las funciones lineales se representan gráficamente como _____.
La gráfica de todas las funciones lineales pasa por el punto _____.
Para dibujar la gráfica basta con obtener otro punto y unirlo con _____.
Si m es positiva, representa _____.

Observa en la escena cómo se construye la gráfica de una función lineal.

EJERCICIOS de Refuerzo

a) Representa gráficamente las siguientes funciones lineales:

y = -2x	y = -0.5x	y = 0.2x	y = 2x

b) Averigua la pendiente de cada una de las funciones anteriores.

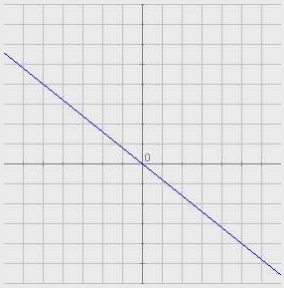
	y = -2x	y = -0.5x	y = 0.2x	y = 2x
Pendiente				

Pulsa en para hacer unos ejercicios.

EJERCICIO

2. Determina las ecuaciones de las funciones lineales cuyas gráficas son:

a) 

b) 

Cuando acabes … Pulsa para ir a la página siguiente.

2. Función afín

2.a. Definición

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO:
¿Cuál es la ecuación de una función afín? _____
¿Qué es la ordenada en el origen? _____

Practica con la escena para ver distintas funciones afines.

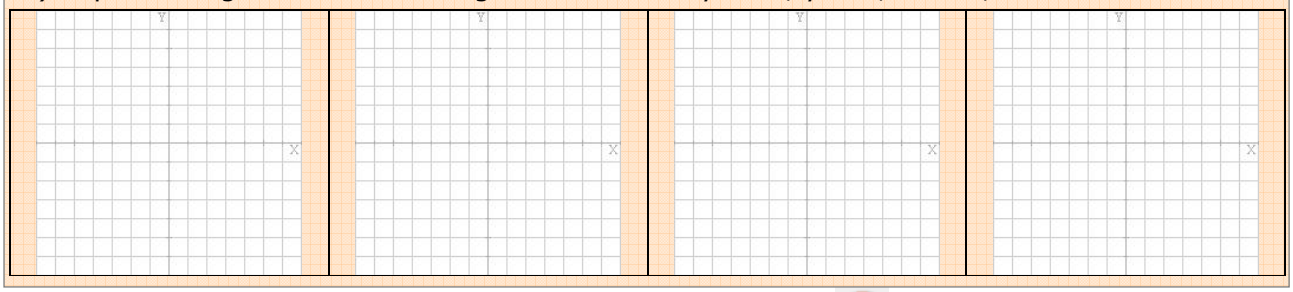
EJERCICIO:
¿Es constante el cociente entre f(x) y x? _____
¿Pasan por el punto (0,0) las funciones afines? _____

Pulsa en para ver un caso particular.

El caso particular que has visto es aquel en el que la pendiente es nula y la recta es por tanto horizontal. El caso contrario es cuando la recta es vertical y se dice que la pendiente es infinito. En este caso la ecuación es **x=n** y no es una función.

EJERCICIO de Refuerzo

c) Representa gráficamente las siguientes rectas: y = -2, y = 2, x = -2, x = 2.



Cuando acabes … Pulsa para ir a la página siguiente.

2.b. Representación gráfica

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado y observa en la escena como se construye la gráfica de una función afín.

EJERCICIOS de Refuerzo

d) Representa gráficamente las siguientes funciones afines:

y = -2x + 2	y = 2x - 2	y = 0.5x - 1	y = -0.5x + 3

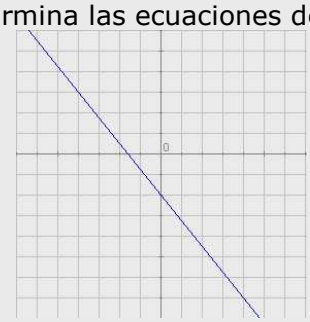
e) Averigua la pendiente y la ordenada en el origen de cada una de las funciones anteriores.

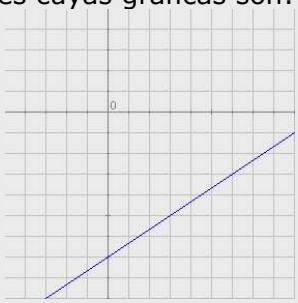
	y = -2x + 2	y = 2x - 2	y = 0.5x - 1	y = -0.5x + 3
m				
n				

Pulsa en  para hacer unos ejercicios.

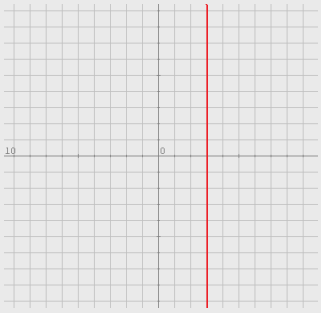
EJERCICIOS

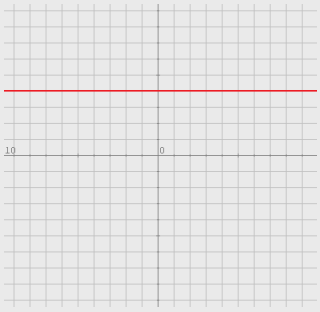
3. Determina las ecuaciones de las funciones afines cuyas gráficas son:

a) 

b) 

4. Determina las ecuaciones de las rectas:

a) 

b) 

Cuando acabes … Pulsa  para ir a la página siguiente.

3. Ecuación de la recta

3.a. Forma punto-pendiente

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO:
Completa:

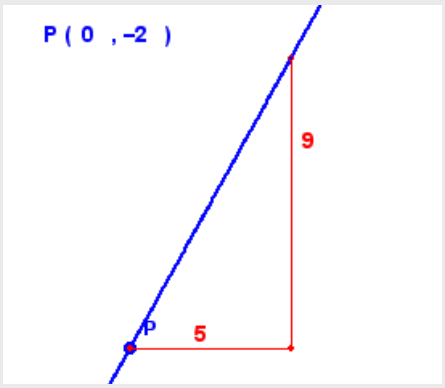
La ecuación _____ que has visto en el apartado anterior se denomina _____ _____ de la ecuación de la recta, y nos permite hallar dicha ecuación cuando conocemos la _____ y _____.
Cuando sólo conocemos _____, m, y las coordenadas de otro de los puntos de la recta, _____, su ecuación es _____. Esta ecuación recibe el nombre de _____ de la ecuación de la recta.

Observa en la escena cómo se obtiene la forma punto-pendiente de la ecuación de la recta y cómo se pasa a la forma explícita.

Pulsa en  para practicar estos conceptos con unos ejercicios resueltos.

EJERCICIOS

5. Halla la ecuación de la recta que pasa por P (-8,-5) y tiene pendiente m = 2/7.
6. Determina la ecuación de esta recta:



Cuando acabes … Pulsa  para ir a la página siguiente.

3.b. Recta que pasa por dos puntos

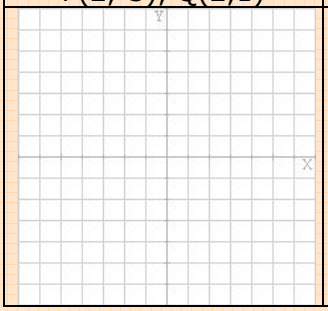
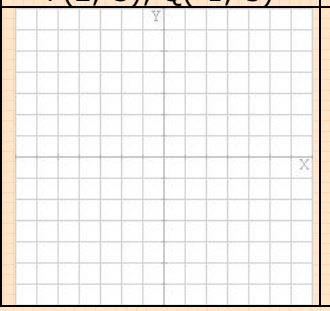
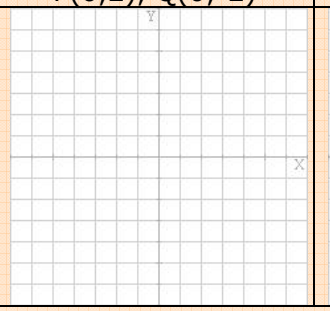
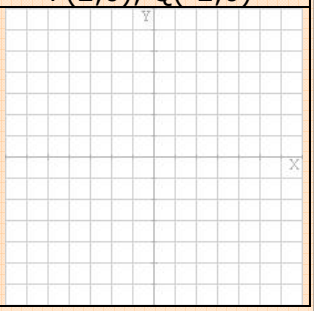
Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO:
La ecuación de la recta que pasa por los puntos $P(x_0,y_0)$ y $Q(x_1,y_1)$ es: _____ .
Esta ecuación recibe el nombre de _____ .

Observa en la escena cómo se obtiene la forma continua de la ecuación de la recta y los casos especiales.

EJERCICIOS de Refuerzo

f) Representa gráficamente las rectas que pasan por los puntos que se indican y halla las ecuaciones de dichas rectas:

P(2,-3), Q(2,1)	P(2,-3), Q(-1,-3)	P(0,2), Q(0,-2)	P(2,0), Q(-2,0)
			

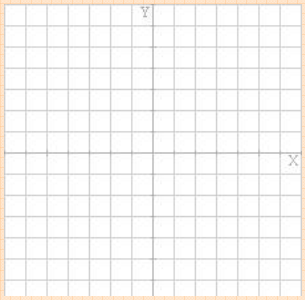
Después… Pulsa en  para ver unos ejemplos.

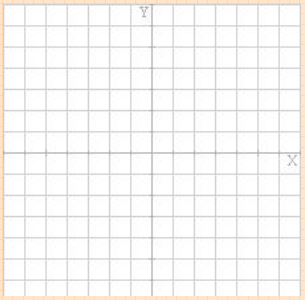
EJERCICIOS

7. Halla la ecuación de la recta que pasa por P (5,-9) y Q(6,8). Pasa a forma explícita y determina la pendiente y la ordenada en el origen.
8. Halla la ecuación de la recta que pasa por P (7,4) y Q(-3,-1). Pasa a forma explícita y determina la pendiente y la ordenada en el origen.

EJERCICIO de Refuerzo

g) Representa gráficamente las rectas del ejercicio anterior:

7. 

8. 

Cuando acabes … Pulsa  para ir a la página siguiente.

3.c. Forma general

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO:
La forma más habitual de representar rectas es _____
cuya ecuación es: _____ .
Si B = 0 se trata de una recta _____ .
Si A = 0 se trata de una recta _____ .
Si B no es cero la pendiente de la recta es _____ .

Observa en la escena la representación de una recta en forma general y cómo se pasa de cualquier forma de la ecuación de la recta a la forma general.

Después… Pulsa en  para practicar un poco.

EJERCICIOS

9. Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto (1,-7) y cuya pendiente es –2/3. Después pasa a forma general.
10. Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto (-4,-2) y de pendiente 0. Después pasa a forma general.
11. Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos P(2,-2) y Q(-8,3). Luego pasa a forma general.
12. Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos P(5,-2) y Q(3,-2). Luego pasa a forma general.
13. Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos P(6,5) y Q(6,-2). Luego pasa a forma general.
14. Representa gráficamente las rectas cuya ecuaciones generales son **x + y – 5 = 0** y **x – y + 5 = 0**.

Cuando acabes … Pulsa  para ir a la página siguiente.

4. Posición relativa de dos rectas

4.a. Análisis en forma explícita

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO:
Dadas dos rectas $\mathbf{y = m_1x + n_1}$ e $\mathbf{y = m_2x + n_2}$.
¿Cuándo son secantes? _____ .
¿Cuándo son paralelas? _____ .

Observa en la escena diferentes ejemplos de rectas secantes y rectas paralelas.

Después… Pulsa en  para ver unos ejemplos.

EJERCICIOS

15. Determina la posición relativa de las rectas **y = - 4x + 1**, **y = 4x**. En caso de que sean secantes, determina las coordenadas del punto de corte.
16. Determina la posición relativa de las rectas **y = - 2x + 3**, **y = -2x - 2**. En caso de que sean secantes, determina las coordenadas del punto de corte.

Cuando acabes … Pulsa  para ir a la página siguiente.

4.b. Análisis en forma general

Lee en la pantalla el texto.

EJERCICIO:
Dadas dos rectas $\mathbf{A_1x + B_1y + C_1 = 0}$ y $\mathbf{A_2x + B_2y + C_2 = 0}$.
¿Cuándo son secantes? _____ .
¿Cuándo son paralelas? _____ .

Cambia los valores de A_1 y A_2 en la escena para ver cuando son paralelas y cuando secantes las rectas roja y azul.

EJERCICIOS de Refuerzo

h) Calcula el punto de corte en el caso $A_1 = 3$, $A_2 = 4$.

i) Calcula el punto de corte en el caso $A_1 = 2$, $A_2 = 5$.

Después… Pulsa en  para ver unos ejemplos.

EJERCICIOS

17. Determina la posición relativa de las rectas **x – 3y – 1 = 0**, **4x + y + 1 = 0**. En caso de que sean secantes, determina las coordenadas del punto de corte.
18. Determina la posición relativa de las rectas **2x – 5y – 1 = 0**, **-4x + 10y + 1 = 0**. En caso de que sean secantes, determina las coordenadas del punto de corte.

Cuando acabes … Pulsa  para ir a la página siguiente.

5. Aplicaciones

5.a. Problemas simples

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO:
Completa:
Las funciones lineales describen _____ _____ . La representación gráfica será una recta cuya pendiente nos informa de _____ de una magnitud con respecto a la otra y la ordenada en el origen nos informa sobre las _____ .
En la descripción de fenómenos reales es frecuente que las magnitudes que se relacionan vengan dadas por números de tamaños _____, por lo que al representarlas gráficamente habrá que escoger unas _____ en los ejes correspondientes

En la escena se muestran algunos ejemplos de obtención de funciones a partir de la pendiente y la ordenada en el origen o a partir de valores de la misma, tanto de funciones lineales como afines. Estúdialos con atención antes de hacer los ejercicios siguientes.

EJERCICIOS

19. En una ciudad tienen implantada la Ordenanza de Regulación del Aparcamiento (O.R.A.). La norma indica que se debe pagar cierta cantidad por cada minuto y que no hay un mínimo.



Juan pone 1,20€ y el parquímetro indica que dispone de 30 minutos. Sara con 1€ tiene 25 minutos.

Halla la ecuación que relaciona el precio con el tiempo y dibújala. ¿Cuánto hay que pagar por un aparcamiento de 50 minutos? Si pago 0,84€ ¿de cuánto tiempo dispongo?

20. En los países anglosajones suelen usar la escala Farenheit para medir temperaturas. En esta escala el punto de congelación del agua se alcanza a 32ºF y el de ebullición a 212ºF.



Nosotros usamos la escala Celsius en la que esos puntos se alcanzan a 0ºC y 100ºC respectivmente.

Halla la ecuación que relaciona ºC con ºF y dibújala. ¿A cuántos ºC equivalen 80ºF? ¿A cuántos ºF equivalen 36ºC?

21. En un comercio aplican el 15% de descuento a todos sus productos.



Halla la ecuación que relaciona el precio rebajado con el original y dibújala.

¿Cuánto cuesta una camisa que antes costaba 75€?

He pagado por unos pantalones 42,50€ ¿cuánto costaban antes?

22. En un banco nos ofrecen un plazo fijo al 4% anual con una comisión de mantenimiento de 15€ anuales, sea cual sea la inversión realizada.



Halla la ecuación que relaciona el interés producido con el capital invertido.

¿Cuánto producirán 3000€ en un año?

¿Cuánto se ha invertido si se han recibido 185€?

Cuando acabes … Pulsa para ir a la página siguiente.

5.b. Problemas combinados

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO:
Completa:
Donde realmente resulta interesante la aplicación de funciones lineales es en el estudio de _____ de forma que podamos _____ con facilidad.

Estudia con detenimiento los problemas combinados que se muestran como ejemplo en la escena.

EJERCICIOS

23. Quiero comprarme un teléfono móvil y he visitado varias compañías.

La compañía A me ofrece una cuota fija de 9€ al mes más 6 céntimos por minuto.

La compañía B me ofrece pagar sólo por el consumo a 0,20€/min.

La compañía C me ofrece un coste de 0,10€/min con un consumo mínimo de 10€.



¿Qué compañía me interesa más?

24. Final de etapa. En una etapa con final en alto un escapado está a 6 Km de la meta y circula a 9 Km/h. El grupo perseguidor se encuentra a 10 Km del final corriendo a 12 Km/h. ¿Alcanzarán al escapado si mantienen las velocidades? En caso afirmativo ¿cuánto tardarán y a qué distancia de la meta?

25. Repite el problema anterior suponiendo que el grupo perseguidor se encuentra a 8 Km de la meta.

Cuando acabes … Pulsa para ir a la página siguiente.

Recuerda lo más importante – RESUMEN

Funciones lineales

Son las funciones que relacionan magnitudes _____ y su ecuación es de la forma _____ .

Su representación gráfica es siempre una línea _____ que _____.
La pendiente, m, es la _____.

Funciones afines

Relacionan magnitudes directamente proporcionales sometidas a alguna _____ _____. Tienen la forma _____.

Su gráfica es una recta de pendiente m que pasa por el punto _____ (n es la _____ **en el origen**).

Ecuación de la recta

Forma explícita: _____.

Forma punto-pendiente: _____.

Recta por dos puntos: _____.

Forma general: _____.

Posición relativa de dos rectas

- r_1: $y=m_1+n_1$; r_2: $y=m_2+n_2$

  Son paralelas si _____ .

  Son secantes si _____.

- r_1:$A_1x+B_1y+C_1=0$; r_2:$A_2x+B_2y+C_2=0$

  Son paralelas si _____ .

  Son secantes si _____.

Casos particulares

La pendiente de una recta horizontal es _____ y su ecuación es _____ .
Es una función _____ .

La pendiente de una recta vertical es _____ y su ecuación es _____. No es una _____.

Pulsa para ir a la página siguiente

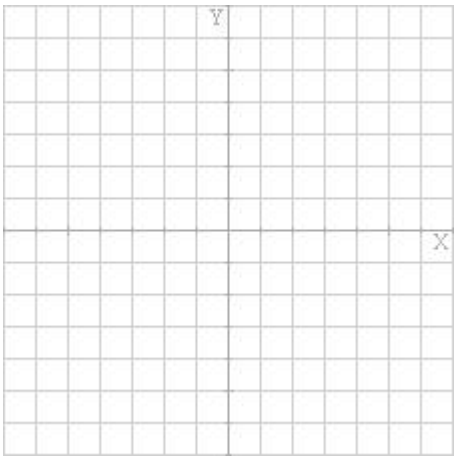
Para practicar

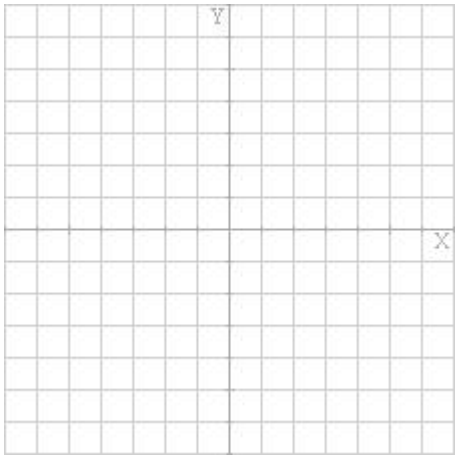
En esta unidad encontrarás Ejercicios con gráficas y ecuaciones y Problemas con funciones lineales y afines. Haz al menos uno de cada clase y una vez resuelto comprueba la solución.

Ejercicios con gráficas y ecuaciones

DIBUJA LA GRÁFICA

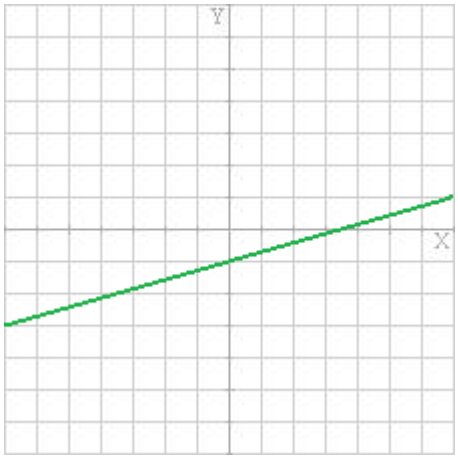
1. Representa gráficamente las rectas de ecuaciones _____ y _____.





DETERMINA LA ECUACIÓN

2. Halla la ecuación de la recta de la imagen:



FORMAS DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA I

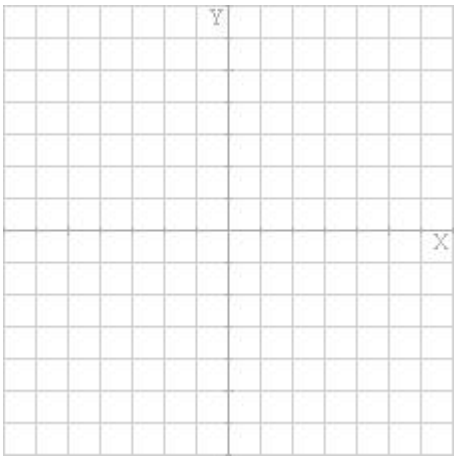
3. Calcula la forma general de la ecuación de la recta que pasa por el punto P _____ y cuya pendiente es m = _____.

FORMAS DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA II

4. Calcula la forma general de la ecuación de la recta que pasa por los puntos P _____ y Q _____.

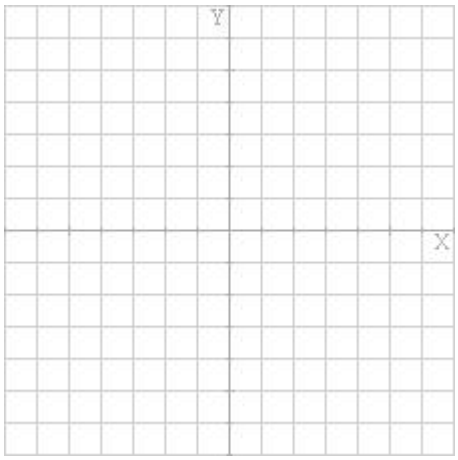
FORMAS DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA III

5. Determina la pendiente y la ordenada en el origen de la recta de ecuación _____. Luego, halla dos puntos de la misma y dibújala.



COMPARAR RECTAS

6. Determina la posición relativa de las rectas _____ e _____. Si se cortan halla también las coordenadas del punto de corte. Dibuja las rectas y, en su caso, el punto.

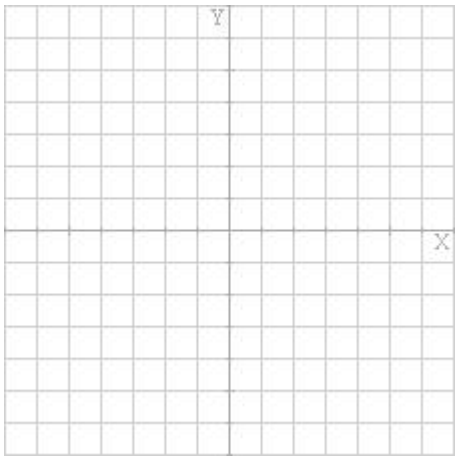


PUNTOS ALINEADOS

7. Averigua si los puntos A_____, B_____ y C_____ están alineados.

PARALELA POR UN PUNTO EXTERIOR

8. Halla la ecuación de la recta paralela a _____ que pasa por el punto _____. Dibuja ambas rectas.



Ejercicios con gráficas y ecuaciones

CULTIVANDO MAÍZ

9. Dos agricultores de zonas diferentes cultivan maíz con los rendimientos y costes que se indican debajo. Averigua cuántas hectáreas debe tener cada uno para obtener beneficios y quién tiene más beneficio en función del número de hectáreas cultivadas.

Agricultor 1:
Rendimiento: _____
Costes por riego, abono, etc: _____
Costes fijos (seguros, impuestos, etc): _____
Agricultor 2:
Rendimiento: _____
Costes por riego, abono, etc: _____
Costes fijos (seguros, impuestos, etc): _____
Precio del maíz: _____

EL RELOJ DE ARENA

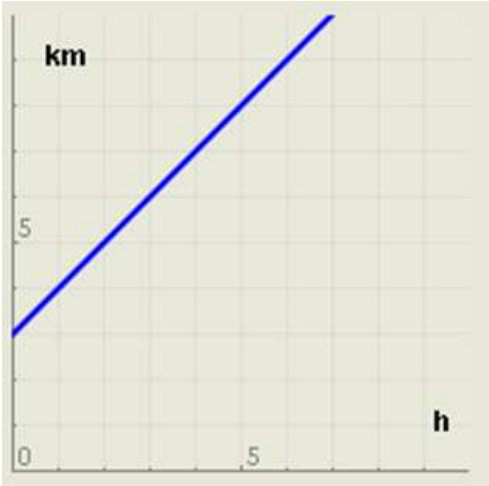
10. La arena contenida en un reloj de arena ocupa un volumen de _____ cm^3 y el fabricante indica que la velocidad de caída de la arena es de _____ cm^3/s. Averigua cuánto tarda en haber la misma cantidad de arena en las dos partes del reloj.

INTERPRETANDO GRÁFICAS

11. La gráfica de la derecha representa la distancia a la que se encuentra una persona con respecto a mi en relación con el tiempo transcurrido. Expresa con una frase su significado.

_____

_____



REPRESENTANDO SITUACIONES

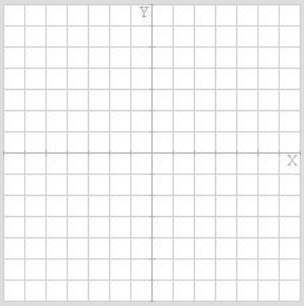
12. Halla la ecuación de la función que describe la siguiente frase: "Un móvil está a _____ Km de mi y se acerca a _____ Km/h".

13. Halla la ecuación de la función que describe la siguiente frase: "Un móvil está a _____ Km de mi y se aleja a _____ Km/h".

Pulsa para ir a la página siguiente

Autoevaluación

Completa aquí cada uno de los enunciados que van apareciendo en el ordenador y resuélvelo, después introduce el resultado para comprobar si la solución es correcta.

1  Escribe la pendiente y la ordenada en el origen de la recta de la imagen.	
2 Calcula la ordenada en el origen de la recta que pasa por el punto _____ y cuya pendiente es __.	
3 Calcula la ordenada en el origen de la recta cuya ecuación general es _____.	
4 Calcula la pendiente de la recta cuya ecuación general es _____.	
5 Calcula la pendiente de la recta que pasa por los puntos P_____ y Q_____.	
6 Determina la posición relativa de las rectas: _____ _____	
7 Determina la posición relativa de las rectas: _____ _____	
8 Calcula las coordenadas del punto de corte de las rectas: _____ _____	
9 Averigua si los puntos siguientes están alineados: _____ _____ _____	
10 Halla la ecuación de la recta paralela a r que pasa por P. P = _____ r : _____	

No olvides visitar el enlace **Para saber más** para ampliar tus conocimientos.