

## Objectius

Aquesta quinzena aprendràs:

- Expressar multiplicacions d'un nombre per ell mateix en forma de potència.
- Efectuar operacions amb potències.
- Treballar amb potències de base 10.
- Expressar nombres en notació científica.
- Calcular arrels quadrades.
- Fer càlculs amb l'ajut d'una calculadora.

Abans de començar

1. Potències d'un nombre enter..... pàg. 6  
Què és una potència?  
Signe d'una potència

2. Operacions amb potències..... pàg. 8  
Potència de productes i quocients  
Producte i quocient de potències  
Producte i quocient de potències

3. Potències de 10. Notació científica pág. 11  
Potències de base 10  
Notació científica

4. Quadrats perfectes. Arrels .....pág. 13  
Quadrats perfectes  
Arrels quadrades

Exercicis per practicar

Per saber-ne més

Resum






Autoavaluació

Activitats per enviar al tutor



# Potències i arrels de nombres enters

## Abans de començar

<p>Segur que més d'una vegada hauràs parlat de megues o de gigues al referir-te a un ordinador. Per, a què ens referim quan anomenem aquestes unitats.</p> <p>La unitat més petita per representar la informació guardada en un ordinador és el bit. Un bit (de binary digit, dígit binari) equival a escriure un 0 o un 1 en un ordinador.</p>	
	<p>Per representar més informació s'usen grups de bits. Per exemple 11001110 és un Byte.</p> <p>A partir d'aquí, les unitats es calculen usant potències de 2</p> <p>1 Kilobyte equival a 1024 Bytes</p> $1 \text{ KB} = 2^{10} \text{ Bytes}$
<p>Després del Kilobyte s'utilitzen dues mesures que segur et sonaran més:</p> <p>El Megabyte, que equival a 1024 KB</p> $1 \text{ MB} = 2^{10} \text{ KB}$ <p>El Gigabyte, que equival a 1024 MB</p> $1 \text{ GB} = 2^{10} \text{ MB}$	
	<p>I què tenim després del Giga?</p> <p>El Terabyte, <math>1 \text{ TB} = 2^{10} \text{ GB}</math></p> <p>El Petabyte, <math>1 \text{ PB} = 2^{10} \text{ TB}</math></p> <p>L'Exabyte, <math>1 \text{ EB} = 2^{10} \text{ PB}</math></p> <p>El Zettabyte, <math>1 \text{ ZB} = 2^{10} \text{ EB}</math></p> <p>El Yottabyte, <math>1 \text{ YB} = 2^{10} \text{ ZB}</math></p>
<p>Per a que et facis una idea de les enormes unitats d'emmagatzematge d'informació que estem tractant, veiem un exemple:</p> <p>Quants MB equivalen a 1 YB?</p> $1 \text{ YB} = 2^{10} \text{ ZB} = 2^{20} \text{ EB} = 2^{30} \text{ PB} = 2^{40} \text{ TB} = 2^{50} \text{ GB} = 2^{60} \text{ MB} = 1152921504606846976 \text{ MB}$	

Una potència de base un nombre enter i exponent un nombre natural és una multiplicació repetida. Per això, pot ser convenient que repassis una mica les operacions combinades i la jerarquia d'operacions.

# Potències i arrels de nombres enters

## 1. Potències d'un nombre enter

### Què és una potència?

Una potència de base un nombre enter i d'exponent un nombre natural, és un **producte de factors iguals**.

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$$

el producte es fa **n** vegades

La base, **a**, és el factor que es repeteix. L'exponent, **n**, indica el nombre de vegades que es repeteix la base.

#### Exemples:

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$$

$$0^2 = 0 \cdot 0$$

$4^0 = 1$  (aquest és un cas especial, ja que no podem multiplicar un nombre per si mateix 0 vegades)

### Signe d'una potència

Al calcular potències de base un nombre enter, s'ha de tenir cura al **signe de la base** i a l'**exponent**.

També has de distingir a quin nombre exactament està **afectant la potència**.

No és el mateix  $-3^4$  que  $(-3)^4$

En general qualsevol potència d'un **nombre positiu** serà **positiva**. I l'**oposat d'aquesta potència** serà sempre **negatiu**.

Si la **base es negativa** y el exponente **par o cero**, el valor de la potencia serà **positivo**.

Però si la **base és negativa** i l'exponent és **senar**, el valor de la potència serà **negatiu**.

#### Exemples:

$$3^4 = 81$$

$$3^3 = 27$$

$$(-2)^8 = 256$$

$$(-2)^9 = -512$$

$$2^8 = 256$$

$-2^8 = -256$  (es tracta de l'oposat de la potència anterior)

$$5^0 = 1$$

$$-5^0 = -1$$
 (de nou l'oposat)

## EXERCICIS resolts

1. Calcula el valor de les potències següents:  $4^2$ ,  $-4^2$ ,  $(-4)^2$  y  $-4^0$

$$4^2 = 16$$

$$-4^2 = -16$$

$$(-4)^2 = 16$$

$$-4^0 = -1$$

2. Calcula el valor de les potències:  $-3^5$ ,  $(-3)^5$ ,  $(-3)^0$  y  $-3^0$

$$-3^5 = -243$$

$$(-3)^5 = -243$$

$$(-3)^0 = 1$$

$$-3^0 = -1$$

3. És el mateix calcular  $a^b$  que  $b^a$ ?

En general no és el mateix.

Això que vol dir? Doncs que normalment les dues potències no donaran el mateix resultat, però pot passar que en algun cas sí coincideixin.

Por exemple  $2^3 = 8$ , que no coincideix amb  $3^2 = 9$ . Això és el normal.

Ara bé, fixa't en  $2^4$  i  $4^2$ . Ambdues potències valen 16.

Ets capaç de trobar algun altre exemple en el que coincideixin?

## 2. Operacions amb potències

### Potència de productes i quocients

Per fer el **producte de dos nombres elevat a una mateixa potència** tens dos camins possibles, amb resultat idèntic:

Pots primer multiplicar els dos nombres, i després calcular el resultat de la potència:

$$(4 \cdot 5)^4 = 20^4 = 160000$$

O bé pots elevar cada nombre por separat a l'exponent i després multiplicar els resultats.

$$(4 \cdot 5)^4 = 4^4 \cdot 5^4 = 256 \cdot 625 = 160000$$

De forma anàloga pots procedir si es tracta del **quocient de dos nombres elevat a la mateixa potència**.

$$\left(\frac{3}{2}\right)^4 = 1,5^4 = 5,0625$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16} = 5,0625$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \text{ i } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

### Producte de potències de la mateixa base

Observa el següent exemple:

$$2^3 \cdot 2^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^7$$

És a dir, el resultat de **multiplicar potències d'igual base** és una potència amb la **mateixa base**, i l'exponent de la qual és la **suma dels exponents** de les potències inicials.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

#### Exemples:

$$(2 \cdot 3)^3 = 6^3 = 216$$

$$(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$$

$$\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 3^2 = 9$$

$$\left(\frac{6}{2}\right)^2 = \frac{6^2}{2^2} = \frac{36}{4} = 9$$

Observa que de les dues formes obtens el mateix resultat. Ara bé, no sempre serà igual de senzill de les dues formes.

Així que pensa abans quin mètode serà més convenient per realitzar el càlcul.

#### Exemples:

$$5^4 \cdot 5^7 = 5^{4+7} = 5^{11}$$

$$(-2)^5 \cdot (-2)^6 = (-2)^{5+6} = (-2)^{11}$$

$$x^2 \cdot x^8 = x^{2+8} = x^{10}$$

# Potències i arrels de nombres enters

## Quocient de potències d'igual base

Veiem com es faria un quocient de potències d'igual base:

$$\frac{5^7}{5^3} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{1} = 5^4$$

Observa que el resultat de **dividir dues potències d'igual base** és una altra potència amb la **mateixa base**, i on l'**exponent** és la **resta dels exponents inicials**.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

### Exemples:

$$\frac{6^9}{6^2} = 6^{9-2} = 6^7$$

$$\frac{(-5)^{13}}{(-5)^4} = (-5)^{13-4} = (-5)^9$$

$$\frac{7^4}{7^4} = 7^{4-4} = 7^0 = 1$$

$$\frac{x^{23}}{x^{20}} = x^{23-20} = x^3$$

## Potència d'una potència

Una potència d'exponent natural equival a la multiplicació de la base per ella mateixa tantes vegades com indica l'exponent. Què és, aleshores, la potència d'una potència?

Observa el següent exemple:

$$(2^4)^3 = 2^4 \cdot 2^4 \cdot 2^4 = 2^{4+4+4} = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$$

Es a dir, el resultat de calcular la **potència d'una potència** és una potència amb la **mateixa base**, i l'exponent del qual és el **producte dels dos exponents**.

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

### Exemples:

$$(3^4)^2 = 3^{4 \cdot 2} = 3^8$$

$$[(-5)^3]^6 = (-5)^{3 \cdot 6} = (-5)^{18}$$

$$(y^4)^8 = y^{4 \cdot 8} = y^{32}$$

# Potències i arrels de nombres enters

## EXERCICIS resoltos

4. Calcula el valor dels següents productes i quocients:

a)  $(2 \cdot 5)^3$     b)  $(10 \cdot 3)^4$     c)  $\left(\frac{6}{3}\right)^5$     d)  $\left(\frac{5}{2}\right)^2$

a) Ens interessa multiplicar primer:  $(2 \cdot 5)^3 = 10^3 = 1000$

b) Calculem cada potència per separat:

$$(10 \cdot 3)^4 = 10^4 \cdot 3^4 = 10000 \cdot 81 = 810000$$

c) Primer dividim:  $\left(\frac{6}{3}\right)^5 = 2^5 = 32$

d) Calculem les potències i després dividim:  $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} = 6,25$  (També pots deixar el resultat expressat en forma de fracció).

5. Expressa en forma de potència el resultat:

a)  $5^3 \cdot (5^2)^3$     b)  $2^4 \cdot \frac{2^7}{2^2}$     c)  $\left(\frac{2^9}{4}\right)^5$

a)  $5^3 \cdot (5^2)^3 = 5^3 \cdot 5^6 = 5^9$

b)  $2^4 \cdot \frac{2^7}{2^2} = 2^4 \cdot 2^5 = 2^9$

c)  $\left(\frac{2^9}{4}\right)^5 = \left(\frac{2^9}{2^2}\right)^5 = (2^7)^5 = 2^{35}$

6. Té sentit la potència  $2^{3^4}$ ? Com hem de calcular-la?

El problema al calcular la potència és saber en quin ordre he d'eleva. Per això necessitem parèntesis que ens aclareixin aquest ordre.

Podem interpretar-la com  $(2^3)^4 = 2^{12}$

Però també com  $2^{(3^4)} = 2^{81}$ , que no coincideix amb el resultat anterior.



## 3. Potències de base 10. Notació científica

### Potències de base 10

És molt senzill calcular potències de base 10.

$$10^0 = 1, 10^1 = 10, 10^2 = 100, 10^3 = 1000\dots$$

La forma en que escrivim els nombres utilitza potències de base 10, i per això en diem **numeració decimal**.

Qualsevol nombre es pot escriure com una suma de nombres naturals multiplicats per potències de base 10, és el que es coneix com **descomposició polinòmica** d'un nombre:

$$975 = 9 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

### Notació Científica

Per facilitar la lectura de quantitats molt grans o molt petites que apareixen amb freqüència en el treball científic s'utilitza la **notació científica**.

Un nombre en notació científica consta d'un nombre decimal, anomenat **mantissa**, multiplicat per una **potència de 10**.

La mantissa tindrà una única xifra davant de la coma decimal. Aquesta xifra no pot ser zero.

Per exemple, la massa de la terra és:

$$m_{\text{terra}} = 597400000000000000000000 \text{ kg}$$

En notació científica serà  $5,974 \cdot 10^{24}$ . Observa que si realitzes la multiplicació s'obté el resultat de dalt.

Un altre exemple, la massa del electró:

$$m_{\text{elec}} = 0,0000000000000000000000000911 \text{ g}$$

En notació científica és  $9,11 \cdot 10^{-28}$ .

#### Ejemplo:

$$5276 = 5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$$

El número tiene:

5 unidades de millar  
2 centenas  
7 decenas  
6 unidades

#### Exemples:

$$243000 = 2,43 \cdot 10^5$$

$$5764000000000 = 5,764 \cdot 10^{12}$$

$$90000 = 9 \cdot 10^4$$

$$0,00000045 = 4,5 \cdot 10^{-7}$$

$$0,000003002 = 3,002 \cdot 10^{-6}$$

$$0,007 = 7 \cdot 10^{-3}$$

Notació científica:  $a,bcd\dots \cdot 10^n$ , essent  $a \neq 0$

## EXERCICIS resolta

7. Troba la descomposició polinòmica de 18067.

$$18067 = 1 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

8. Troba la descomposició polinòmica d'un nombre que té 4 desenes, 5 unitats, 8 centenes i 7 unitats de miler.

El primer serà ordenar convenientment les dades

7 unitats de miler, 8 centenes, 4 desenes i 5 unitats, és a dir:

$$7 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

9. Expressa 4560000000 en notació científica.

$$4560000000 = 4,56 \cdot 10^9$$

10. Expressa 0,000000000000243 en notació científica.

$$0,000000000000243 = 2,43 \cdot 10^{-13}$$

11. Quin nombre decimal es correspon amb  $5,27 \cdot 10^8$ ?

$$5,27 \cdot 10^8 = 527000000$$

12. Quin nombre decimal es correspon amb  $1,327 \cdot 10^{-9}$ ?

$$1,327 \cdot 10^{-9} = 0,000000001327$$

13. El nombre  $345,9 \cdot 10^{-12}$  no està escrit correctament en notació científica. Escriu-lo de forma correcta.

El que has de fer és passar 3,459 a notació científica, i després multiplicar per  $10^{-12}$

$$345,9 \cdot 10^{-12} = 3,459 \cdot 10^1 \cdot 10^{-12} = 3,459 \cdot 10^{1-12} = 3,459 \cdot 10^{-11}$$

## 4. Quadrats perfectes. Arrels quadrades

### Quadrats perfectes

Un **quadrat perfecte** és un nombre que és quadrat d'algún nombre enter. Com és lògic, l'arrel quadrada d'un quadrat perfecte és sempre un nombre enter.

Per exemple quadrats perfectes són:

0 perquè  $0 = 0^2$ , 4 perquè  $4 = 2^2$ , 9 perquè  $9 = 3^2$ ...

Per resoldre una activitat de proporcionalitat composta es fa de forma ordenada amb el procediment de reducció a la unitat.

### Arrels quadrades

Veiem un exemple. Al escriure el nombre fes grups de dues xifres, de dreta a esquerra: **75** i **9**.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{9\ 75} & 3 \\ -9 & \\ \hline 0\ 75 & 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{9\ 75} & 31, \\ -9 & \\ \hline 0\ 75 & 61 \cdot 1 = 61 \\ -61 & \\ \hline 1400 & 62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{9\ 75} & 31,2 \\ -9 & \\ \hline 0\ 75 & 61 \cdot 1 = 61 \\ -61 & \\ \hline 1400 & 622 \cdot 2 = 1244 \\ -1244 & \\ \hline 156 & \end{array}$$



Un quadrat perfecte és l'àrea d'un quadrat.

### Càlcul de l'arrel:

Busca el nombre amb el quadrat que més s'aproxima a **9**. És **3**.

$3^2 = 9$ , el restem de **9** i baixem les dues xifres següents.

Sota el 3 escrivim el seu doble, **6**

Busca el nombre **6x**, tal que **6x·x** sigui el més proper a **75** sense passar-se.

$62 \cdot 2 = 124$  es passa,  $61 \cdot 1 = 61$  sí serveix.

Restem  $75 - 61 = 14$ . Posem **dos zeros** i una **coma al radicand**.

Sota escrivim el doble de 31, **62**

Busca **62x** tal que **62x·x** sigui el més proper a **1400** sense passar-se.

$622 \cdot 2 = 1244$  és el més proper.

Per tant  $\sqrt{975} \approx 31,2$

Per trobar més decimals, escriu dos zeros darrera el 156 i repeteix el procés.

# Potències i arrels de nombres enters

## EXERCICIS resolta

12. Indica si els nombres 123, 169 i 258 són quadrats perfectes.

123 no ho és, ja que  $11^2 = 121$  i  $12^2 = 144$

169 =  $13^2$  és un quadrat perfecte. (És l'àrea d'un quadrat de 13 unitats de costat.)

258 no ho és, ja que  $16^2 = 256$  i  $17^2 = 289$

13. Amb un decimal, calcula l'arrel quadrada de 83.

$$\begin{array}{r} \sqrt{83} \\ - 81 \\ \hline 200 \\ - 181 \\ \hline 19 \end{array} \quad \begin{array}{l} 9,1 \\ \hline 181 \cdot 1 = 181 \end{array}$$

$$\sqrt{83} = 9,1$$

per continuar es repeteix el procés.

9 té el quadrat que més s'aproxima a 83 sense passar-se

$$9 \cdot 9 = 81$$

Afegeix dos zeros per continuar amb decimals.

$$2 \cdot 9 = 18$$

Busca el nombre **18x** de forma que **18x · x** sigui el més proper a **200** sense passar-se.

El nombre és **181** donat que **181 · 1 = 181**

14. Calcula l'arrel quadrada de 798, amb una xifra decimal.

$$\begin{array}{r} \sqrt{798} \\ - 784 \\ \hline 1400 \\ - 1124 \\ \hline 276 \end{array} \quad \begin{array}{l} 28,2 \\ \hline 562 \cdot 2 = 1124 \end{array}$$

$$\sqrt{798} = 28,2$$

28 té el quadrat que més s'aproxima a 798 sense passar-se

$$28 \cdot 28 = 784$$

Afegeix dos zeros per continuar amb decimals.

$$2 \cdot 28 = 56$$

Busca el nombre **56x** de forma que **56x · x** sigui el més proper a **1400** sense passar-se.

El nombre és **562** donat que **562 · 2 = 1124**



## Per practicar

- Escriu en forma de potència:
  - $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$
  - $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$
  - $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$
  - $\frac{-1}{2} \cdot \frac{-1}{2} \cdot \frac{-1}{2} \cdot \frac{-1}{2}$
- Calcula el valor de les següents potències:
  - $-2^2$
  - $(-2)^2$
  - $-2^0$
  - $(-2)^0$
- Calcula el valor de les següents potències:
  - $-3^3$
  - $(-3)^3$
  - $-3^2$
  - $(-3)^2$
- Ordena de menor a major, utilitzant el símbol  $<$ .  
 $(-3)^2, (-3)^3, -3^2, 3^3, (-3)^0$
- Ordena de major a menor, utilitzant els símbols  $>$  i  $=$  segons els necessitis.  
 $(-2)^3, 2^3, -2^3, 2^0, -2^2, (-2)^0, -2^0$
- Són iguals les següents potències?
  - $9^2$  i  $3^4$
  - $(5^2)^2$  i  $25^2$
- Escriu en forma de potència d'una potència:
  - $7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2$
  - $(-2)^4 \cdot (-2)^4 \cdot (-2)^4$
- Escriu en forma de potència d'una potència:
  - $\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5$
  - $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3$
- Calcula el valor de les següents potències de productes:
  - $(5 \cdot 3)^2$
  - $(-1 \cdot 3)^3$
  - $(-2 \cdot 5)^4$
  - $[(-2) \cdot (-3)]^2$
- Calcula el valor de les següents potències de quocients:
  - $\left(\frac{7}{2}\right)^2$
  - $\left(\frac{-4}{2}\right)^3$
  - $\left(\frac{1}{2}\right)^4$
  - $\left(\frac{-3}{2}\right)^2$
- Calcula els següents productes. Expressa el resultat en forma de potència:
  - $3^5 \cdot 3^2$
  - $(-7)^5 \cdot (-7)^6$
  - $2^4 \cdot 2^3 \cdot 2$
  - $x^4 \cdot x^{10}$
- Escriu com una potència de deu:
  - 1000000000
  - 1000 · 10000
  - 10 · 100 · 1000
- Quina fracció elevada al cub dóna  $\frac{1}{27}$ ?
- Quina fracció elevada a la cinquena potència dóna com a resultat  $\frac{1}{32}$ ?

# Potències i arrels de nombres enters

**15.** Calcula els següents quocients. Expressa el resultat en forma de potència:

a)  $\frac{5^6}{5^2}$       b)  $\frac{(-2)^{12}}{(-2)^5}$

c)  $\frac{3^7}{3^7}$       d)  $\frac{x^8}{x^2}$

**16.** Calcula. Expressa el resultat en forma de potència:

a)  $(3^5)^7$       b)  $(x^4)^5$

c)  $[(-2)^3]^4$       d)  $(y^8)^8$

**17.** Calcula. Expressa el resultat en forma de potència:

a)  $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^5$

b)  $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^4\right]^3$

c)  $\left[\left(\frac{1}{x}\right)^7\right]^2$

**18.** Escriu la descomposició polinòmica dels següents nombres:

a) 15978

b) 724

c) 4093

d) 99

**19.** Escriu la massa del protó en notació científica:

0,00000000000000000000000016726 g

**20.** Escriu en notació científica la massa de la lluna:

73490000000000000000000 kg

**21.** Escriu en notació científica la mida del virus que provoca la febre aftosa.

0,000000024 m

**22.** Escriu en notació científica el diàmetre equatorial del planeta Júpiter.

142984000 m

**23.** Quin nombre decimal és  $4,88 \cdot 10^{-5}$ ?

**24.** Quin nombre decimal és  $5,06 \cdot 10^9$ ?

**25.**  $78,17 \cdot 10^{12}$ , encara que està ben escrit, no està ben expressat en notació científica. Escriu-lo correctament en notació científica.

**26.**  $689,231 \cdot 10^{-21}$  no està ben expressat en notació científica, encara que és perfectament vàlid. Escriu-lo de forma correcta en notació científica.

**27.** Indica si els nombres següents són o no quadrats perfectes.

a) 51

b) 49

c) 1600

d) 120

**28.** Calcula les arrels quadrades dels nombres següents, amb una xifra decimal.

a) 449

b) 97

c) 19

d) 605

**29.** Troba l'àrea d'un quadrat que mesura 5 m de costat (recorda que l'àrea d'un quadrat és el seu costat elevat a 2).

**30.** Troba el volum d'un cub el costat del qual mesura  $\frac{1}{4}$  m (recorda que el volum del cub és el seu costat elevat a 3).

# Potències i arrels de nombres enters

Per saber-ne més



## Com de gran és el buscador Google?

En moltes ocasions hauràs usat el buscador **Google**. Coneixes la història del seu nom?

El matemàtic **Edward Kasner** li va demanar al seu nebot de deu anys, **Milton Sirotta**, inventar un nombre per a un nombre molt gran:

$$10^{100}$$

Milton anomenà a aquest nombre, un 1 seguit de 100 ceros, un **Googol**. Si et sembla que no és un nombre tan gran, pensa en lo següent:



Quan en 1997 Sergey Brin i Larry Page compren un domini pel seu nou buscador, compren per un error tipogràfic google.com en comptes de googol.com.

Un googol és enorme, però major és 1 seguit d'un googol de ceros, un **googol plex**.

$$1 \text{ googol plex} = 10^{\text{googol}} = 10^{(10^{100})}$$

Un full de paper suficientment gran per escriure un googol plex no cabria dintre de l'univers

## El llenguatge dels ordinadors



Els ordinadors usen cadenes d'informació formades per zeros i uns.

Un sistema de numeració d'aquest tipus es denomina **binari**, igual que el que usualment utilitzem s'anomena **decimal**, per usar 10 símbols (0 a 9).

La **descomposició polinòmica** d'un binari usa potències de 2 en comptes de 10.

Per exemple, el **binari 1101** és el **decimal 13**:

$$1101 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13$$

# Potències i arrels de nombres enters



## Recorda el més important

### 1. Potències d'un nombre enter.

Una potència de base un nombre enter i exponent un nombre natural, és un **producte de factors iguals**.

Una potència d'un **nombre positiu** és **positiva**. L'**oposat d'aquesta potència** és **negatiu**.

Si la **base és negativa** i l'exponent **parell o zero**, el valor de la potència serà **positiu**.

Si la **base és negativa** i l'exponent és **senar**, la potència serà **negativa**.

Al elevar un enter positiu o negatiu a zero, el resultat és 1.

### 3a. Potències de base 10.

Qualsevol nombre pot escriure's com una suma de naturals que multipliquen a potències de base 10, és el que es coneix com **descomposició polinòmica d'un nombre**:

$$975 = 9 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

### 4a. Quadrats perfectes.

Un **quadrat perfecte** és un nombre que és quadrat d'algun nombre enter.

L'arrel quadrada d'un quadrat perfecte és sempre un nombre enter.

400 és quadrat perfecte, doncs  $400=20^2$

Per 28 no ho és, perquè  $5^2=25$  i  $6^2=36$

### 2. Operacions amb potències.

Potència d'un producte o quocient:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Operacions amb potències de igual base:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Potència d'una potència:

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

### 3b. Notació científica.

Un nombre en notació científica consta d'una **mantissa** multiplicada per una **potència de deu**.

La mantissa tindrà una única xifra no nul·la davant de la coma decimal.

$$243000 = 2,43 \cdot 10^5$$

$$0,000003002 = 3,002 \cdot 10^{-6}$$

### 4b. Arrels quadrades.

Exemple:

$\begin{array}{r} \sqrt{96} \\ - 81 \\ \hline 1500 \\ - 1309 \\ \hline 191 \end{array}$	$\begin{array}{r} 9,7 \\ \hline 187 \end{array}$	$9 \cdot 9 = 81$ $2 \cdot 9 = 18$ 9 es el número cuyo cuadrado más se acerca a 96
<p>Añadimos dos ceros para continuar con decimales.</p>		

Buscamos el número **18b** de forma que **18b·b** sea el más cercano a **1500** sin pasarse.

El número es **187** puesto que **187 · 7 = 1309**



## Autoavaluació



1. Calcula el valor de: a)  $-1^4 \cdot (-1)^5$       b)  $(-1)^0 \cdot (-1^8)$
2. Calcula el valor de: a)  $(2 \cdot 8)^2$       b)  $\left(\frac{15}{5}\right)^3$
3. És el mateix  $\frac{(2 \cdot 3)^2}{9}$  que  $\frac{(2^2)^2}{4}$  ?
4. Calcula  $3^2 \cdot \frac{(3^5)^2}{3^8}$ .
5. Escriu la descomposició polinòmica del nombre 8149.
6. Quants dels nombres compresos entre 50 i 150 són quadrats perfectes?
7. Quin nombre decimal és  $7,87 \cdot 10^{-3}$ ?
8. Escriu en notació científica el nombre 0,00000694.
9. El nombre  $69,27 \cdot 10^{-5}$  no està correctament escrit en notació científica. Escriu-lo de forma correcta. Escriu també el nombre decimal a que correspon.
10. Calcula  $\sqrt{468}$  amb una xifra decimal.

# Potències i arrels de nombres enters

## Solucions dels exercicis per practicar

1. a)  $7^5$  b)  $(-5)^6$  c)  $\left(\frac{1}{3}\right)^6$  d)  $\left(\frac{-1}{2}\right)^4$
2. a) -4 b) 4 c) -1 d) 1
3. a) -27 b) -27 c) -9 d) 9
4.  $(-3)^3 < -3^2 < (-3)^0 < (-3)^2 < 3^3$
5.  $2^3 > 2^0 = (-2)^0 > -2^0 > -2^2 > -2^3 = (-2)^3$
6. a) sí b) sí
7. a)  $(7^2)^5$  b)  $[(-2)^4]^3$
8. a)  $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^5\right]^2$  b)  $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]^4$
9. a) 225 b) -27 c) 10000 d) 36
10. a) 12,25 b) -8 c) 0,0625 d) 2,25
11. a)  $3^7$  b)  $(-7)^{11}$  c)  $2^8$  d)  $x^{14}$
12. a)  $10^9$  b)  $10^7$  c)  $10^6$
13.  $\frac{1}{3}$
14.  $\frac{1}{2}$
15. a)  $5^4$  b)  $(-2)^7$  c)  $3^0$  d)  $x^6$
16. a)  $3^{35}$  b)  $x^{20}$  c)  $(-2)^{12}$  d)  $y^{64}$
17. a)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{10}$  b)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$  c)  $\left(\frac{1}{x}\right)^{14}$
18. a)  $1 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$   
b)  $7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$   
c)  $4 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$   
d)  $9 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$
19.  $1,6726 \cdot 10^{-24}$  g
20.  $7,349 \cdot 10^{22}$  kg
21.  $2,4 \cdot 10^{-8}$  m
22.  $1,42984 \cdot 10^8$  m
23. 0,0000488
24. 5060000000
25.  $7,817 \cdot 10^{13}$
26.  $6,89231 \cdot 10^{-19}$
27. a) No b) Sí c) Sí d) No
28. a) 21,1 b) 9,8 c) 4,3 d) 24,5
29. 25 m<sup>2</sup>
30.  $\frac{1}{64}$  m<sup>2</sup> = 0,015625 m<sup>2</sup>

## Solucions AUTOAVALUACIÓ

1. a) 1 b) -1
2. a) 256 b) -27
3. Sí, ambdós valen 4
4. 81
5.  $8 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$
6. Hi ha 5: 64, 81, 100, 121 y 144
7. 0,00787
8.  $6,94 \cdot 10^{-6}$
9.  $6,927 \cdot 10^{-4} = 0,0006927$
10. 21,6

No oblidis enviar les activitats al tutor/a ►