

Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Calcular el área de prismas rectos de cualquier número de caras.
- Calcular el área de pirámides de cualquier número de caras.
- Calcular el área de un tronco de pirámide.
- Calcular el área de un cilindro.
- Calcular el área de un cono.
- Calcular el área de un tronco de cono.
- Calcular el área de una esfera.
- Calcular el área de cuerpos geométricos obtenidos por la composición de todo o parte de los cuerpos anteriores.

Antes de empezar

1. Área de los prismas.....pág. 164
Área de los prismas

2. Área de la pirámide y del tronco de pirámide.....pág. 166
Área de la pirámide
Área del tronco de pirámide

3. Área de los cuerpos de revolución..pág. 169
Área del cilindro
Área del cono
Área del tronco de cono
Área de la esfera

4. Resolución de problemaspág. 172
Resolución de problemas

Ejercicios para practicar

Para saber más

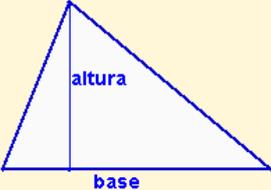
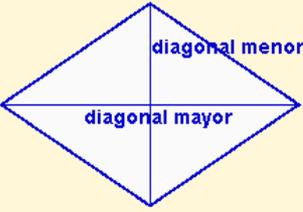
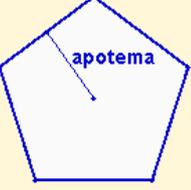
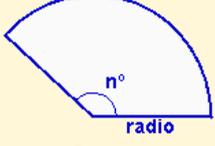
Resumen

Autoevaluación

Actividades para enviar al tutor

Antes de empezar

Recuerda el área de las figuras planas

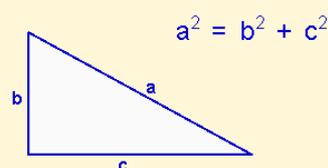
<p>Triángulo</p>  <p>$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$</p>	<p>Cuadrado</p>  <p>$A = \text{lado}^2$</p>	<p>Rectángulo</p>  <p>$A = \text{base} \cdot \text{altura}$</p>
<p>Rombo</p>  <p>$A = \frac{D \cdot d}{2}$</p>	<p>Romboide</p>  <p>$A = \text{base} \cdot \text{altura}$</p>	<p>Trapezio</p>  <p>$A = \frac{(B \text{ mayor} + b \text{ menor}) \cdot \text{altura}}{2}$</p>
<p>Polígono regular</p>  <p>$A = \frac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$</p>	<p>Círculo</p>  <p>$A = \pi r^2$</p>	<p>Sector circular</p>  <p>$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ \text{ grados}}{360}$</p>

Investiga: Teorema de Pitágoras en cuerpos geométricos

En la Unidad 7 has estudiado el Teorema de Pitágoras y has visto aplicaciones de este teorema en figuras planas.

En esta unidad necesitas recordarlo y verás aplicaciones en cuerpos geométricos. En la pirámide, en el tronco de pirámide, en el cono y en el tronco de cono necesitarás construir triángulos rectángulos para calcular las aristas, la altura o la generatriz.

En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.



Áreas de cuerpos geométricos

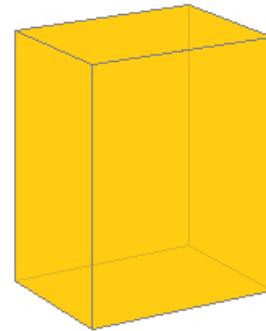
1. Área de los prismas

Área de los prismas

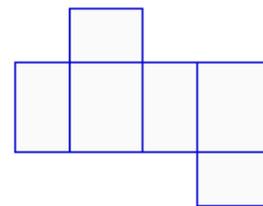
El **área** de un prisma o de cualquier poliedro, es la suma de las áreas de cada una de sus caras. Podemos distinguir:

Área lateral: Suma de las áreas de las caras laterales. En el prisma las caras laterales son rectángulos.

Área total: Es la suma del área lateral y el área de las dos bases. Las bases son dos polígonos iguales.



Paralelepípedo:
prisma rectangular recto.



Desarrollo de un paralelepípedo:
se obtienen seis rectángulos iguales dos a dos. Las caras opuestas son iguales.

Calcula el área lateral y el área total de un paralelepípedo de 25 cm de alto, 15 cm de ancho y 10 cm de largo.

Área lateral:

Hay dos rectángulos de 25 por 15: $A=25 \cdot 15=375 \text{ cm}^2$

Hay dos rectángulos de 25 por 10: $A=25 \cdot 10=250 \text{ cm}^2$

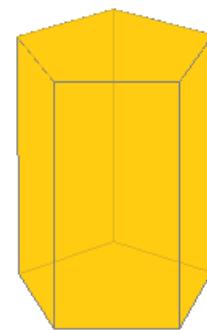
El área lateral es: $Al = 2 \cdot 375 + 2 \cdot 250 = 1250 \text{ cm}^2$

Área total:

Las bases son dos rectángulos de 15 por 10:

$$A = 25 \cdot 15 = 375 \text{ cm}^2$$

El área total es: $At = 1250 + 2 \cdot 150 = 1550 \text{ cm}^2$



Prisma pentagonal.

Calcula el área lateral y el área total de un prisma pentagonal de 30 cm de alto y 12 cm de arista de la base. La apotema de la base mide 8,26 cm.

Área lateral:

Hay cinco rectángulos de 30 por 12: $30 \cdot 12 = 360 \text{ cm}^2$

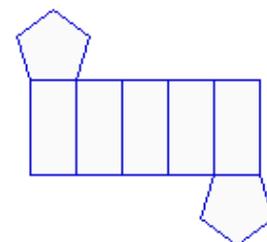
El área lateral es: $Al = 5 \cdot 360 = 1800 \text{ cm}^2$

Área total:

Las bases son dos pentágonos de 12 cm de lado y 8,26 cm de apotema:

$$Ab = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{5 \cdot 12 \cdot 8,26}{2} = 247,8 \text{ cm}^2$$

El área total es: $At = 1800 + 2 \cdot 247,8 = 2295,6 \text{ cm}^2$



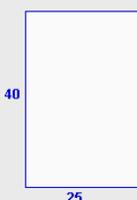
Desarrollo de un prisma pentagonal:
se obtienen dos pentágonos de las bases y cinco rectángulos iguales de las caras laterales.

EJERCICIOS resueltos

1. Calcular el área lateral y el área total de un prisma triangular de 40 centímetros de altura y 25 centímetros de arista de la base.

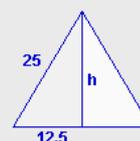
Área lateral: hay tres rectángulos iguales:

$$Al = 3 \cdot 40 \cdot 25 = 3000 \text{ cm}^2$$



Área de la base: un triángulo equilátero.
Se aplica el Teorema de Pitágoras

$$h = \sqrt{25^2 - 10,5^2} = \sqrt{468,75} = 21,65 \text{ cm}$$



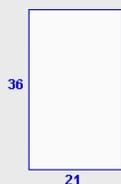
$$Ab = \frac{25 \cdot 21,65}{2} = 270,63 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } At = 3000 + 2 \cdot 270,63 = 3541,27 \text{ cm}^2$$

2. Calcular el área lateral y el área total de un prisma de base cuadrada de 36 centímetros de altura y 21 centímetros de arista de la base.

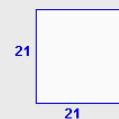
Área lateral: hay cuatro rectángulos iguales:

$$Al = 4 \cdot 36 \cdot 21 = 3024 \text{ cm}^2$$



Área de la base: un cuadrado

$$Ab = 21^2 = 441 \text{ cm}^2$$



$$\text{Área total: } At = 3024 + 2 \cdot 441 = 3906 \text{ cm}^2$$

3. Calcular el área lateral y el área total de un prisma hexagonal de 10 centímetros de altura y 10 centímetros de arista de la base.

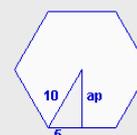
Área lateral: hay seis rectángulos iguales (en este caso particular son cuadrados):

$$Al = 6 \cdot 10 \cdot 10 = 600 \text{ cm}^2$$



Área de la base: un hexágono regular
Se aplica el Teorema de Pitágoras

$$ap = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm}$$



$$Ab = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 8,66}{2} = 259,81 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } At = 600 + 2 \cdot 259,81 = 1119,62 \text{ cm}^2$$

Áreas de cuerpos geométricos

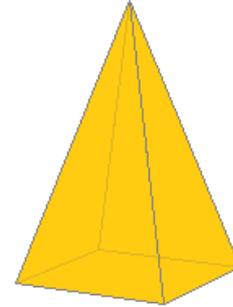
2. Área de la pirámide y del tronco de pirámide

Área de la pirámide

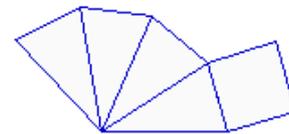
Al desarrollar una pirámide se obtiene la base que es un polígono y las caras laterales que son triángulos.

Área lateral: Suma de las áreas de las caras laterales.

Área total: Es la suma del área lateral y el área de la base. La base es un polígono cualquiera, regular o no. (Aquí trabajaremos con bases que son polígonos regulares).



Pirámide de base cuadrada

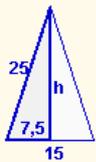


Desarrollo de una pirámide de base cuadrada: se obtienen cuatro triángulos isósceles iguales y un cuadrado.

Calcula el área lateral y el área total de una pirámide de base cuadrada de 25 cm de arista lateral y 15 cm de arista de la base.

Área lateral:

Hay cuatro triángulos de 15 cm de base. Se necesita calcular la altura:



$$h = \sqrt{25^2 - 7,5^2} = \sqrt{568,75} = 23,85 \text{ cm}$$

$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{15 \cdot 23,85}{2} = 178,86 \text{ cm}^2$$

El área lateral es:

$$Al = 4 \cdot 178,86 = 715,45 \text{ cm}^2$$

Área total:

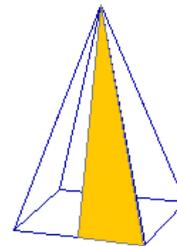
La base es un cuadrado de 15 cm de lado:

$$Ab = 15 \cdot 15 = 225 \text{ cm}^2$$

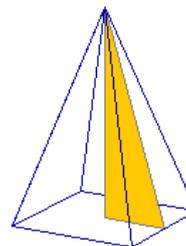
El área total es:

$$At = 715,45 + 225 = 940,45 \text{ cm}^2$$

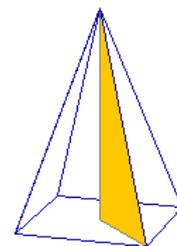
En una pirámide de base cuadrada:



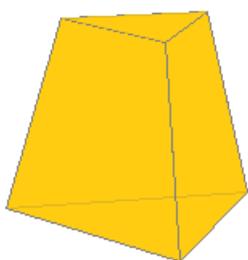
La arista lateral, la altura de una cara y la mitad de la arista de la base forman un triángulo rectángulo, siendo la hipotenusa la arista lateral.



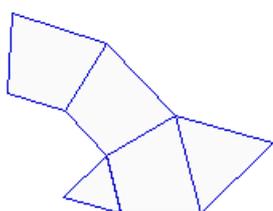
La altura de la pirámide, la altura de una cara y la mitad de la arista de la base forman un triángulo rectángulo, siendo la hipotenusa la altura de una cara.



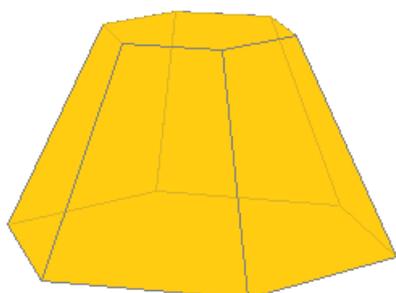
La altura de la pirámide, la arista lateral y la mitad de la diagonal de la base forman un triángulo rectángulo, siendo la hipotenusa la arista lateral.



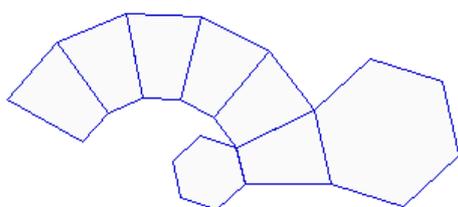
Tronco de pirámide triangular



Desarrollo de un tronco de pirámide triangular: se obtienen tres trapecios isósceles y dos triángulos equiláteros.



Tronco de pirámide hexagonal



Desarrollo de un tronco de pirámide hexagonal: se obtienen seis trapecios isósceles y dos hexágonos.

Área del tronco de pirámide

Al desarrollar un tronco de pirámide se obtienen dos bases que son polígonos semejantes y las caras laterales que son trapecios. Si el tronco procede de una pirámide regular, las bases son polígonos regulares y las caras laterales trapecios isósceles iguales.

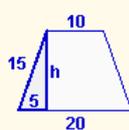
Área lateral: Suma de las áreas de las caras laterales.

Área total: Es la suma del área lateral y el área de las dos bases.

Calcula el área lateral y el área total de un tronco de pirámide triangular de 15 cm de arista lateral, 10 cm de arista de la base menor y 20 cm de arista de la base mayor.

Área lateral:

Hay tres trapecios isósceles de 10 cm de base menor y 20 cm de base mayor. Se necesita calcular la altura:



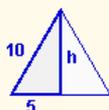
$$h = \sqrt{15^2 - 5^2} = \sqrt{200} = 14,14 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(20 + 10) \cdot 14,14}{2} = 212,13 \text{ cm}^2$$

El área lateral es: **Al = 3 · 212,13 = 636,40 cm²**

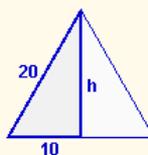
Área total:

Las bases son dos triángulos equiláteros:



$$h = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm}$$

$$Ab = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 43,30 \text{ cm}^2$$



$$h = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300} = 17,32 \text{ cm}$$

$$AB = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{20 \cdot 17,32}{2} = 173,21 \text{ cm}^2$$

El área total es:

$$\mathbf{At = 636,40 + 43,30 + 173,21 = 852,90 \text{ cm}^2}$$

Áreas de cuerpos geométricos

EJERCICIOS resueltos

4. Calcula el área lateral y el área total de una pirámide hexagonal de 30 cm de arista lateral y 12 cm de arista de la base.

Área lateral: hay seis triángulos iguales:

$$h = \sqrt{30^2 - 6^2} = \sqrt{864} = 29,39 \text{ cm}$$

$$A = \frac{25 \cdot 29,39}{2} = 176,36 \text{ cm}^2$$

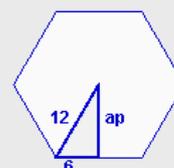
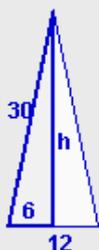
$$Al = 6 \cdot 176,36 = 1058,18 \text{ cm}^2$$

Área de la base: un hexágono regular.
Se calcula la apotema:

$$ap = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = 10,39 \text{ cm}$$

$$Ab = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{6 \cdot 12 \cdot 10,39}{2} = 374,12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } At = 1058,18 + 374,12 = 1432,30 \text{ cm}^2$$



5. Calcula el área lateral y el área total de un tronco de pirámide pentagonal de 15 cm de arista lateral y 18 y 24 cm de aristas de las bases respectivamente. Las apotemas de las bases miden 12,39 y 16,52 cm respectivamente.

Área lateral: hay cinco trapezios isósceles:

$$h = \sqrt{15^2 - 3^2} = \sqrt{216} = 14,70 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(24 + 18) \cdot 14,70}{2} = 308,64 \text{ cm}^2$$

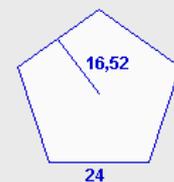
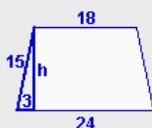
$$Al = 5 \cdot 308,64 = 1543,18 \text{ cm}^2$$

Área de las bases: son dos pentágonos regulares.

$$Ab = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{5 \cdot 18 \cdot 12,39}{2} = 557,55 \text{ cm}^2$$

$$AB = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{5 \cdot 24 \cdot 16,52}{2} = 991,20 \text{ cm}^2$$

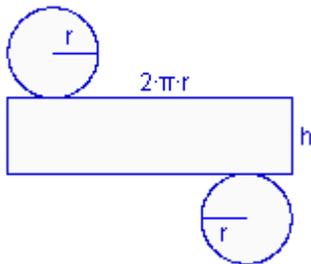
$$\text{Área total: } At = 1543,18 + 557,55 + 991,20 = 3091,93 \text{ cm}^2$$



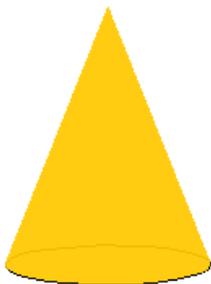
Áreas de cuerpos geométricos



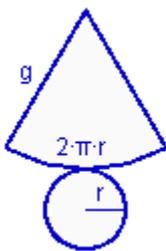
Cilindro



Desarrollo de un cilindro: se obtiene un rectángulo y dos círculos.

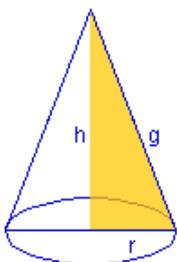


Cono



Desarrollo de un cono: se obtiene un sector circular y un círculo.

En un cono:



La generatriz, la altura y el radio de la base forman un triángulo rectángulo, siendo la hipotenusa la generatriz.

3. Área de los cuerpos de revolución

Área de un cilindro

El desarrollo de un cilindro se compone de dos círculos que son las bases y un rectángulo de base la longitud de la circunferencia y de altura la del cilindro.

$$\text{Área lateral: } Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$\text{Área total: } At = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

Calcula el área lateral y el área total de un cilindro de 25 cm de alto, y de 15 cm de radio de la base.

$$\text{Área lateral: } Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 15 \cdot 25 = 2356,19 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área de la base: } Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 225 = 706,86 \text{ cm}^2$$

$$\text{El área total es: } At = 2356,19 + 2 \cdot 706,86 = 3769,91 \text{ cm}^2$$

Área de un cono

El desarrollo de un cono se compone del círculo de la base y un sector circular que tiene por longitud de arco, la longitud de la circunferencia y por radio, la generatriz del cono.

$$\text{Área lateral: } Al = \pi \cdot r \cdot g$$

$$\text{Área total: } At = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$$

Calcula el área lateral y el área total de un cono de 30 cm de generatriz y de 16 cm de radio de la base.

$$\text{Área lateral: } Al = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 16 \cdot 30 = 1507,96 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área de la base: } Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 256 = 804,25 \text{ cm}^2$$

$$\text{El área total es: } At = 1507,96 + 804,25 = 2312,21 \text{ cm}^2$$

Áreas de cuerpos geométricos

Área de un tronco de cono

El desarrollo de un tronco de cono se compone quitar dos círculos que son las bases y una figura llamada trapecio circular que tiene por lados curvos, las longitudes de las circunferencias y por altura, la generatriz del tronco de cono.

$$\text{Área lateral: } Al = \pi \cdot g \cdot (R+r)$$

$$\text{Área total: } At = \pi \cdot g \cdot (R+r) + \pi \cdot R^2 + \pi \cdot r^2$$

Calcula el área lateral y el área total de un tronco de cono de 15 cm de generatriz, 10 cm de radio de la base menor y 20 cm de radio de la base mayor.

Área lateral:

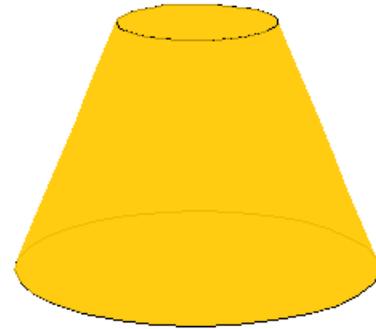
$$Al = \pi \cdot g \cdot (R+r) = \pi \cdot 15 \cdot (10+20) = 1413,72 \text{ cm}^2$$

Área de la base menor: $Ab = \pi \cdot 10^2 = 314,16 \text{ cm}^2$

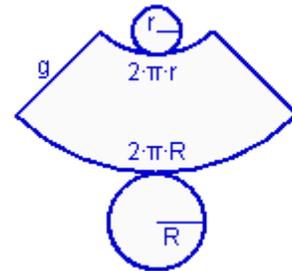
Área de la base mayor: $AB = \pi \cdot 20^2 = 1256,64 \text{ cm}^2$

El área total es:

$$At = 1413,72 + 314,16 + 1256,64 = 2984,51 \text{ cm}^2$$

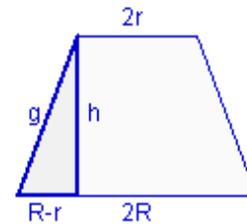


Tronco de cono



Desarrollo de un tronco de cono:

Al cortar un tronco de cono por un plano que pase por los centros de las dos bases se obtiene este trapecio isósceles del que se puede deducir la relación que existe entre los radios, la altura y la generatriz.



Área de una esfera

La esfera no se puede desarrollar y representar en un plano.

El área de la esfera es igual a cuatro veces la superficie del círculo de mayor radio que contiene.

$$\text{Área: } A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Calcula el área de una esfera 30 cm de radio.

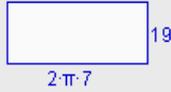
Área: $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 30^2 = 11309,73 \text{ cm}^2$



Esfera

EJERCICIOS resueltos

6. Calcula el área lateral y el área total de un cilindro de 19 cm de altura y 7 cm de radio de la base.



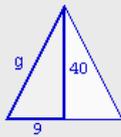
Área lateral: rectángulo
 $Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 19 = 835,66 \text{ cm}^2$



Área de la base: círculo
 $Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 7^2 = 153,94 \text{ cm}^2$

Área total: $At = 835,666 + 2 \cdot 153,94 = 1143,54 \text{ cm}^2$

7. Calcula el área lateral y el área total de un cono de 40 cm de altura y 9 cm de radio de la base.



Área lateral: se necesita calcular la generatriz:

$$g = \sqrt{9^2 + 41^2} = \sqrt{1681} = 41 \text{ cm}$$

$$Al = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 9 \cdot 41 = 1159,25 \text{ cm}^2$$

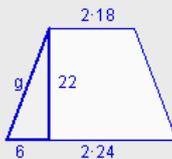


Área de la base: círculo

$$Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 9^2 = 254,47 \text{ cm}^2$$

Área total: $At = 1159,25 + 254,47 = 1413,72 \text{ cm}^2$

8. Calcula el área lateral y el área total de un tronco de cono de 22 cm de altura, 18 cm de radio de la base menor y 24 cm de radio de la base mayor.



Área lateral: se necesita calcular la generatriz:

$$g = \sqrt{6^2 + 22^2} = \sqrt{520} = 22,80 \text{ cm}$$

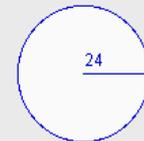
$$A = \pi \cdot g \cdot (R+r) = \pi \cdot 22,8 \cdot (24+18) = 3008,85 \text{ cm}^2$$



Área de las bases: círculos

$$Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 18^2 = 1017,88 \text{ cm}^2$$

$$AB = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 24^2 = 1809,56 \text{ cm}^2$$



Área total: $At = 3008,85 + 1017,88 + 1809,56 = 5836,29 \text{ cm}^2$

9. Calcula el área de una esfera de 1 metro de radio.

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 1^2 = 12,57 \text{ m}^2$$

4. Resolución de problemas

Resolución de problemas

En diversas ocasiones se presentarán problemas de cálculo de áreas de cuerpos geométricos, en los que los cuerpos que aparecen se obtienen agrupando varios de los cuerpos ya estudiados.

En situaciones de este tipo se descomponen los cuerpos geométricos en cuerpos más simples y se resuelve el problema por partes.

Hay que tener cuidado con las caras comunes en la descomposición para no contarlas dos veces.

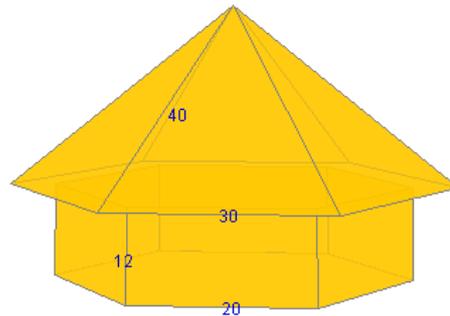


Figura 1

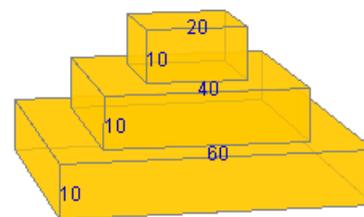


Figura 2

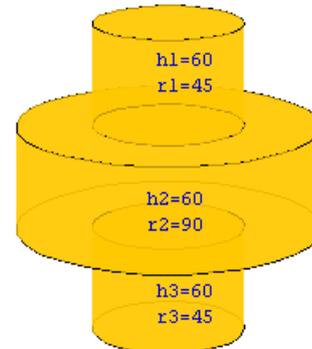


Figura 3

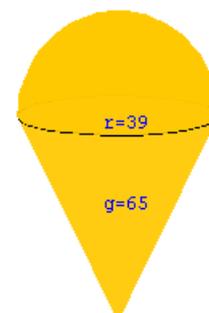
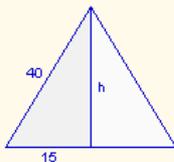


Figura 4

Calcula el área de la figura 1, sabiendo que las medidas están expresadas en centímetros.

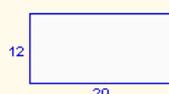
Área de los triángulos: Hay seis triángulos iguales a éste:



$$h = \sqrt{40^2 - 15^2} = \sqrt{1375} = 37,08 \text{ cm}$$

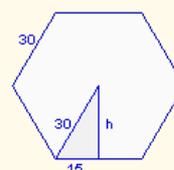
$$A = \frac{30 \cdot 37,08}{2} = 556,22 \text{ cm}^2$$

Área de los rectángulos: Hay seis rectángulos iguales a éste:



$$A = 20 \cdot 12 = 240 \text{ cm}^2$$

Área de las bases (hexágono): Las caras horizontales forman un hexágono de 30 cm de lado:



$$h = \sqrt{30^2 - 15^2} = \sqrt{675} = 25,98 \text{ cm}$$

$$A = \frac{6 \cdot 30 \cdot 25,98}{2} = 2338,27 \text{ cm}^2$$

El área total es:

$$A_t = 6 \cdot 556,22 + 6 \cdot 240 + 2338,27 = 7115,56 \text{ cm}^2$$

EJERCICIOS resueltos

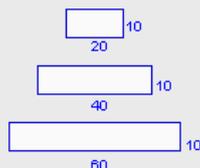
10. Calcula el área de la figura 2 de la página anterior, sabiendo que las medidas están expresadas en centímetros.

Área lateral: hay cuatro rectángulos de cada uno :

$$A1 = 20 \cdot 10 = 200 \text{ cm}^2$$

$$A2 = 40 \cdot 10 = 400 \text{ cm}^2$$

$$A3 = 60 \cdot 10 = 600 \text{ cm}^2$$

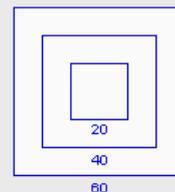


$$Al = 4 \cdot 200 + 4 \cdot 400 + 4 \cdot 600 = 4800 \text{ cm}^2$$

Área de la base: al unir las bases superiores se obtiene un cuadrado de 60 cm de lado, que coincide con el cuadrado de la base inferior

$$Ab = 60^2 = 3600 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } At = 4800 + 2 \cdot 3600 = 12000 \text{ cm}^2$$



11. Calcula el área de la figura 3 de la página anterior, sabiendo que las medidas están expresadas en centímetros.

Área lateral: corresponde con el área lateral de tres cilindros:

$$A1 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 45 \cdot 60 = 16964,60 \text{ cm}^2$$

$$A2 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 90 \cdot 60 = 33929,20 \text{ cm}^2$$

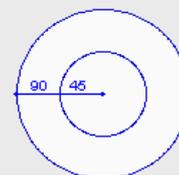
$$A3 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 45 \cdot 60 = 16964,60 \text{ cm}^2$$

$$Al = 16964,60 + 33929,20 + 16964,60 = 67858,40 \text{ cm}^2$$

Área de la base: al unir las bases superiores por una parte y las bases inferiores por otra se obtienen círculos de 90 cm de radio.

$$Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 90^2 = 25446,90 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } At = 67858,40 + 2 \cdot 25446,90 = 118752,20 \text{ cm}^2$$



12. Calcula el área de la figura 4 de la página anterior, sabiendo que las medidas están expresadas en centímetros.

Se puede descomponer este cuerpo geométrico en una semiesfera y un cono:

Área de la semiesfera: $A_s = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{2} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 39^2}{2} = 9556,72 \text{ cm}^2$

Área lateral del cono: $A_c = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 39 \cdot 65 = 7963,94 \text{ cm}^2$

Área total: $At = A_s + A_c = 9556,72 + 7963,94 = 17520,66 \text{ cm}^2$

Áreas de cuerpos geométricos



Para practicar

1. Estoy construyendo una piscina de 5,7 metros de largo, 4 metros de ancho y 1,9 metros de alto. Quiero cubrir las paredes y el fondo con azulejos de forma cuadrada de 20 cm de lado. ¿Cuántos azulejos necesitaré si aproximadamente se desperdicia un 10%?



2. Una madre compra a su hija una caja de sus bombones favoritos. La caja tiene forma de prisma triangular de 21 cm de larga y 12 cm de lado de la base. ¿Cuál es la cantidad de papel mínima que se necesita para envolverla?



3. Se va a restaurar el lateral y la parte superior de una torre con forma de prisma octogonal de 12 m de alta. La base es un octógono regular de 3 m de lado y 3,62 metros de apotema. Si la empresa de restauración cobra 226 euros por cada metro cuadrado, ¿cuál será el precio de la restauración?



4. Una pizzería hace pizzas de varios tamaños y las vende en cajas hexagonales de 39 cm de lado y 4,7 cm de alto. ¿Qué cantidad de cartón se necesita para cada caja teniendo en cuenta que la caja está formado por dos partes compuestas de una base y el lateral?

5. Una pirámide egipcia de base cuadrada tiene 150 metros de altura y 139 metros de arista de la base. ¿Cuál es su superficie lateral?



6. Calcula los metros cuadrados de tela que se necesita para fabricar una sombrilla con forma de pirámide dodecagonal de 84 cm de arista de la base y 194 cm de arista lateral.



7. La parte exterior del tejado de un edificio tiene forma de tronco de pirámide de bases cuadradas de 47 m y 51 m de lado respectivamente. La arista lateral del tejado mide 7,3 m. Calcula la superficie.



8. Un macetero de plástico tiene forma de tronco de pirámide hexagonal. Los lados de las bases miden respectivamente 36 y 42 cm y la arista lateral mide 7,5 cm. Calcula la cantidad de plástico que se necesita para su fabricación.



Áreas de cuerpos geométricos

9. Una lata de conservas tiene 16,6 cm de altura y 8,4 cm de radio de la base. ¿Qué cantidad de metal se necesita para su construcción? ¿Qué cantidad de papel se necesita para la etiqueta?



13. Un vaso de plástico tiene 7,1 cm de diámetro superior y 5,6 cm de diámetro inferior. La generatriz mide 12,6 cm. ¿Cuántos metros cuadrados de plástico se han necesitado para fabricar 150 vasos?



10. Se quiere tratar dos depósitos con pintura antioxidante. Los depósitos tienen 7,3 metros de alto y 9,7 metros de radio de la base. El precio por pintura de cada metro cuadrado es de 39 euros. ¿Cuál es el precio final de la pintura, sabiendo que sólo se pinta la base superior de cada uno?



14. He comprado un papel resistente al calor para fabricarme una lámpara con forma de tronco de cono, de 17,3 cm de diámetro superior y 15,7 cm de diámetro inferior. La altura mide 32,2 cm. ¿Qué cantidad de papel necesito?



11. Una copa tiene forma de cono de 10,2 cm de generatriz y 9,5 cm de diámetro de la circunferencia superior. La base es una circunferencia de 4,9 cm de radio. Cada vez que se limpia, ¿qué superficie de cristal hay que limpiar?



15. Sabiendo que el radio de la Tierra es de 6370 kilómetros, calcula la superficie de nuestro planeta utilizando distintas aproximaciones del número π .

a) 3 b) 3,14 c) 3,1416 d) π



12. Se desea acondicionar un silo antiguo con forma de cono. Para ello se va a aplicar una capa aislante a la pared interior y al suelo. Las dimensiones del silo son 16,5 metros de alto y 7,5 metros de radio de la base. ¿Qué cantidad de superficie se va a tratar?



16. a) Calcula la superficie de una pelota de 5 cm de radio.
b) Calcula la superficie de una pelota de radio doble de la anterior.
c) Calcula la superficie de una pelota de radio 10 veces mayor que la primera.
d) ¿Qué relación hay entre las superficies de las esferas?

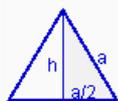




ÁREA DE LOS POLIEDROS REGULARES

Los poliedros regulares tienen todas sus caras iguales. Para calcular su área, se calcula el área de una de sus caras y se multiplica por el número de caras que tiene. Vamos como se puede calcular el área de un triángulo equilátero y de un pentágono regular.

Área de un triángulo equilátero en función del lado "a"

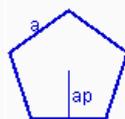


$$h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

$$\text{altura: } h = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = a \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Área: } A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \frac{\sqrt{3}}{2} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Área de un pentágono regular en función del lado "a"



Para calcular el área de un pentágono regular se necesita la unidad de Trigonometría de 4º E.S.O.

$$\text{apotema: } ap = \frac{a}{10} \sqrt{25+10\sqrt{5}}$$

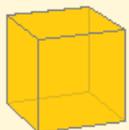
$$\text{Área: } A = \frac{1}{4} a^2 \sqrt{25+10\sqrt{5}}$$

Ahora ya se puede calcular el área de los poliedros regulares.



TETRAEDRO: formado por cuatro triángulos equiláteros

$$A = 4 \cdot a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = a^2 \sqrt{3}$$



CUBO: formado por seis cuadrados

$$A = 6 \cdot a^2$$



OCTAEDRO: formado por ocho triángulos equiláteros

$$A = 8 \cdot a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = 2 \cdot a^2 \sqrt{3}$$



DODECAEDRO: formado por doce pentágonos regulares

$$A = 20 \cdot \frac{1}{4} a^2 \sqrt{25+10\sqrt{5}} \Rightarrow A = 5 \cdot a^2 \sqrt{25+10\sqrt{5}}$$



ICOSAEDRO: formado por veinte triángulos equiláteros

$$A = 20 \cdot a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = 5 \cdot a^2 \sqrt{3}$$



Recuerda lo más importante

ÁREAS DE CUERPOS GEOMÉTRICOS

Área lateral: suma de las áreas de todas las caras laterales de un cuerpo geométrico.

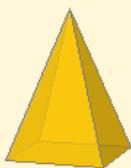
Área total: suma del área lateral y del área de las bases de un cuerpo geométrico.

PRISMA



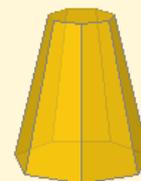
$$Al = n^{\circ} \text{ caras} \cdot \text{área del rectángulo}$$
$$At = Al + 2 \cdot \text{área del polígono regular}$$

PIRÁMIDE



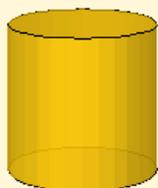
$$Al = n^{\circ} \text{ caras} \cdot \text{área del triángulo}$$
$$At = Al + \text{área del polígono regular}$$

TRONCO DE PIRÁMIDE



$$Al = n^{\circ} \text{ caras} \cdot \text{área del trapecio}$$
$$At = Al + \text{área de polígonos regulares}$$

CILINDRO



$$Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$
$$At = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

CONO



$$Al = \pi \cdot r \cdot g$$
$$At = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$$

TRONCO DE CONO

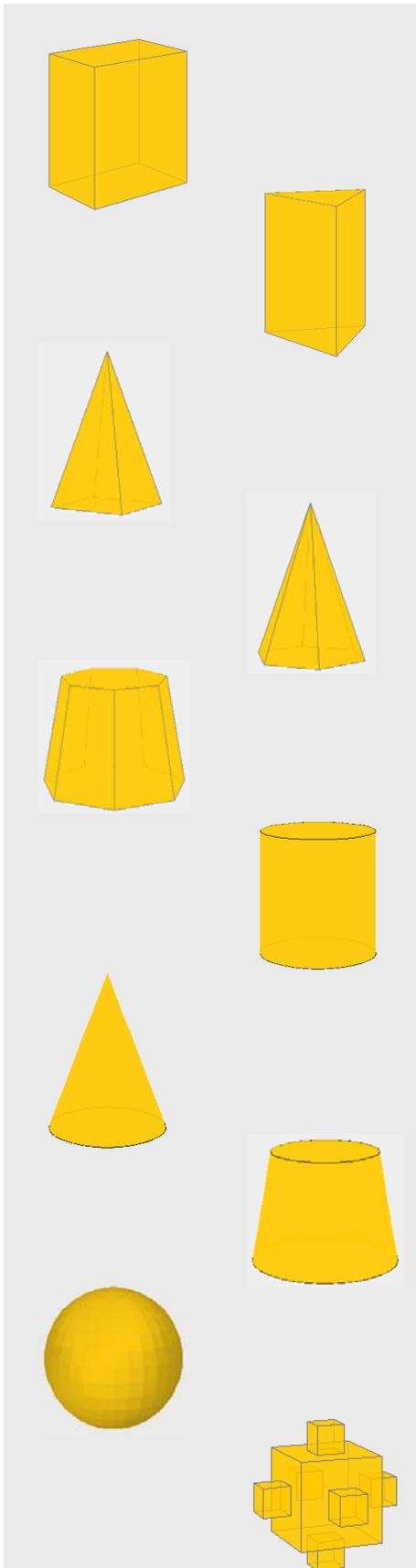


$$Al = \pi \cdot g \cdot (R+r)$$
$$At = \pi \cdot g \cdot (R+r) + \pi \cdot R^2 + \pi \cdot r^2$$

ESFERA



$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$



1. Calcula el área total de un ortoedro de 72 metros de largo, 42 metros de ancho y 26 metros de alto.
2. Calcula el área total de un prisma triangular de 55 metros de altura y 30 metros de arista de la base.
3. Calcula el área total de una pirámide de base cuadrada de 69 metros de altura y 77 metros de arista de la base.
4. Calcula el área total de una pirámide hexagonal de 114 metros de arista lateral y 100 metros de arista de la base.
5. Calcula el área total de un tronco de pirámide de 7 caras laterales sabiendo que las aristas de las bases miden respectivamente 47 y 71 metros, la arista lateral mide 62 metros y las apotemas de las bases miden respectivamente 48,80 y 73,78 metros.
6. Calcula el área total de un cilindro de 81 metros de altura y 15 metros de radio de la base.
7. Calcula el área total de un cono de 29 metros de altura y 42 metros de radio de la base.
8. Calcula el área total de un tronco de cono cuya generatriz mide 24 metros y los radios de las bases miden respectivamente 41 y 57 metros.
9. Calcula el área de una esfera de 67 metros de radio.
10. Calcula el área total de este cuerpo geométrico sabiendo que la arista del cubo pequeño mide 13 metros y la arista del cubo grande es el triple.

Áreas de cuerpos geométricos

Soluciones de los ejercicios para practicar

1. 1641 azulejos
2. $880,71 \text{ cm}^2$
3. 74905,44 euros
4. $10102,95 \text{ cm}^2$
5. $45958,58 \text{ m}^2$
6. $9,55 \text{ m}^2$
7. $1376,05 \text{ m}^2$
8. $4975,59 \text{ cm}^2$
9. $1319,57 \text{ cm}^2$ de metal
 $876,13 \text{ cm}^2$ de papel
10. 57759,37 euros
11. $455,28 \text{ cm}^2$
12. $603,76 \text{ m}^2$
13. $4,14 \text{ m}^2$
14. $1669,64 \text{ cm}^2$
15. a) 486922800 km^2
b) 509645864 km^2
c) $509905556,16 \text{ km}^2$
d) $509904363,78 \text{ km}^2$
16. a) $314,16 \text{ cm}^2$
b) $1256,64 \text{ cm}^2$
c) $31415,93 \text{ cm}^2$
d) la relación es igual al cuadrado de la relación entre los radios.

Soluciones AUTOEVALUACIÓN

1. 11976 m^2
2. $5729,42 \text{ m}^2$
3. $18097,19 \text{ m}^2$
4. $56715,76 \text{ m}^2$
5. $51468,83 \text{ m}^2$
6. $9047,79 \text{ m}^2$
7. $12276,23 \text{ m}^2$
8. $22877,08 \text{ m}^2$
9. $56410,44 \text{ m}^2$
10. 13182 m^2

No olvides enviar las actividades al tutor ►

