

Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Ver si dos fracciones son equivalentes.
- Simplificar fracciones.
- Reducir fracciones a igual denominador.
- Sumar y restar fracciones.
- Multiplicar y dividir fracciones.
- Obtener la inversa de una fracción.
- Calcular potencias de una fracción.
- Hallar la raíz cuadrada de una fracción.

Antes de empezar

1. Fracciones.....pág. 24
Fracciones Equivalentes
Simplificación de Fracciones

2. Fracciones con igual denominador...pág. 25
Reducción a común denominador
Comparación de fracciones

3. Operaciones con fracciones.....pág. 27
Suma y resta
Producto
Cociente
Potencia
Raíz cuadrada
Operaciones combinadas

4. Problemas de aplicación.....pág. 29

Ejercicios para practicar

Para saber más

Resumen

Autoevaluación

Soluciones

Antes de empezar

El trabajo con fracciones ya no es nuevo para ti. Ya sabes que una fracción puede verse desde una triple perspectiva. Puedes ver una fracción simplemente como un **número**. También como una **parte de un total**. O también puedes interpretar una fracción como un **porcentaje**.



Recuerda

Para trabajar con fracciones necesitarás en ocasiones obtener la **descomposición factorial** de un número, así como calcular el **mínimo común múltiplo** de dos o más números.

Descomposición factorial del número

56

$$= 2^3 \cdot 7$$

56	2
28	2
14	2
7	7
1	

10	2	9
10	2	9
5	1	3
1		1

El mínimo común múltiplo de 10, 2 y 9 es 90

El mínimo común múltiplo de varios números naturales es el número natural más pequeño que es múltiplo de todos esos números a la vez, exceptuando el número 0.

- Para **descomponer en factores** un número lo dividimos por el primer número primo que podamos.
- Si podemos seguimos dividiendo sucesivamente el cociente por el mismo número primo.
- Cuando no podamos hacer la división por ese número primo lo hacemos por el siguiente primo que se pueda.
- Así sucesivamente hasta que el cociente final sea 1.
- Finalmente ponemos ese número como un producto de potencias de factores primos.

Fracciones

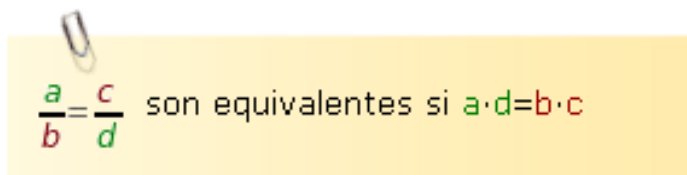
1. Fracciones

Fracciones Equivalentes

Halla el valor de $\frac{6}{4}$ y $\frac{9}{6}$. Dan el mismo resultado. Son dos fracciones **equivalentes**.

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, a y d reciben el nombre de **extremos**, b y c se llaman **medios**. En el ejemplo los extremos son 6 y 6, los medios 4 y 9.

Observa que si los multiplicamos se obtiene igual resultado: $6 \cdot 6 = 36$ y $4 \cdot 9 = 36$.



$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ son equivalentes si $a \cdot d = b \cdot c$

Ejercicios: Comprueba si las siguientes fracciones son o no son equivalentes

a) $\frac{75}{240}$ y $\frac{162}{540}$

b) $\frac{27}{144}$ y $\frac{72}{432}$

Vamos a comprobar si las fracciones siguientes son o no equivalentes.

$$\frac{144}{144} \text{ y } \frac{6}{6}$$

Los extremos de las fracciones: 144 y 6

Su producto vale $144 \cdot 6 = 864$

Los medios de las fracciones: 144 y 6

Su producto es $144 \cdot 6 = 864$

Por lo tanto son equivalentes:

$$\frac{144}{144} = \frac{6}{6}$$

PISTA

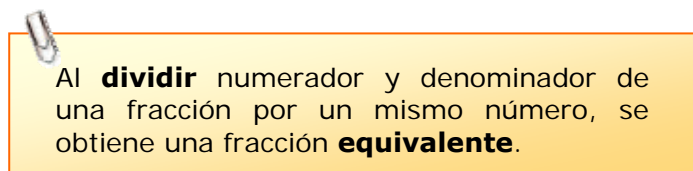
- a) $75 \cdot 540 = ?$
 $240 \cdot 162 = ?$
b) $27 \cdot 432 = ?$
 $144 \cdot 72 = ?$

Simplificación de fracciones

Si divides por 2 el numerador y el denominador de $\frac{18}{12}$ obtienes $\frac{9}{6}$, que es equivalente. Ahora puedes

dividir 9 y 6 entre 3. Obtienes $\frac{3}{2}$ que no se puede simplificar. Es **irreducible**.

Resumiendo: $\frac{18}{12} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ que es irreducible.



Al **dividir** numerador y denominador de una fracción por un mismo número, se obtiene una fracción **equivalente**.

Vamos a simplificar la fracción siguiente:

$$\frac{765}{1425}$$

- Numerador y denominador se pueden dividir por 3:
$$\frac{765 : 3}{1425 : 3} = \frac{255}{475}$$
- Numerador y denominador se pueden dividir por 5:
$$\frac{255 : 5}{475 : 5} = \frac{51}{95}$$
- $\frac{51}{95}$ es una fracción irreducible

2. Fracciones con igual denominador

Reducción a común denominador

Vamos a **reducir a igual denominador**

las fracciones: $\frac{87}{30}$ y $\frac{38}{288}$

Hallamos el **m.c.m.** de los denominadores m.c.m. $(30, 288) = 1440$ que será el nuevo denominador de las fracciones.

Dividimos el m.c.m. entre el primer denominador: $1440 : 30 = 48$ y...multiplicamos el resultado por el primer numerador: $48 \cdot 87 = 4176$, que será el nuevo primer numerador.

Ahora el m.c.m. lo dividimos entre el segundo denominador: $1440 : 288 = 5$ y...multiplicamos el resultado por el segundo numerador: $5 \cdot 38 = 190$, que será el nuevo segundo numerador.

Así, las fracciones quedan:

$$\frac{4176}{1440} \text{ y } \frac{190}{1440}$$

PISTA: a) m.c.m. $(144, 180) = 720$

b) m.c.m. $(36, 180) = 180$

Considera las fracciones $\frac{11}{5}$ y $\frac{13}{7}$.

Para compararlas y realizar cálculos podemos usar otras fracciones equivalentes con igual denominador.

$$\frac{11}{5} = \frac{77}{35} \text{ y } \frac{13}{7} = \frac{65}{35}$$

Al **dividir** numerador y denominador de una fracción por un mismo número, se obtiene una fracción **equivalente**.

Ejercicios: Reduce a común denominador:

a) $\frac{38}{144}$ y $\frac{45}{180}$

b) $\frac{9}{24}$ y $\frac{4}{12}$

c) $\frac{23}{36}$ y $\frac{22}{180}$

d) $\frac{21}{180}$ y $\frac{24}{10}$

Comparación de fracciones

Vamos a **comparar** las fracciones:

$$\frac{8}{17} \text{ y } \frac{3}{4}$$

Hallamos el **m.c.m.** de los denominadores m.c.m. $(17, 4) = 68$

Reducimos las dos fracciones a denominador común:

$$\frac{8}{17} = \frac{32}{68} \text{ y } \frac{3}{4} = \frac{51}{68}$$

Ahora ya podemos comparar las fracciones:

$$\frac{32}{68} < \frac{51}{68} \text{ luego } \frac{8}{17} < \frac{3}{4}$$

PISTA: a) m.c.m. $(9, 5) = 45$

b) m.c.m. $(17, 3) = 51$

c) m.c.m. $(14, 7) = ?$

d) m.c.m. $(9, 4) = ?$

¿Qué fracción es mayor, $\frac{8}{11}$ o $\frac{5}{7}$?

Vamos a reducirlas a común denominador:

$$\frac{8}{11} = \frac{56}{77} \text{ y } \frac{5}{7} = \frac{55}{77}$$

La primera fracción es mayor: $\frac{8}{11} > \frac{5}{7}$

Es conveniente que uses los símbolos **mayor que**, $>$, y **menor que**, $<$.

Ejercicios: Compara las siguientes fracciones:

a) $\frac{7}{9}$ y $\frac{1}{5}$

b) $\frac{4}{14}$ y $\frac{3}{7}$

c) $\frac{8}{17}$ y $\frac{2}{3}$

d) $\frac{5}{9}$ y $\frac{3}{4}$

3. Operaciones con fracciones

Suma y resta

Para sumar fracciones de **denominador igual** deja el denominador y suma los numeradores.

$$\frac{4}{11} + \frac{3}{11} = \frac{4+3}{11} = \frac{7}{11}$$

Si son fracciones de **distinto denominador** las reduciremos primero a común denominador.

Es lo mismo $\frac{4}{5} + \frac{3}{7}$ que $\frac{28}{35} + \frac{15}{35} = \frac{43}{35}$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \text{y} \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Ejercicios: Calcula el valor de:

a) $\frac{1625}{2875} - \frac{272}{32}$

b) $\frac{11}{19} + \frac{39}{69}$

c) $\frac{1375}{2375} - \frac{208}{368}$

d) $\frac{1053}{1863} + \frac{17}{2}$

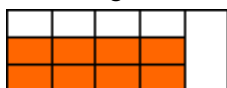
Producto de fracciones

La figura representa a $\frac{4}{5}$



Vamos a hallar $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$. Dividimos $\frac{4}{5}$ en tres partes y

tomamos dos: $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$



Del total, tenemos $\frac{8}{15}$



Recuerda: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

Ejercicio resuelto: Simplifica cada fracción y calcula:

$$-\frac{1053}{1863} + \frac{17}{2} - \frac{38}{6}$$

En primer lugar simplifico las fracciones:

$$\frac{1053}{1863} = \frac{13}{23} ; \quad \frac{17}{2} ; \quad \frac{38}{6} = \frac{19}{3}$$

Queda: $-\frac{13}{23} + \frac{17}{2} - \frac{19}{3}$ Ahora opero:

Calculo **m.c.m.** (23, 2, 3) = 138 y:

$$-\frac{13}{23} + \frac{17}{2} - \frac{19}{3} = -\frac{78}{138} + \frac{1173}{138} - \frac{874}{138}$$

La solución es: $\frac{221}{138}$

PISTA: Intenta simplificar primero cada fracción

Después calcula el m.c.m. de los denominadores. (Será el nuevo denominador)

Divide el m.c.m. por cada denominador y multiplícalo por su correspondiente numerador. (Obtendrás los nuevos numeradores)

Ya puedes sumar o restar las fracciones.

Ejercicio resuelto: Vamos a calcular el valor del siguiente producto:

$$\frac{5}{90} \cdot \frac{41}{42}$$

Si es posible simplificamos las fracciones:

$$\frac{5}{90} = \frac{1}{18} \quad \frac{41}{42} \text{ es irreducible}$$

Multiplicamos los numeradores y denominadores:

$$\frac{1}{18} \cdot \frac{41}{42} = \frac{1 \cdot 41}{18 \cdot 42} = \frac{41}{756}$$

Si es posible, simplificamos el resultado.

En este caso $\frac{41}{756}$ es irreducible.

3. Operaciones con fracciones

Cociente de fracciones

Ejercicio resuelto: Vamos a calcular el valor del siguiente cociente:

$$\frac{10}{84} : \frac{4}{12}$$

Si es posible simplificamos las fracciones:

$$\frac{10}{84} = \frac{5}{42}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Multiplicamos numeradores y denominadores en cruz:

$$\frac{5}{42} : \frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 3}{42 \cdot 1} = \frac{15}{42}$$

Si es posible, simplificamos el resultado.

$$\frac{15}{42} = \frac{5}{14}$$

PISTA: Intenta simplificar primero cada fracción

Multiplica numeradores y denominadores en cruz

Si es posible, simplifica el resultado

Dos fracciones son **inversas** si su producto es 1. Por ejemplo $\frac{3}{5}$ y $\frac{5}{3}$ lo son pues $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = 1$

Y escribiremos: $\frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$. En general: $\frac{1}{\frac{c}{d}} = \frac{d}{c}$

Para dividir fracciones multiplica en cruz:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \rightarrow \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Ejercicios: Calcula el valor de los cocientes:

a) $\frac{44}{36} : \frac{19}{24}$

b) $\frac{69}{24} : \frac{29}{18}$

c) $\frac{73}{12} : \frac{44}{3}$

d) $\frac{52}{40} : \frac{56}{10}$

Potencia de una fracción

¿Cuánto vale $\left(\frac{5}{2}\right)^3$? Desarrollemos la potencia:

$$\left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{5^3}{2^3}$$

Ejercicio resuelto: Vamos a obtener el valor de: $\left(\frac{3}{5}\right)^8$

Elevamos numerador y denominador al exponente

$$\left(\frac{3}{5}\right)^8 = \frac{3^8}{5^8}$$

Calculamos la potencia:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^8 = \frac{3^8}{5^8} = \frac{6561}{390625}$$

Para obtener la **potencia** de una fracción debes efectuar el cociente entre las potencias del numerador y el denominador.

Recuerda: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ y $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$

Ejercicios: Calcula el valor de las potencias:

a) $\left(\frac{2}{7}\right)^6$

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^4$

c) $\left(\frac{7}{2}\right)^6$

d) $\left(\frac{2}{13}\right)^7$

Fracciones

3. Operaciones con fracciones

Raíz cuadrada de una fracción

Para obtener la raíz cuadrada de una fracción, haz la raíz del numerador y el denominador.

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} \text{ y también: } \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

La razón es que: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ y $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

luego, habrá una **raíz positiva** y una **negativa**.

Recuerda: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ y $-\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Ejercicios: Calcula el valor de:

a) $\sqrt{\frac{49}{25}}$

b) $\sqrt{\frac{121}{169}}$

c) $\sqrt{\frac{16}{36}}$

d) $\sqrt{\frac{81}{25}}$

Operaciones combinadas con fracciones

Para realizar operaciones combinadas con fracciones hay una serie de cuestiones que conviene tengas en cuenta:

- El orden de las operaciones es de izquierda a derecha.
- Las multiplicaciones y divisiones se realizan antes que las sumas y restas.
- Si aparecen paréntesis, sus operaciones tienen prioridad.
- Los paréntesis anidados se realizan de dentro a fuera.
- No suele ser conveniente que esperes al final del ejercicio para simplificar.

Ejercicios: Calcula el valor de:

a) $\frac{7}{6} \cdot \left(\frac{9}{4} - \frac{8}{3}\right)$
 $\frac{11}{2} : \frac{4}{7}$

b) $\frac{3}{8} + \frac{11}{4 + \frac{2}{9 + \frac{6}{7}}}$

Ejercicio resuelto: Vamos a obtener el valor de:

$$\sqrt{\frac{9}{169}}$$

Hallamos la raíz del numerador y denominador:

$$\sqrt{\frac{9}{169}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{169}} = \frac{3}{13}$$

Por ser raíz cuadrada hay otra solución:

$$\sqrt{\frac{9}{169}} = -\frac{3}{13}$$

Ejercicio resuelto: Vamos a obtener el valor de:

$$\frac{\frac{2}{5} + \frac{6}{7} \cdot \frac{9}{4}}{\frac{3}{8} + \frac{5}{2}}$$

Operamos por separado en el numerador y denominador:

$$\frac{\frac{2}{5} + \frac{6}{7} \cdot \frac{9}{4}}{\frac{3}{8} + \frac{5}{2}} = \frac{\frac{2}{5} + \frac{54}{28}}{\frac{23}{8} + \frac{25}{2}} = \frac{\frac{140}{320}}{\frac{23}{8} + \frac{25}{2}}$$

Dividimos, multiplicando en cruz:

$$\frac{140}{23} = \frac{2608}{3220}$$

Si es posible, simplificamos el resultado.

$$\frac{2608}{3220} = \frac{652}{805}$$

4. Problemas de aplicación

PROBLEMA 1. La semana pasada he leído $\frac{1}{7}$ de un libro. A lo largo de esta semana he podido leer $\frac{4}{5}$ del resto. En total he leído 87 páginas del libro. ¿Cuántas páginas en total tiene el libro?

Solución: 105 páginas



PROBLEMA 2. Hemos vaciado agua contenida en un barril, en 41 recipientes de $\frac{3}{4}$ litros cada uno. Todos han quedado llenos salvo uno que se ha llenado por la mitad. En el barril han sobrado 14 litros. ¿Cuántos litros de agua contenía el barril?

Solución: 44,37 litros



PROBLEMA 3. Esta previsto destinar $\frac{3}{14}$ de una finca a plazas de aparcamiento. Pero se han destinado $\frac{3}{4}$ de lo previsto a zonas ajardinadas. ¿Qué fracción de la finca se ha destinado finalmente a zonas de aparcamiento?

Solución: $\frac{3}{56}$ para aparcamientos



PROBLEMA 4. De un depósito de cereales se han extraído los $\frac{8}{10}$. Al día siguiente se extrae $\frac{1}{4}$ del resto. ¿Qué fracción del total se ha extraído del depósito?

Solución: $\frac{17}{20}$ del total



EJERCICIOS resueltos

Fracciones equivalentes. Simplificación

1. ¿Son equivalentes $\frac{27}{144}$ y $\frac{720}{1440}$?

El producto de extremos vale $27 \cdot 144 = 38880$ y el producto de medios $144 \cdot 720 = 103680$

Los dos productos no coinciden y, por lo tanto, no son equivalentes:

2. Simplifica la fracción $\frac{510}{2850}$

- Numerador y denominador se pueden dividir por 2: $\frac{510 : 2}{2850 : 2} = \frac{255}{1425}$
- Numerador y denominador se pueden dividir entre 3: $\frac{255 : 3}{1425 : 3} = \frac{85}{475}$
- Numerador y denominador se pueden dividir entre 5: $\frac{85 : 5}{475 : 5} = \frac{17}{95}$
- $\frac{17}{95}$ es irreducible.

Fracciones con igual denominador

3. Reduce a igual denominador las fracciones: $\frac{17}{105}$ y $\frac{14}{144}$

- Hallamos el **m.c.m.** de los denominadores m.c.m. (105,144) = 5040 que será el nuevo denominador.
- Dividimos el m.c.m entre el primer denominador: $5040 : 105 = 48$.
- Multiplicamos el resultado por el primer numerador: $48 \cdot 17 = 816$, que será el nuevo primer numerador.
- Ahora el m.c.m lo dividimos entre el segundo denominador: $5040 : 144 = 35$.
- Y multiplicamos el resultado por el segundo numerador: $35 \cdot 14 = 490$, que será el nuevo segundo numerador.
- Así, las fracciones quedan: $\frac{816}{5040}$ y $\frac{490}{5040}$, fracciones con igual denominador.

4. Reduce a igual denominador las fracciones: $\frac{6}{576}$, $\frac{48}{192}$ y $\frac{25}{72}$

- Hallamos el **m.c.m.** de los denominadores m.c.m. (576, 192,72) = 576 que será el nuevo denominador de las fracciones.
- Dividimos el m.c.m entre cada denominador, multiplicando el resultado por el correspondiente numerador.
- Así, las fracciones quedan: $\frac{6}{576}$, $\frac{144}{576}$ y $\frac{200}{576}$.

EJERCICIOS resueltos (continuación)**Operaciones con fracciones****5. Simplifica cada fracción y calcula:**

$$-\frac{375}{1375} + \frac{80}{208} - \frac{7}{17}$$

En primer lugar simplifico las fracciones:

$$\frac{375}{1375} = \frac{3}{11}; \quad \frac{80}{208} = \frac{5}{13}; \quad \frac{7}{17} \text{ es irreducible}$$

$$\text{Queda: } -\frac{375}{1375} + \frac{80}{208} - \frac{7}{17} = -\frac{663}{2431} + \frac{935}{2431} - \frac{1001}{2431} = \frac{-729}{2431}$$

6. Calcula el valor del siguiente producto:

$$\frac{24}{90} \cdot \frac{11}{180} \cdot \frac{36}{15}$$

Si es posible simplificamos las fracciones:

$$\frac{24}{90} \cdot \frac{11}{180} \cdot \frac{36}{15} = \frac{4}{15} \cdot \frac{11}{180} \cdot \frac{12}{5}$$

Multiplicamos los numeradores y denominadores:

$$\frac{4 \cdot 11 \cdot 12}{15 \cdot 180 \cdot 5} = \frac{528}{13500}$$

Si es posible, simplificamos el resultado. $\frac{528}{13500} = \frac{44}{1125}$ **7. Calcula el valor del siguiente cociente** $\frac{43}{16} : \frac{11}{30}$

Si es posible simplificamos las fracciones. En este caso ambas son irreducibles.

Multiplicamos numeradores y denominadores en cruz:

$$\frac{43}{16} : \frac{11}{30} = \frac{43 \cdot 30}{16 \cdot 11} = \frac{1290}{176}$$

Y, si es posible, simplificamos el resultado $\frac{1290}{176} = \frac{645}{88}$.**8. Calcula la siguiente potencia:**

$$\left(\frac{5}{7}\right)^6$$

Elevamos numerador y denominador al exponente $\left(\frac{5}{7}\right)^6 = \frac{5^6}{7^6}$ Calculamos las potencias: $\left(\frac{5}{7}\right)^6 = \frac{5^6}{7^6} = \frac{15625}{117649}$

EJERCICIOS resueltos (continuación)

Operaciones con fracciones

9. Indica las dos soluciones de la raíz $\sqrt{\frac{4}{121}}$

Hallamos la raíz del numerador y denominador:

$$\sqrt{\frac{4}{121}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{121}} = \frac{2}{11}$$

Por ser raíz cuadrada hay otra solución:

$$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{121}} = -\frac{2}{11}$$

10. Calcula: $\frac{\frac{11}{2} + \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{9}}{\frac{4}{3} + \frac{2}{11}}$

Operamos por separado en el numerador y denominador: $\frac{\frac{11}{2} + \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{9}}{\frac{4}{3} + \frac{2}{11}} = \frac{\frac{11}{2} + \frac{35}{54}}{\frac{50}{33}} = \frac{\frac{332}{54}}{\frac{50}{33}}$

Dividimos, multiplicando en cruz: $\frac{\frac{332}{54}}{\frac{50}{33}} = \frac{10956}{2700}$

Si es posible, simplificamos el resultado. $\frac{10956}{2700} = \frac{913}{225}$

11. Calcula: $\left(\frac{4}{3} - \frac{8}{11}\right)^2 + \frac{2}{5}$

Operamos primero el paréntesis: $\left(\frac{44}{33} - \frac{24}{33}\right)^2 + \frac{2}{5} = \left(\frac{20}{33}\right)^2 + \frac{2}{5}$

Hacemos la potencia $\frac{400}{1089} + \frac{2}{5}$ Sumamos: $\frac{400}{1089} + \frac{2}{5} = \frac{2000}{5445} + \frac{2178}{5445} = \frac{4178}{5445}$

En este caso no podemos simplificar el resultado. $\frac{4178}{5445}$ es una fracción irreducible.

12. Calcula: $\frac{\frac{7}{6} \cdot \left(\frac{9}{4} - \frac{8}{3}\right)}{\frac{11}{2} : \frac{4}{7}} = \frac{\frac{7}{6} \cdot \frac{59}{12}}{\frac{77}{8}} = \frac{413}{72} \cdot \frac{8}{77}$. Dividimos multiplicando en cruz $\frac{3304}{5544}$.

Simplificamos el resultado $\frac{3304}{5544} = \frac{59}{99}$

Para practicar

**Equivalencia de fracciones**

1. Comprueba si son o no equivalentes las siguientes fracciones:

a) $\frac{108}{72}$ y $\frac{292}{192}$ b) $\frac{54}{90}$ y $\frac{93}{150}$
 c) $\frac{36}{96}$ y $\frac{123}{320}$ d) $\frac{14}{43}$ y $\frac{70}{215}$

Simplificar fracciones

2. Simplifica las siguientes fracciones:

a) $\frac{40}{64}$ b) $\frac{72}{162}$
 c) $\frac{80}{128}$ d) $\frac{36}{172}$

Reducir a común denominador

3. Reduce a común denominador las siguientes fracciones:

a) $\frac{12}{20}$, $\frac{24}{32}$ y $\frac{6}{24}$
 b) $\frac{16}{28}$, $\frac{6}{16}$ y $\frac{15}{24}$
 c) $\frac{10}{24}$, $\frac{20}{45}$ y $\frac{6}{18}$
 d) $\frac{8}{22}$, $\frac{36}{48}$ y $\frac{15}{33}$

Suma y resta de fracciones

4. Realiza las operaciones siguientes y simplifica el resultado cuando sea posible:

a) $\frac{8}{36} - \frac{15}{45} - \frac{8}{20}$
 b) $\frac{10}{22} - \frac{28}{52} - \frac{4}{18}$
 c) $-\frac{9}{15} + \frac{25}{45} - \frac{10}{20}$
 d) $\frac{10}{16} - \frac{10}{20} - \frac{9}{24}$

Producto de fracciones

5. Calcula el valor del producto de las siguientes fracciones y simplifica el resultado cuando sea posible:

a) $\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{6}$ b) $\frac{5}{11} \cdot \frac{8}{12}$
 c) $\frac{9}{11} \cdot \frac{7}{10}$ d) $\frac{6}{5} \cdot \frac{7}{11}$

Cociente de fracciones

6. Calcula el valor del producto de las siguientes fracciones y simplifica el resultado cuando sea posible:

a) $\frac{5}{10} : \frac{12}{6}$ b) $\frac{7}{7} : \frac{9}{5}$
 c) $\frac{8}{4} : \frac{4}{5}$ d) $\frac{6}{9} : \frac{7}{5}$

Potenciación

7. Calcula el valor de las siguientes potencias y simplifica el resultado cuando sea posible:

a) $\left(\frac{7}{9}\right)^4$ b) $\left(\frac{4}{9}\right)^4$
 c) $\left(\frac{6}{9}\right)^2$ d) $\left(\frac{7}{6}\right)^3$

Raíz cuadrada

8. Halla el resultado de las siguientes raíces. Da las dos soluciones posibles:

a) $\sqrt{\frac{16}{36}}$ b) $\sqrt{\frac{25}{64}}$
 c) $\sqrt{\frac{9}{25}}$ d) $\sqrt{\frac{25}{36}}$

Fracciones

Operaciones combinadas

9. Realiza las operaciones siguientes y simplifica el resultado cuando sea posible:

a) $\frac{9}{4} + \frac{3}{8} \cdot \frac{11}{2}$

b) $\frac{2}{5} + \frac{6}{7} \cdot \frac{9}{4}$

c) $\left(4 + \frac{8}{11}\right) : \left(2 + \frac{6}{7}\right)$

d) $\frac{8}{11} : \frac{2}{5} \cdot \frac{6}{7}$

Problemas con fracciones

10. ¿Cuántos botellines de refresco de $\frac{1}{5}$ de litro podemos llenar con 417 litros de refresco?

11. Expresa en forma de fracción el área de un rectángulo cuya base mide $\frac{5}{6}$ m y cuya altura mide $\frac{7}{9}$ m.



12. Un camión contiene 900 Kg. de patatas. Descarga $\frac{1}{3}$ de su carga. Del resto descarga los $\frac{2}{5}$. ¿Cuántos Kg. de patatas quedan?



13. En una ciudad de 470 habitantes, 85 practican deporte regularmente. ¿Qué fracción del total no practican deporte con regularidad? ¿Qué tanto por ciento es?



14. La semana pasada he leído $\frac{1}{3}$ de un libro. A lo largo de esta semana he podido leer $\frac{6}{7}$ del resto. En total he leído 38 páginas del libro. ¿Cuántas páginas en total tiene el libro?

15. Hemos vaciado agua contenida en un barril, en 22 recipientes de $\frac{2}{3}$ litros cada uno. Todos han quedado llenos salvo uno que se ha llenado por la mitad. En el barril han sobrado 10 litros. ¿Cuántos litros de agua contenía el barril?

16. Esta previsto destinar $\frac{6}{9}$ de una finca a plazas de aparcamiento. Pero se han destinado $\frac{6}{7}$ de lo previsto a zonas ajardinadas. ¿Qué fracción de la finca se ha destinado finalmente a zonas de aparcamiento?

17. De un depósito de cereales se han extraído los $\frac{9}{11}$. Al día siguiente se extrae $\frac{1}{9}$ del resto. ¿Qué fracción del total se ha extraído del depósito?

Para saber más 

El Ojo de Horus



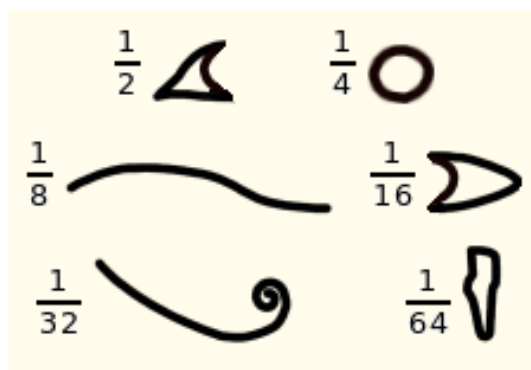
La imagen de arriba, de origen egipcio, es el ojo de **Horus**, el **Udyat**. Horus había perdido el ojo en combate, pero fue sustituido por el Udyat por intervención del dios Thot.

Para los antiguos egipcios, el Udyat simbolizaba el estado de perfección y le atribuían cualidades sanadoras. También les servía para escribir números.

Es posible escribir cualquier fracción positiva como suma de fracciones de numerador la unidad. Una suma de este tipo se llama una **fracción egipcia**. Son fracciones egipcias:

$$\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \text{ y } \frac{19}{20} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

Los jeroglíficos usados por los egipcios para escribir las fracciones más frecuentes en medidas agrarias de capacidad y volumen, eran partes del Ojo de Horus.



Una fracción interminable

Mira como está escrita esta fracción,

$$\frac{27}{19} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$

¿Y si seguimos el proceso indefinidamente?

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}$$

Se obtiene una fracción **continua**, cuyo resultado, ¡no es una fracción!

Con fracciones continuas pueden escribirse números tan importantes en matemáticas como ϕ , el **número de oro**.

$$\phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

Puedes encontrar más información en la **wikipedia**:

Número de oro:
http://es.wikipedia.org/wiki/Número_áureo

Fracción continua:
http://es.wikipedia.org/wiki/Fracción_continua

Fracciones



Recuerda lo más importante

- **¿Cuándo son equivalentes dos fracciones?**
Cuando su producto de extremos y medios coincide.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ si cumple } a \cdot d = c \cdot b$$

- **¿Cómo se simplifican fracciones?**
Debes dividir numerador y denominador entre un mismo factor. Si el **m.c.d.** del numerador y el denominador es la unidad, la fracción ya no se puede simplificar más, es **irreducible**.

Si sabes el mcd del numerador y el denominador, lo mejor es dividir directamente por esa cantidad. La fracción resultante será irreducible.

$$\frac{20}{12} = \frac{20:2}{12:2} = \frac{10}{6} = \frac{10:2}{6:2} = \frac{5}{3}$$

$$\text{m.c.d.}(20,12)=4$$

$$\frac{20}{12} = \frac{20:4}{12:4} = \frac{5}{3}$$

- **¿Cómo se reducen fracciones a igual denominador?**
Divide el **m.c.m.** de los denominadores entre el denominador y multiplica por el numerador.

$$\frac{8}{9} \text{ y } \frac{3}{5} \text{ equivalen a } \frac{40}{45} \text{ y } \frac{27}{45}$$

- **¿Cómo se suman y restan fracciones?**
Deben tener el mismo denominador.

$$\frac{7}{9} + \frac{6}{5} = \frac{7 \cdot 5}{45} + \frac{6 \cdot 9}{45} = \frac{89}{45}$$

- **¿Cómo se multiplican fracciones?**
Multiplica numeradores y denominadores.

$$\frac{6}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6 \cdot 3}{6 \cdot 5} = \frac{18}{30}$$

- **¿Cómo se dividen fracciones?**
Multiplica en cruz los numeradores y denominadores.

$$\frac{5}{8} : \frac{5}{5} = \frac{5 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{25}{40}$$

- **¿Cómo se obtiene la potencia de una fracción?**
Eleva el numerador y el denominador.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$$

- **¿Cómo se extrae la raíz de una fracción?**
Extrae la raíz del numerador y el denominador

$$\sqrt{\frac{100}{81}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{81}} = \frac{10}{9} \text{ y } -\frac{10}{9}$$

Autoevaluación 

1. Halla una fracción irreducible equivalente a $\frac{96}{216}$.
2. Sin simplificarlas, reduce a común denominador $\frac{6}{24}$ y $\frac{16}{36}$.
3. Calcula $\frac{8}{18} + \frac{12}{36}$. El resultado debe ser irreducible.
4. Calcula $\frac{20}{36} - \frac{8}{14}$ (en forma irreducible).
5. Obtén la fracción irreducible equivalente a $\frac{12}{20} + \frac{20}{35} + \frac{30}{42}$.
6. Halla $\frac{15}{27} - \frac{8}{24} + \frac{10}{20}$, expresado de forma irreducible.
7. Calcula $\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{11}$. Simplifica el resultado.
8. Halla el valor de $\frac{7}{9} : \frac{5}{10}$. El resultado debe estar simplificado.
9. Una rueda avanza $\frac{4}{6}$ metros para dar una vuelta. ¿Cuántas vueltas debe dar para avanzar 8 metros?
10. Halla $\sqrt{\frac{16}{64}}$.

Soluciones de los ejercicios propuestos en los Contenidos

Fracciones equivalentes

- a) No son equivalentes, puesto que el producto de medios y extremos no coinciden.
- b) No son equivalentes, puesto que el producto de medios y extremos no coinciden.

Reducción a común denominador

- a) $\frac{190}{720}$ y $\frac{180}{720}$
- b) $\frac{9}{24}$ y $\frac{8}{24}$
- c) $\frac{115}{180}$ y $\frac{22}{180}$
- d) $\frac{21}{180}$ y $\frac{432}{180}$

Comparación de fracciones

- a) $\frac{7}{9} > \frac{1}{5}$
- b) $\frac{4}{14} < \frac{3}{7}$
- c) $\frac{8}{17} < \frac{2}{3}$
- d) $\frac{5}{9} < \frac{3}{4}$

Suma y resta

- a) $-\frac{365}{46}$
- b) $\frac{500}{437}$
- c) $\frac{6}{437}$
- d) $\frac{417}{46}$

Cociente de fracciones

- a) $\frac{88}{57}$
- b) $\frac{207}{116}$
- c) $\frac{73}{176}$
- d) $\frac{13}{56}$

Potencias

- a) $\frac{64}{117649}$
- b) $\frac{81}{625}$
- c) $\frac{117649}{64}$
- d) $\frac{128}{62748517}$

Raíces

- a) $\frac{7}{5}$ y $-\frac{7}{5}$
- b) $\frac{11}{13}$ y $-\frac{11}{13}$
- c) $\frac{2}{3}$ y $-\frac{2}{3}$
- d) $\frac{9}{5}$ y $-\frac{9}{5}$

Operaciones combinadas

- a) $-\frac{5}{99}$
- b) $\frac{1213}{536}$

Problemas de aplicación

PROBLEMA 1.

La semana pasada he leído $\frac{1}{7}$ del libro. Me quedan por leer $\frac{6}{7}$. Esta semana he leído $\frac{4}{5}$ del resto, es decir $\frac{4}{5}$ de $\frac{6}{7}$.

Del total he leído

$$\frac{1}{7} + \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{1}{7} + \frac{24}{35} = \frac{29}{35}$$

Es decir, $\frac{29}{35}$ del total resultan ser 87 páginas.

Luego el total será:

$$\text{Total} = 87 \cdot \frac{35}{29} = \mathbf{105 \text{ páginas}}$$

PROBLEMA 2.

Se han llenado 40 recipientes de $\frac{3}{4}$ de litro. Es decir $40 \cdot \frac{3}{4} = 30$ litros de agua.

Uno ha quedado por la mitad.

Son $\frac{3}{4} : 2 = 0,37$ litros más.

Por último han sobrado 14 litros.

En total tenemos: **44,37 litros** de agua en el barril

PROBLEMA 3

Para aparcamientos se había reservado $\frac{3}{14}$ de la finca.

Se ha usado $\frac{3}{4}$ de $\frac{3}{14}$ para zonas ajardinadas.

Para aparcamientos nos quedará $\frac{3}{14} - \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{14}$ del total.

$$\frac{3}{14} - \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{14} = \frac{3}{14} - \frac{9}{56} = \frac{3}{56}$$

Solución: $\frac{3}{56}$ se habrá reservado para aparcamientos.

PROBLEMA 4

El primer día se sacó $\frac{8}{10}$ del total.

El segundo día se extrajeron $\frac{1}{4}$ de $1 - \frac{8}{10}$.

Es decir, el segundo día se sacaron $\frac{1}{4} \cdot (1 - \frac{8}{10}) = \frac{2}{40}$ del total.

Solución: La fracción del total extraída ha sido $\frac{8}{10} + \frac{2}{40} = \frac{17}{20}$

Soluciones de los ejercicios para practicar

Equivalencia de fracciones

1. a) No. Los productos cruzados no coinciden.
 b) No. Los productos cruzados no coinciden.
 c) No. Los productos cruzados no coinciden.
 d) Si.

Simplificar fracciones

2. a) $\frac{5}{8}$
 b) $\frac{4}{9}$
 c) $\frac{5}{8}$
 d) $\frac{1}{2}$

Reducir a común denominador

3. a) $\frac{12}{20}$, $\frac{15}{20}$ y $\frac{5}{20}$
 b) $\frac{32}{56}$, $\frac{21}{56}$ y $\frac{35}{56}$
 c) $\frac{15}{36}$, $\frac{16}{36}$ y $\frac{35}{36}$
 d) $\frac{16}{44}$, $\frac{33}{44}$ y $\frac{20}{44}$

Suma y resta de fracciones

4. a) $-\frac{23}{45}$
 b) $\frac{-394}{1287}$
 c) $-\frac{49}{90}$
 d) $-\frac{1}{4}$

Producto de fracciones

5. a) $\frac{1}{2}$
 b) $\frac{10}{33}$

- c) $\frac{63}{110}$
 d) $\frac{42}{55}$

Cociente de fracciones

6. a) $\frac{1}{4}$
 b) $\frac{5}{9}$
 c) $\frac{5}{2}$
 d) $\frac{10}{21}$

Potenciación

7. a) $\frac{2401}{6561}$
 b) $\frac{256}{6561}$
 c) $\frac{4}{9}$
 d) $\frac{343}{216}$

Raíz cuadrada

8. a) $\frac{2}{3}$ y $-\frac{2}{3}$
 b) $\frac{3}{5}$ y $-\frac{3}{5}$
 c) $\frac{5}{8}$ y $-\frac{5}{8}$
 d) $\frac{5}{6}$ y $-\frac{5}{6}$

Operaciones combinadas

9. a) $\frac{69}{16}$
 b) $\frac{163}{70}$
 c) $\frac{91}{55}$
 d) $\frac{120}{77}$

Problemas con fracciones

10. Podemos llenar 2085 botellines de refresco.
 11. El área del rectángulo es $\frac{35}{54}$ m².
 12. Quedan en el camión 360 Kg. De patatas.
 13. No practican deporte con regularidad un $\frac{77}{94}$ del total, lo que supone un 81%.
 14. El libro tiene en total 42 páginas.
 15. Han sobrado 22, 43 litros del barril.
 16. Se ha destinado del total de la finca una fracción de $\frac{2}{21}$ del total.
 17. La fracción del total extraída ha sido $\frac{83}{99}$.

Soluciones AUTOEVALUACIÓN

1. $\frac{6}{5}$.
2. $\frac{35}{30}$ y $\frac{8}{30}$.
3. $\frac{9}{70}$.
4. $\frac{3}{30}$.
5. $\frac{53}{20}$.
6. $\frac{35}{12}$.
7. $\frac{5}{11}$.
8. $\frac{14}{9}$.
9. 12 vueltas.
10. $-\frac{4}{8}$ y $\frac{4}{8}$.