11

Táboas e gráficas

Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Representar puntos no plano
- Calcular as coordenadas dun punto
- Construír e interpretar gráficas cartesianas
- Construír e interpretar táboas de datos
- Recoñecer magnitudes directamente proporcionais dadas por táboas ou por representación gráfica

Antes de empezar

1.Sistema de eixes coordenados ..... páx. 178
Eixes cartesianos
Coordenadas dun punto

2.Gráficas cartesianas ..... páx. 180
Interpretar gráficas de puntos
Interpretar gráficas continuas

3.Táboas e gráficas ..... páx. 182
Táboas de valores
Da gráfica á táboa
Da táboa á gráfica

4.Máis exemplos de gráficas ..... páx. 186
De proporcionalidade directa
Outros exemplos

Exercicios para practicar

Para saber máis

Resumo

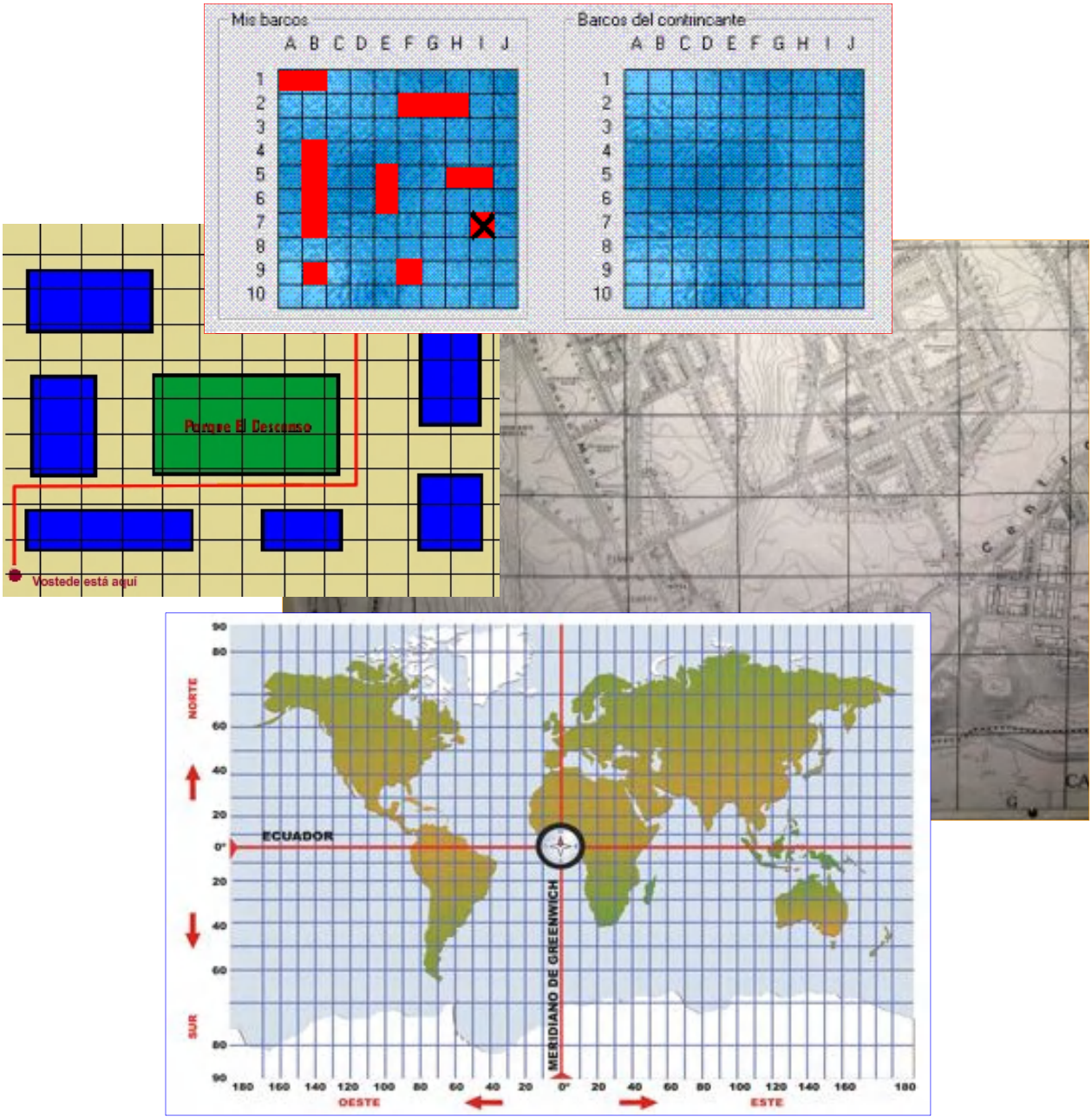
Autoavaliación

Actividades para enviar ao titor

Antes de empezar

Que teñen en común?

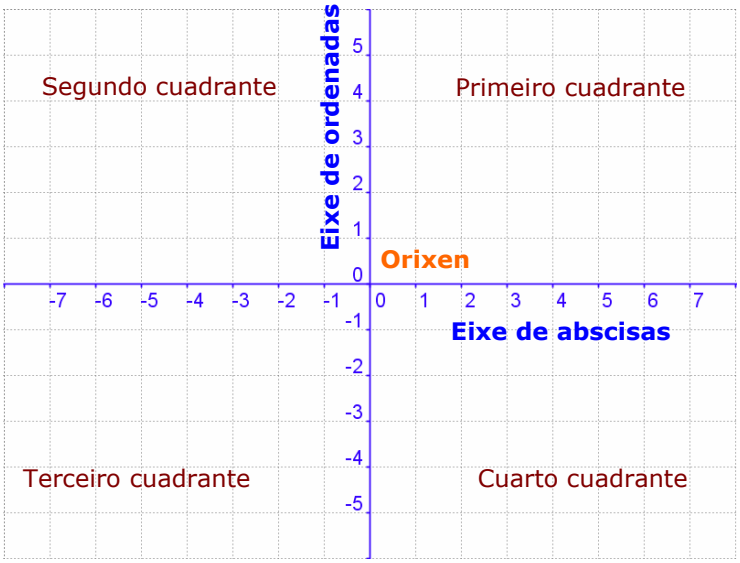
Observa as imaxes que aparecen nesta páxina. Intenta atopar qué cousas poden ter en común. ¡Ánimo!.



1. Sistema de eixes coordenados

Eixes cartesianos

Observa a seguinte imaxe, nela móstranse os elementos do sistema de **coordenadas cartesianas** que permitiu avances en varios campos das matemáticas.



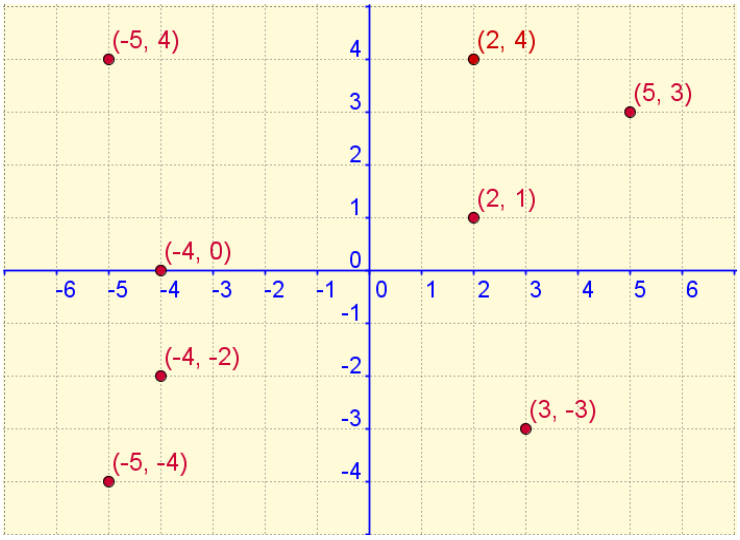
Un sistema de eixes coordenados (ou cartesianos) está formado por dous eixes numéricos perpendiculares, un horizontal, chamado de **abscisas** e outro vertical chamado de **ordenadas**.

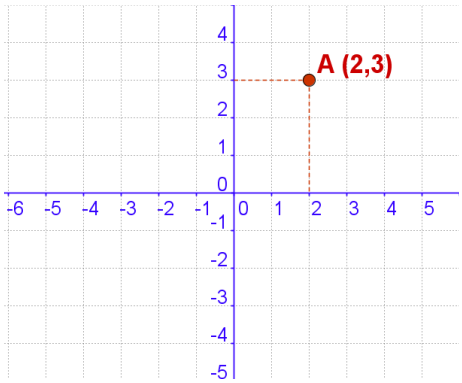
Ambos os eixes córtanse nun punto chamado **orixe** ou **centro de coordenadas**.

Coordenadas dun punto

Na imaxe deste apartado aparecen varios puntos no plano e uns eixes cartesianos onde se visualizan as coordenadas cartesianas de cada punto.

Observa que as coordenadas dun punto son un **par ordenado** de valores.



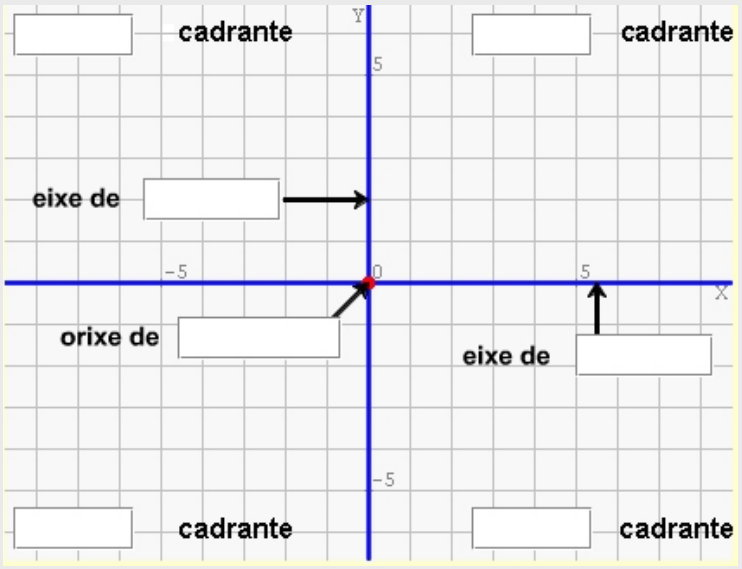


- A primeira coordenada ou **abscisa** dun punto indícanos a distancia á que o devandito punto se atopa do eixe vertical.

- A segunda coordenada ou **ordenada** dun punto indica a distancia á que se atopa o punto do eixe horizontal.

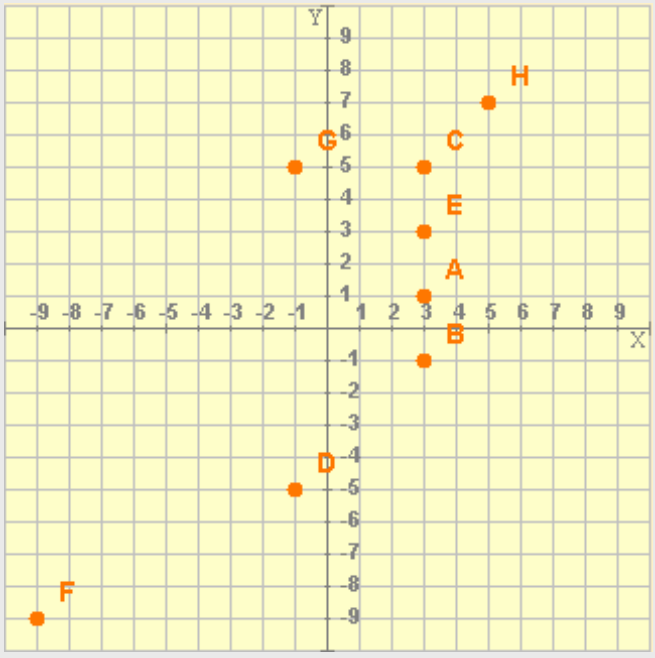
EXERCICIOS resoltos

1. Escribe os termos que correspondan nos rectángulos que se mostran na seguinte imaxe:



Os termos son (de arriba abaixo e de esquerda a dereita): segundo, ordenadas, coordenadas, terceiro, primeiro, abscisas, cuarto.

2. Completa a táboa coas coordenadas dos puntos representados na imaxe seguinte:



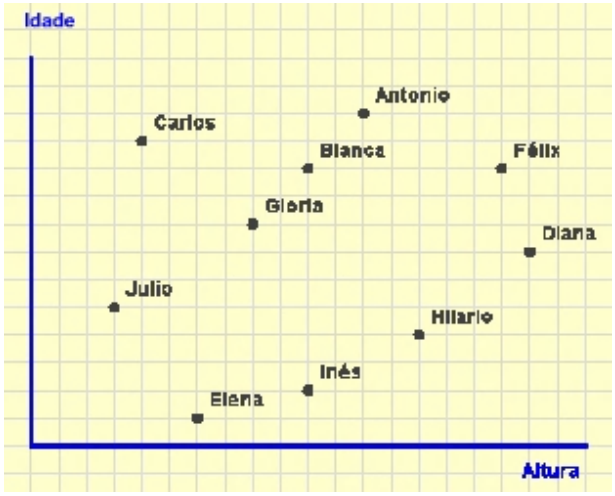
	x	y
A		
B		
C		
D		
E		
F		
G		
H		

Os puntos son: A(3,1) B(3,-1) C(3,5) D(-1,-5) E(3,3) F(-9,-9) G(-1,5) H(5,7)

2. Gráficas cartesianas

Interpretar gráficas de puntos

Na imaxe de debaixo vese un exemplo de **gráfica cartesiana.** Cada punto da gráfica está relacionado coa **idade** e a **altura** das persoas que fan cola para entrar nun cine.

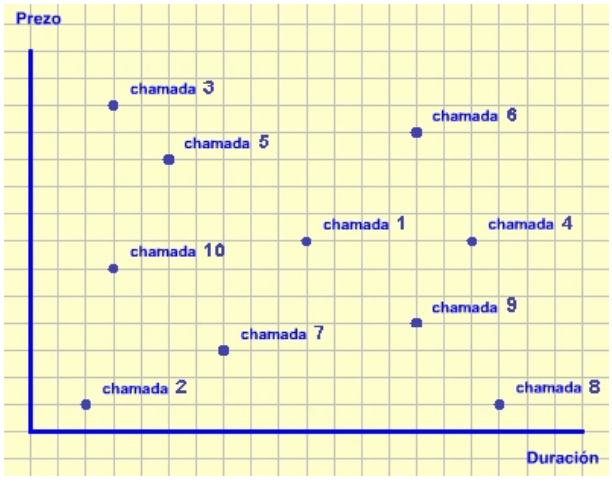


Observa: o punto que aparece **máis elevado,** e o punto **máis baixo,** o punto situado **máis á dereita** e o punto situado **máis á esquerda**. Relaciónao coas magnitudes representadas.

Como se interpreta?

- ✓ Diana é a máis alta xa que o punto que a representa está máis á dereita. Antón é o de maior idade posto que o punto que o representa é o que se atopa máis arriba na gráfica.
- ✓ Así mesmo podes ver que Branca e Inés teñen a mesma estatura xa que os seus puntos están á mesma distancia do eixe de ordenadas; e Branca e Fiz teñen a mesma idade xa que os seus puntos atópanse á mesma distancia do eixe de abscisas.
- ✓ O máis baixiño sería Xulio e Helena é a máis nova de todas as persoas da fila.

Na segunda gráfica móstranse o **prezo** e o **tempo** que duraron as chamadas realizadas por dez persoas que se atopaban nun Locutorio telefónico.



Observa: os puntos que están situados á **mesma altura** e os puntos situados **sobre unha mesma vertical**. Relaciónaos coas magnitudes representadas.

- ✓ A chamada de maior duración foi a chamada 8.
- ✓ A chamada máis cara foi a 3 aínda que foi das de menor duración.
- ✓ A chamada 2 foi a de menor duración e, xunto coa 8, son as máis baratas.
- ✓ As chamadas 1 e 4 custaron o mesmo aínda que a súa duración foi distinta.
- ✓ As chamadas 6 e 9 duraron o mesmo, pero a 6 custou máis.
- ✓ Que chamada cres que se fixo a un teléfono máis próximo?

  A nº 8 xa que é a máis longa e de menor custo.

A interpretación da gráfica:

- ✓ O ciclista empeza o seu percorrido e ás dúas horas atópase a 40km.
- ✓ Percorre 20km máis pero volvendo cara atrás.
- ✓ Volve a afastarse 10km e párase a descansar durante unha hora.
- ✓ Finalmente vólvese a montar na súa bicicleta e regresa ao punto de partida tardando nesa última parte do percorrido, de 30km, dúas horas.



Interpretar gráficas continuas

Na seguinte gráfica descríbese o percorrido realizado por un ciclista e, a diferenza das dúas anteriores, non se trata de puntos illados senón que é unha liña continua:



Observa: os tramos da gráfica que indican que o ciclista afástase, regresa ou está parado.

EXERCICIOS resoltos

3. A empresa EDAD S.A. cotiza en Bolsa desde hai algúns anos. Na gráfica adxunta móstranse as cotizacións (en €) das súas accións durante o ano 2008. Cal foi a maior cotización alcanzada polas súas accións? En que mes se conseguiu? Cal foi o menor valor acadado polas accións? Cal foi o mes en que se alcanzou esa mínima cotización? Que cotización se alcanzou no mes de xuño?:



A maior cotización foi de 70 € e alcanzouse en decembro. A menor cotización foi de 10 € e acadouse en agosto. No mes de xuño as accións cotizáronse a 40 €.

3. Táboas e gráficas

Táboas de valores

En moitas ocasións teremos **conxuntos de datos** que nos virán dados de diferentes formas: expresión verbal, unha fórmula ou ecuación... En calquera caso, o dispor dos devanditos datos nunha **táboa** facilitaranos a súa interpretación e a súa representación gráfica.

Vexamos os pasos a seguir para construír unha **táboa de dobre entrada** cando os datos nos veñen dados de forma verbal ou mediante unha ecuación.

Primeiro exemplo (datos en forma verbal):

Nun club deportivo contan con 200 socios. Deles 20 practican natación, 35 practican fútbol, 15 practican voleibol, 40 practican baloncesto, 30 practican atletismo, 10 practican tenis, 24 practican balonmán e 26 practican ximnasia.

Para este primeiro exemplo, prepararemos unha táboa en sentido vertical, tal como a que aparece á beira (parte superior). Cos datos que temos, a táboa debería ter **2 columnas** e **9 filas** (unha fila será o encabezamento das dúas columnas)

Nas celas da primeira fila escribimos o nome das magnitudes ou dos tipos de datos que aparecerán en cada columna. Nas demais celas da primeira columna iremos escribindo o nome dos deportes que se practican. Aínda que os escribiremos na orde en que aparecen no enunciado, poderíamolos escribir en orde alfabética ou en calquera outro orde que considerasemos.

A continuación, encheriamos as celas da segunda columna co número de practicantes de cada deporte. Ese número deberá corresponder co deporte escrito na cela contigua da primeira columna. Ao final, deberemos ter unha táboa similar á que aparece ao lado.

Observa: a orde de colocación dos valores relacionados e as posibles disposicións das táboas.

deporte	nº socios

deporte	nº socios
natación	
fútbol	
voleibol	
baloncesto	
atletismo	
tenis	
balonmán	
ximnasia	

deporte	nº socios
natación	20
fútbol	35
voleibol	15
baloncesto	40
atletismo	30
tenis	10
balonmán	24
ximnasia	26

Observa: O cálculo dos importes realízase da seguinte forma (faremos o cálculo para coñecer o importe de 5 botellas de zume):

Importe = 0,75 · nº botellas = 0,75 · 5 = 3,75 €.



Segundo exemplo (datos en forma de ecuación):

O importe que debemos pagar por una determinada cantidade de botellas de zume de laranxa é:

Importe = 0,75 · nº de botellas

Imos construír unha táboa na que se mostrarán os importes se se compran de 1 a 10 botellas. Neste caso, en lugar dunha táboa en sentido vertical, construiremos unha táboa en sentido horizontal e que, segundo os datos que temos deberá ter dúas filas e once columnas xa que necesitaremos unha columna para indicar a que se refiren as cantidades que aparezan nas celas de cada fila.

Esta táboa pode ser como a seguinte:

Nº botellas										
Importe										

Nas celas da primeira fila escribiremos o número de botellas en orde crecente:

Nº botellas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Importe										

Nas celas da segunda fila escribiremos os importes correspondentes ao número de botellas e que calcularemos a partir da ecuación que nos dan no enunciado:

Nº botellas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Importe	0,75	1,5	2,25	3	3,75	4,5	5,25	6	6,75	7,5

TÁBOA DE VALORES

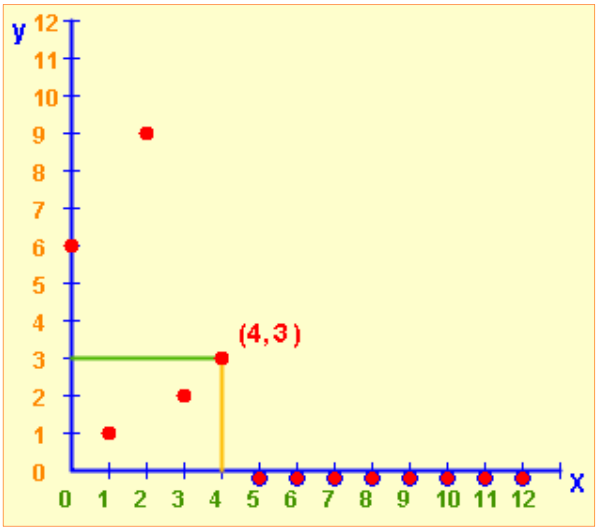
X	Y
0	6
1	1
2	9
3	2
4	3
5	5
6	4
7	7
8	6
9	3
10	8
11	9
12	2

Da táboa á gráfica

En moitas ocasións necesitaremos que os datos recollidos nunha táboa sexan representados graficamente sobre uns eixes de coordenadas.

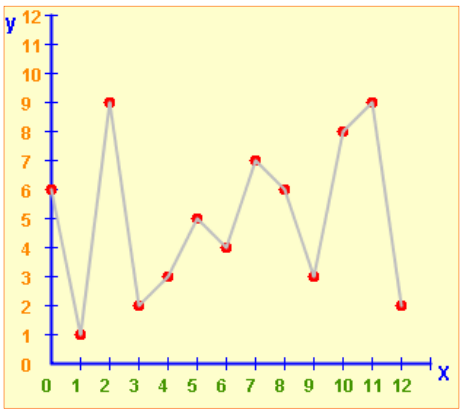
Vexamos como representar graficamente os datos da táboa que ves ao lado. Primeiro, deberemos debuxar una sistema de eixes coordenados sobre o que, posteriormente, representaremos os datos.

Unha vez que debuxamos os eixes e marcamos os valores correspondentes, tanto no eixe de abscisas como no eixe de coordenadas, é cando comezaremos a situar os puntos que representarán os datos dados.



Unha vez acabado o proceso,deberemos obter unha gráfica similar á que se mostra, na que se uniron, mediante segmentos, cada par de puntos consecutivos, aínda que non sempre se deberán unir.

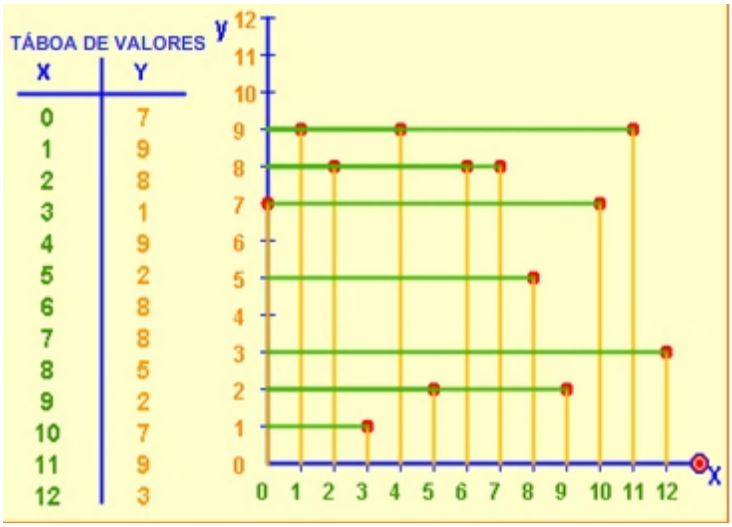
Observa: Situámonos no primeiro punto da **X** dado na táboa e subimos unha altura igual ao seu correspondente valor de **Y**, así obtemos o primeiro punto da gráfica.**(0,6)** Repetimos o proceso con cada parella de valores da táboa. Na imaxe do lado vense os trazos usados para representar o punto (4,3).

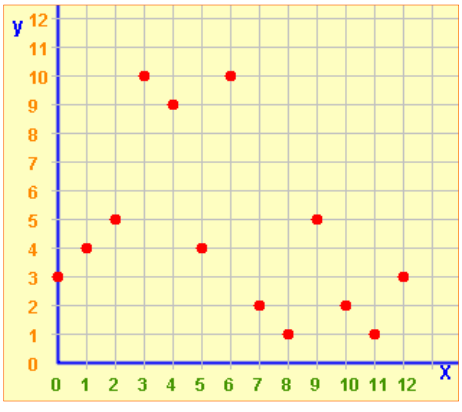


Da táboa á gráfica

Vexamos agora o proceso inverso: dannos unha gráfica cartesiana e debemos construír a táboa de datos representada en dita gráfica.

Fíxate na gráfica da marxe. A partir das coordenadas dos puntos representados, poderemos construír a correspondente táboa de datos. O proceso é idéntico ao empregado no segundo exercicio do primeiro apartado desta quincena.





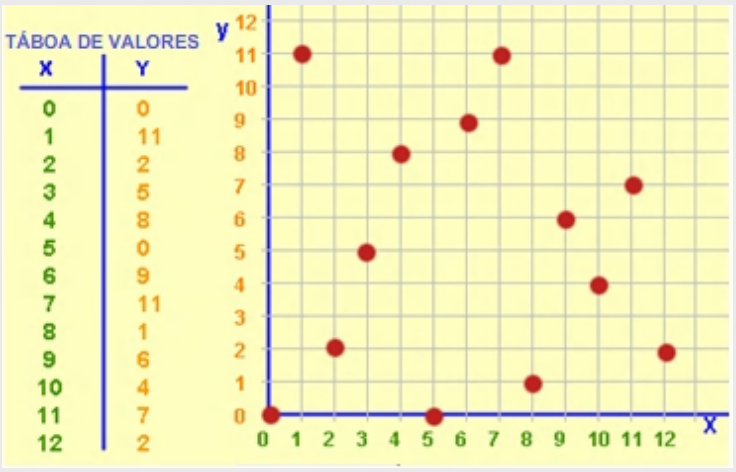
Proceso: polo primeiro punto da gráfica (**o de máis á esquerda**), trazamos unha paralela ao **eixe Y** ata chegar ao **eixe X** e unha paralela ao **eixe X** ata o **eixe Y**.
Estas paralelas, ao cortar con cada un dos eixes, darannos os correspondentes **valores X e Y (coordenadas)** dese punto. Anotamos os valores lidos na **táboa de valores** e continuamos o proceso cos demais, ata chegar ao último punto (**o situado máis cara a dereita**).

EXERCICIOS resoltos

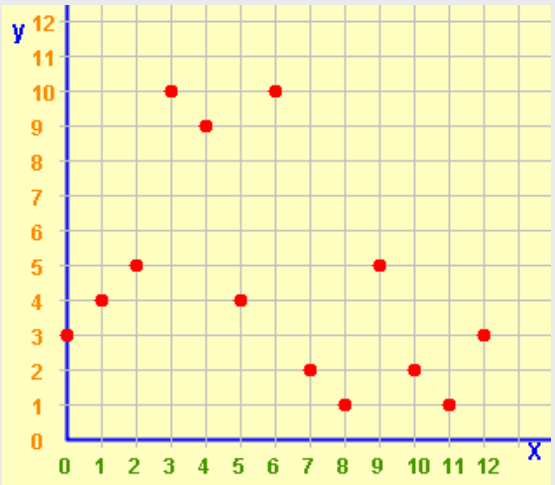
4. Sabendo que o prezo dun traxecto en taxi se calcula mediante a ecuación **prezo (en €) = 0,55·distancia (en km)+1,5,** constrúe unha táboa para percorridos de: 1, 2, 3, 5, 8, 12 e 15 km

Distancia (km)	1	2	3	5	8	10	12
Prezo (€)	2,05	2,60	3,15	4,25	5,90	7,00	8,10

5. Constrúe a gráfica cartesiana que corresponde á seguinte táboa de valores:



6. Constrúe a táboa de datos que corresponde á gráfica cartesiana de puntos seguinte:



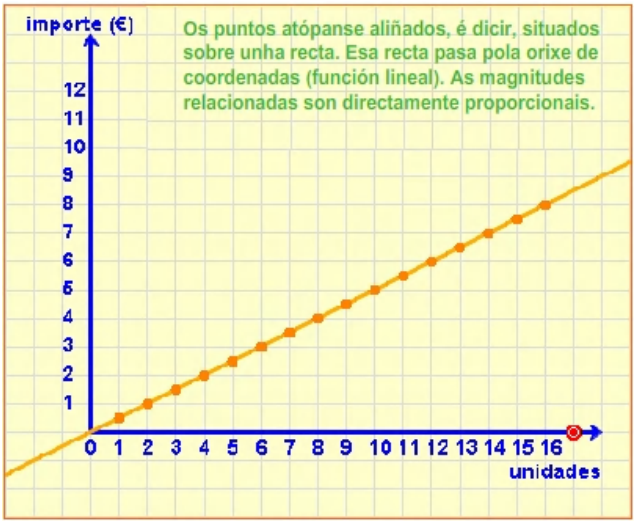
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	3	4	5	10	9	10	2	1	5	2	1	3

4. Máis exemplos de gráficas

De proporcionalidade directa

Un pasteliño custa 0,5€, canto custarán 2 pasteliños?, e catro pasteliños?.

É fácil ver que o **importe** a pagar será **y=0,5x**, onde **y** sería o importe en euros e **x** correspondería ao número de pasteliños comprados. As magnitudes **importe** e **cantidade de pasteliños** son **directamente proporcionais** coa constante de proporcionalidade **0,5**.



Ampliemos un pouco a información dada ata agora. É fácil comprobar que **a cada cantidade de pasteliños lle corresponde un único importe**; é dicir, entre ambas as dúas magnitudes (cantidade de pasteliños e importe) establécese unha **correspondencia** na que **a cada valor da primeira magnitude se lle asocia un e só un valor da segunda**.

Cando temos un tipo así de correspondencia, dicimos que as dúas magnitudes están relacionadas mediante unha **función,** ou que temos definida unha función. Unha función pode vir descrita por: unha expresión verbal, unha táboa, unha gráfica ou unha ecuación.

O exemplo dos pasteliños determínanos un tipo especial de función chamada **función lineal** (tal como xa dixemos ao principio deste apartado) e todas se corresponden con ecuacións do tipo

$$y=m\cdot x$$

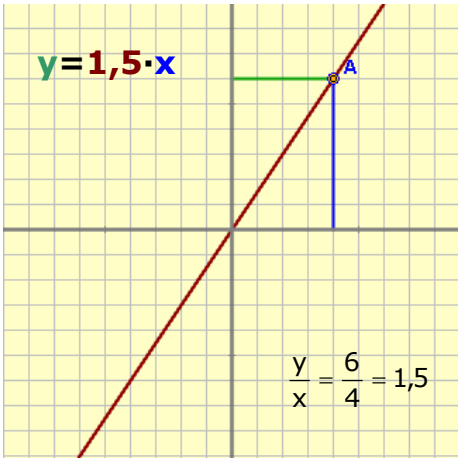
onde **m** corresponde á **constante de proporcionalidade.**



x	y
0	0
1	0,5
2	1
3	1,5
5	2,5
10	5

Observa: os puntos están aliñados sobre unha recta que pasa pola orixe de coordenadas. É un exemplo de **función lineal**.

Na gráfica de debaixo móstrase a representación gráfica dunha función lineal de ecuación **y=1,5·x** e obsérvase que as coordenadas do punto **A** representado verifican a relación **y/x=1,5**



Observa: o cociente entre a coordenada **Y** e a coordenada **X** dun punto da gráfica dunha **función lineal** determínanos **m**, que corresponde á **constante de proporcionalidade**



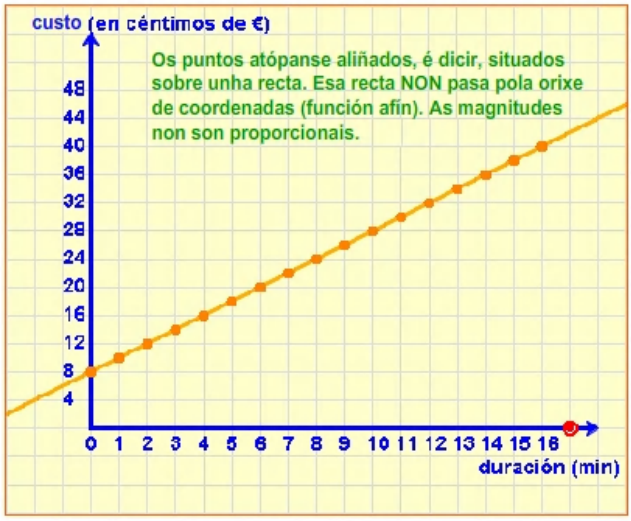
x min	**y** cent
0	8
1	11
2	14
3	17
5	23
10	38

Observa: os puntos están aliñados sobre unha recta que **NON** pasa pola orixe de coordenadas.
É un exemplo de **función afín**.

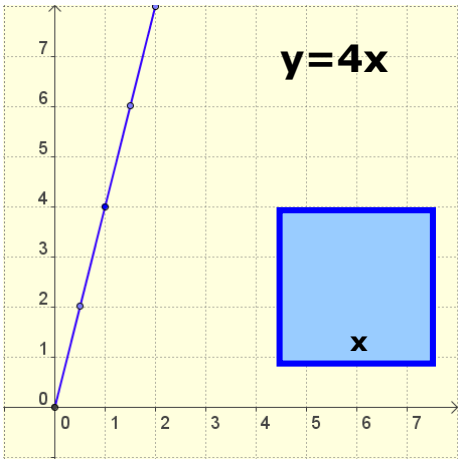
Outros exemplos

1) Unha compañía de telefonía fixa cobra 8 céntimos de euro por establecemento de chamada e 3 céntimos por minuto falado. Podemos ver que a ecuación que nos determinará o custo dunha chamada será **y=3x+8** onde **y** será o **custo** da chamada en **céntimos** de euro e **x** será a **duración** da chamada en **minutos**.

Na gráfica móstrase a representación gráfica da ecuación.

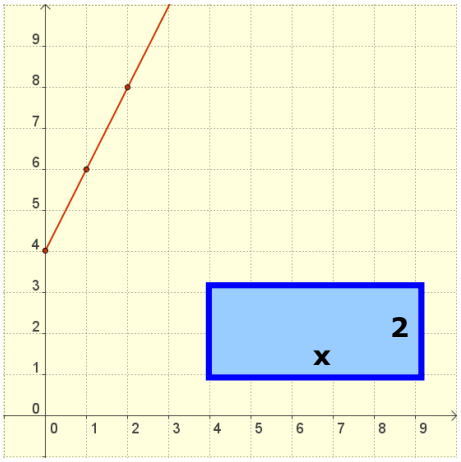


Nese caso pódese comprobar facilmente que as dúas magnitudes **non** son directamente proporcionais.



2) O perímetro dun cadrado está en **función** do seu lado; a un cadrado de lado 0,5dm correspóndelle un perímetro de 4·0,5=2dm; un cadrado de 2dm de lado ten un perímetro de 2·4 = 8dm.

En xeral podemos escribir que o perímetro dun cadrado de lado x é **y=4x**. Se se representa esta función, obtense a gráfica da esquerda. É unha función lineal.

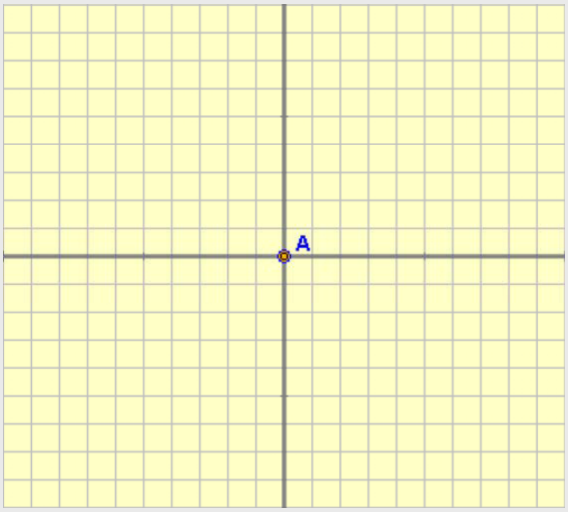


3) O perímetro dun rectángulo de altura 2dm, tamén está en función da base. Se se chama x á medida da base, o perímetro é **y=2x+4**. Representando esta función, obtense a gráfica da dereita, unha recta que non pasa pola orixe de coordenadas; é unha función afín.

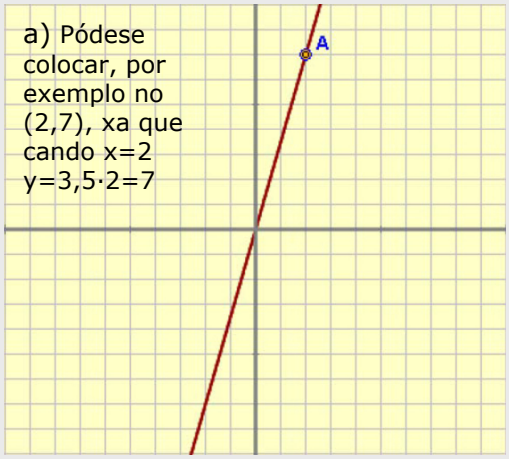
EXERCICIOS resoltos

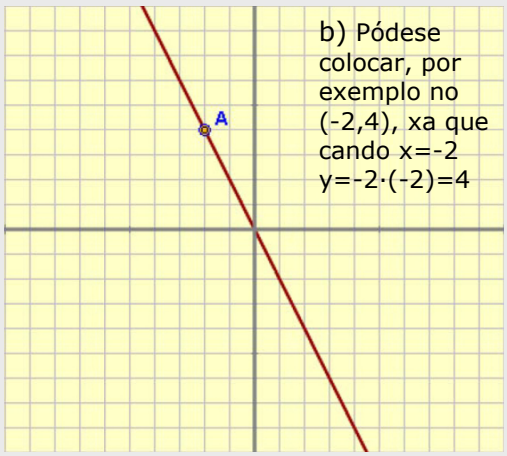
7. Sitúa o punto A de maneira que a recta que pasa polo devandito punto e a orixe de coordenadas representa a función lineal dada pola fórmula

a) **y=3,5·x** b) **y= -2·x** c) **y = -0,5·x** d) **y=2·x**

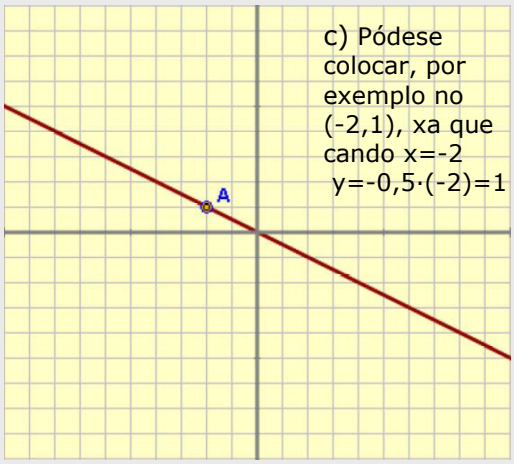


a) Pódese colocar, por exemplo no (2,7), xa que cando x=2 y=3,5·2=7

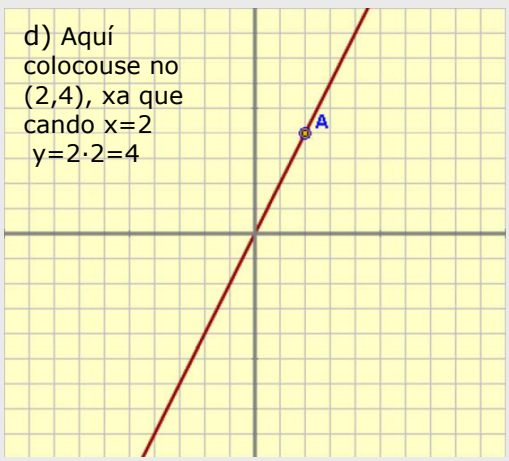




b) Pódese colocar, por exemplo no (-2,4), xa que cando x=-2 y=-2·(-2)=4



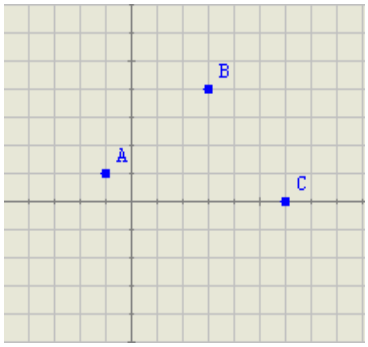
c) Pódese colocar, por exemplo no (-2,1), xa que cando x=-2 y=-0,5·(-2)=1



d) Aquí colocouse no (2,4), xa que cando x=2 y=2·2=4

Para practicar

1. Nunha folla de papel cuadriculado marcáranse os catro vértices dun cadrado, pero un deles borrouse. Coa axuda das coordenadas, indica onde debe marcarse o vértice que falta.



2. Un grupo de amigos marchou de excursión. Un deles realizou un pequeno esbozo coa axuda dun sistema de eixes coordenados. Cales son as coordenadas da ermida?



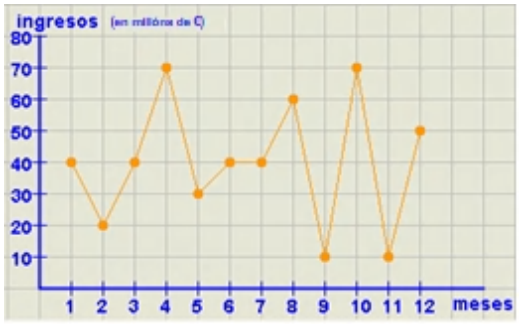
3. Dous pobos próximos comparten a mesma estación de ferrocarril. Cal é a situación xeográfica da devandita estación respecto a ambos os dous pobos se un lado de cada cuadrícula representa 500m na realidade?



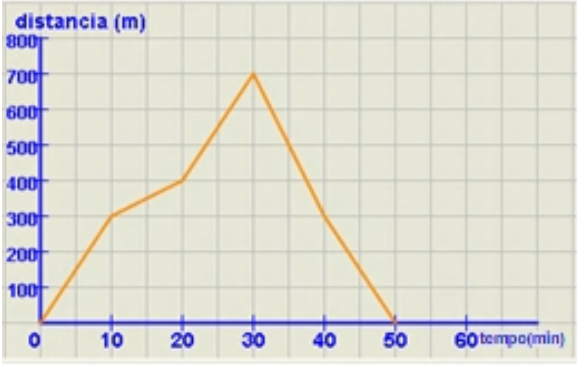
4. Escribe, a partir dos datos da gráfica, o nome do volcán máis alto e o nome do volcán que sufriu máis erupcións.



5. Unha empresa presenta o gráfico que se ve a continuación, cos ingresos obtidos durante os doce meses do último ano. Cal é o primeiro mes en que máis gañou? E o último mes en que gañou menos? Que ingresos obtivo en maio?



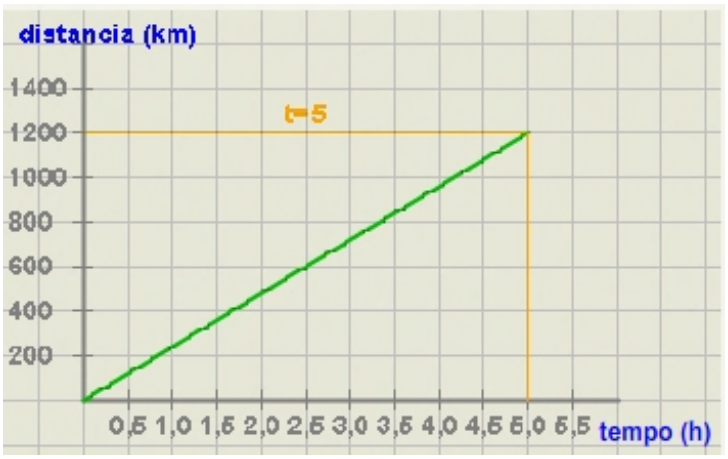
6. Marta saíu a dar un paseo. Canto durou ese paseo? A que distancia se encontra o punto máis afastado da súa casa?



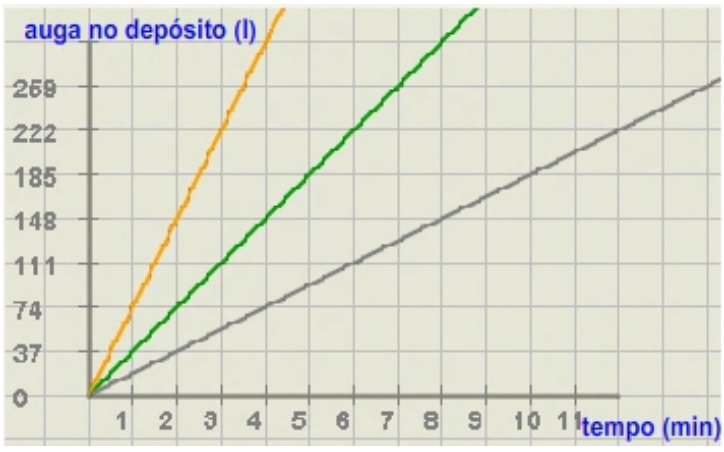
7. Cos datos da gráfica, calcula a canto se vendeu o quilo de froita.



8. Un tren de longo percorrido une as cidades de Málaga e Barcelona. Iniciou a viaxe ás 8 da mañá. Na seguinte gráfica móstrase o percorrido realizado en función do tempo e a distancia percorrida. A que hora chega a Barcelona? Cal foi a velocidade media do tren?



9. Un depósito enchese mediante unha bomba que verte 74 litros de auga por minuto. Cal das tres rectas representa a auga do depósito en función do tempo?

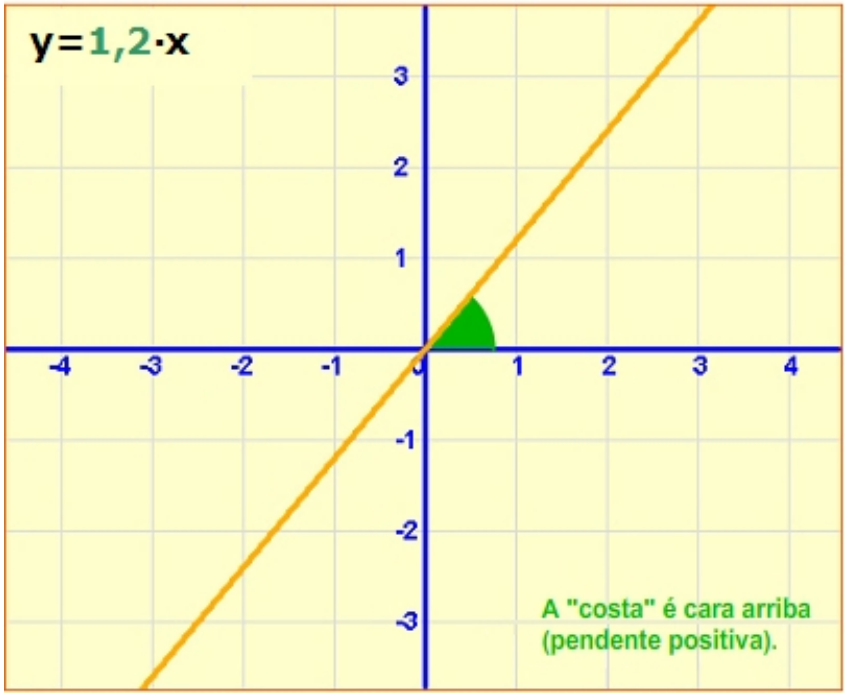


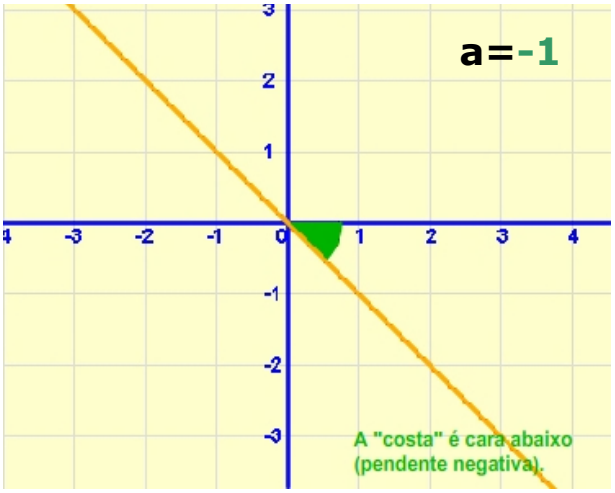
Para saber máis

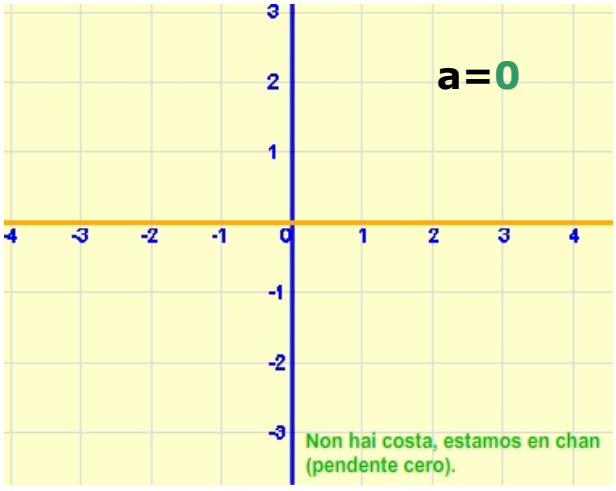
A pendente dunha recta

Xa tes visto que a **ecuación** dunha **función lineal** é da forma **y=a·x** . O valor da **a**, que é a **constante de proporcionalidade**, tamén recibe o nome de **pendente,** posto que nos indica o ángulo da recta con respecto á parte positiva do eixe das **X** .

Nas imaxes podes ver rectas co valor de **a** igual a 1,2; 0 e -1. Observa as distintas inclinacións das rectas que se ven.

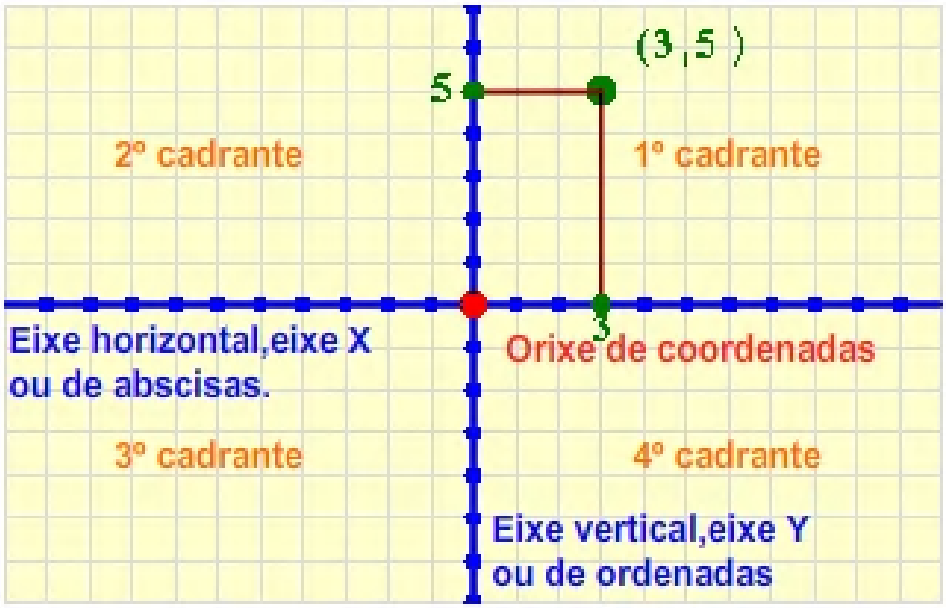




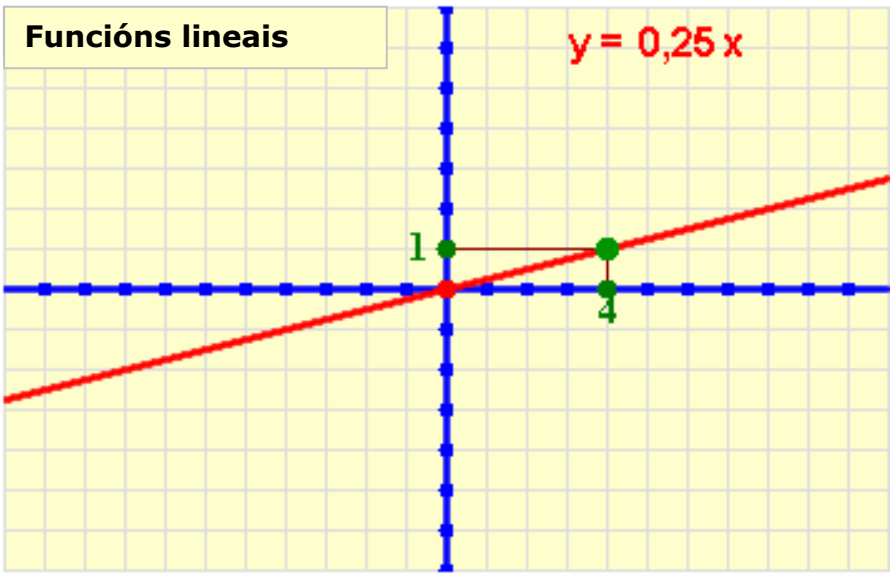


Lembra o máis importante

- Un sistema de representación **cartesiano** está formado por dúas rectas ou eixes perpendiculares, o de **abscisas** (eixe **x**) e o de **ordenadas** (eixe **y**). O punto no que se cortan os eixes é a **orixe** de coordenadas.
- Cada **punto** no plano represéntase mediante un par ordenado de **coordenadas** cartesianas **(x,y)**.



- A representación gráfica da relación existente entre dúas magnitudes directamente proporcionais é ou ben unha recta ou ben un conxunto de puntos aliñados.
- Todas as gráficas anteriores **sempre pasan pola orixe** de coordenadas; é dicir, polo punto (0,0). Corresponden ás chamadas **funcións lineais**.

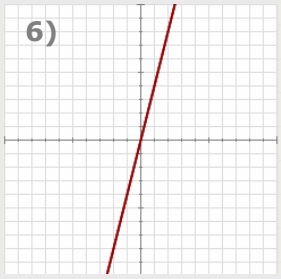


Autoavaliación

4)

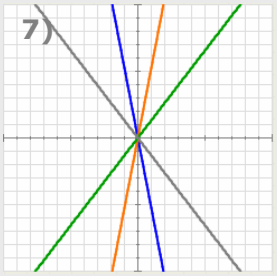


6)



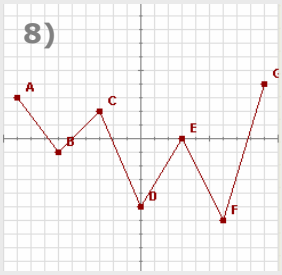
x	y
-4	-16
-2	-8
1	4
2	8
4	16
¿?	20
-3	¿?

7)



x	y
-3	-15,75
-2	-10,5
-1	-5,25
0	0
1	5,25
2	10,5
3	15,75

8)

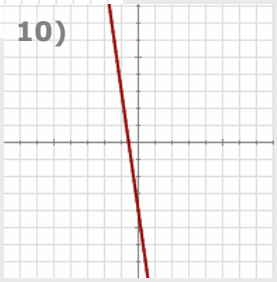


x	y
-9	3
-6	-1
-3	2
0	-7
3	0
6	-6
9	4

9)



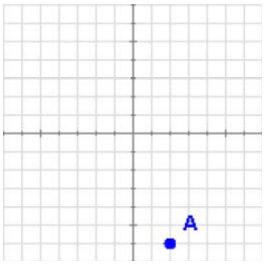
10)



1. Como se chama o eixe vertical dun sistema de eixes coordenados?

2. Que coordenadas corresponden ao punto A representado na gráfica?

3. Representa o punto de coordenadas B(3,-5) no sistema de eixes coordenados do exercicio anterior.



4. Indica o lago de maior extensión e o lago que se encontra a maior altura.

5. Completa a táboa sabendo que a cantidade de disolvente que debemos usar por quilo de pintura vén determinada pola ecuación: **disolvente = 0,55 · kg de pintura + 0,2**.

Kg. pintura	1	2	4	
disolvente	0,75			5,7

6. Completa os datos da táboa que corresponden á gráfica que se mostra.

7. Indica a cor da gráfica que corresponde á táboa dada.

8. Un dos puntos representados é incorrecto. Indica as súas coordenadas.

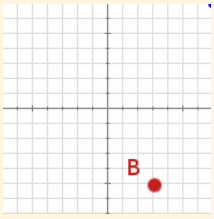
9. Calcula a constante de proporcionalidade determinada pola función lineal representada.

10. Que tipo de función é a representada na gráfica?.

Solucións dos exercicios para practicar

1. D(2,-3)
2. (1,-6)
3. 2.500 metros ao norte de A e a 3.500 metros ao leste de B.
4. O volcán máis alto é Nevado e o volcán con máis erupcións é o Furioso.
5. abril (70 millóns), novembro (10 millóns), 30 millóns.
6. O paseo durou 50 minutos e a distancia ao punto máis afastado é de 700 metros
7. 2,3 € o quilo
8. O tren chega á unha da tarde a Barcelona e a velocidade media do tren é de 240 km/h
9. A recta laranxa.

Solucións AUTOAVALIACIÓN

1. Eixe de ordenadas
2. A(2, -6)
3. 

4. O lago máis extenso: Sulfuroso, o lago máis elevado: Morto
5. x=2; y=1,3
   x=4; y=2,4
   x=10; y=5,7
6. x=5, y=-12
7. A recta laranxa
8. D(0,-5) que debería ser (0,-7)
9. m=3
10. Función afín

Non esquezas enviar as actividades ao titor