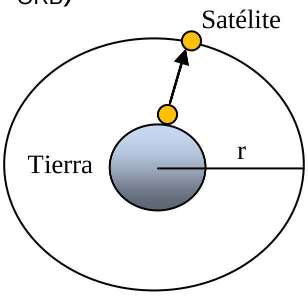
SATÉLITES Y ENERGÍA

Se desea situar un satélite artificial, de 100kg de masa, en una órbita circular situada en el plano del ecuador y con un radio $2{,}5R_T$. Calcule:

a) La energía que hay que comunicarle al satélite y la velocidad orbital del mismo.

b) la energía adicional que habría que aportar al satélite en órbita para que escape de la acción del campo gravitatorio terrestre.

a) Según el Principio de Conservación de la Energía, la energía total en la Tierra (Em_T) tiene que ser la misma que la energía total en la órbita a la que situamos nuestro satélite (Em_{ORB}).



La energía mecánica en la Tierra será la suma de la energía cinética y la energía potencial terrestre ($r=R_T$).

$$Em_T = Ec_T + Ep_T = Ec_T + \frac{G \bullet M \bullet m}{R_T}$$

Análogamente para la energía mecánica en la órbita a la que queremos situar nuestro satélite.

$$Em_{ORB} = Ec_{ORB} + Ep_{ORB} = \frac{G \bullet M \bullet m}{2r} - \frac{G \bullet M \bullet m}{r} = -\frac{G \bullet M \bullet m}{2r}$$

Por tanto,

$$Em_T = Em_{ORB}$$

$$Ec_T + \frac{G \bullet M \bullet m}{R_T} = -\frac{G \bullet M \bullet m}{2r}$$

De esta forma la energía que hay que aplicar al satélite será:

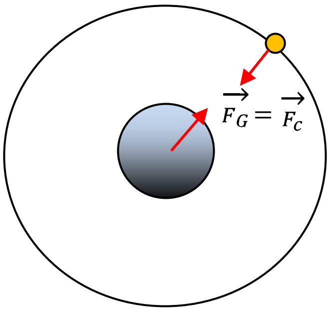
$$Ec_T = -\, G \bullet M \bullet m \left[\frac{1}{R_T} + \frac{1}{2r}\right]$$

$$Ec_T = -6´67.10^{-11}.\ 5´98.10^{24} \cdot 100 \left[\frac{1}{6´37.10^6} + \frac{1}{2.2´5.6´37.10^6}\right]$$

$$Ec_T = 5´011.10^9 \text{ J}$$

Cuando un satélite de masa m gira en una órbita circular estable en torno a la Tierra, la única fuerza que actúa sobre él es la fuerza de atracción gravitatoria.

1



Fc = $\frac{m \cdot v_{ORB}^2}{r}$ Fg= G • $\frac{M_T}{R_T} \cdot m$

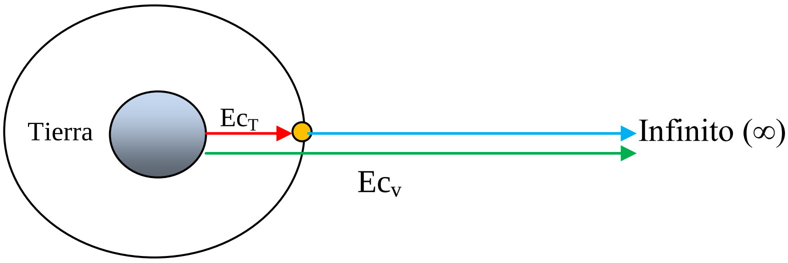
Igualando ambas fuerzas,

$$\frac{m \cdot v_{ORB}^2}{r} = G \bullet \frac{M_T}{R_T} \cdot m$$

Podemos conocer la velocidad del satélite en dicha órbita:

$$v_{ORB} = \sqrt{\frac{G \bullet M}{r}} = \sqrt{\frac{6´67.10^{-11} \bullet 5´98.10^{24}}{2´5 \bullet 6´37.10^6}} = 5004´651 \text{ m/s} \approx 5\text{km/h}$$

b) La energía que hay que aplicar al satélite en órbita para que escape o lo que es lo mismo, la energía para que escape de la atracción terrestre se calcula a partir de la energía necesaria para que el satélite escape (Ec_V) y la energía que hay que comunicarle para que se ponga en órbita (Ec_T).



Como la energía necesaria para situarlo en la órbita desde la superficie terrestre (ECT) se ha calculado en el apartado anterior, solo tenemos que averiguar cuánto vale la energía para que el satélite escape desde la Tierra.

$$Ec_V = \frac{m \bullet (v_{escape})^2}{2} = \frac{m \bullet \left(\sqrt{\frac{2 \bullet G \bullet M}{R_T}}\right)^2}{2} = \frac{m \bullet G \bullet M}{R_T}$$

$$Ec_V = \frac{100 \bullet 6'67.10^{-11} \bullet 5'98.10^{24}}{6'37.10^{6}} = 6261632653 \approx 6'26.10^9 \text{ J}$$

Por tanto, le energía adicional para que el satélite escape de la influencia terrestre desde la órbita es:

$E = Ec_V - Ec_T = 6'262.10^9 - 5'011.10^9 = 1'251.10^9$ J