

# Movimiento I

## Objetivos

Con esta unidad se pretende realizar una introducción vectorial al estudio de los movimientos.

- Se repasan los conceptos de:  
Sistema de Referencia, vectores posición y desplazamiento, introducidos en 4º ESO (trayectoria)
- Se vuelven a utilizar conceptos fundamentales del movimiento como MU, MUA, MCU que se han introducido en cursos anteriores: 2ºESO: [Cinemática](#); 4ºESO: [Mov rectilíneos](#) y [Movimiento Circular Uniforme](#).
- Se definen los conceptos de velocidad media e instantánea, simultaneándose el límite del vector velocidad media cuando el tiempo tiende a 0.

## ¿Qué es un Sistema de referencia?

El lugar desde donde se observa la posición del móvil es un Sistema de Referencia. El ojo del observador es un sistema de referencia.

Escena	A.1		A.2	A.3
Posición y velocidad del Sist. de Ref.	X-ref <input type="text" value="-5"/>	VXi-ref <input type="text" value="0.0"/>	TRAYECTORIA OBSERVADA POR EL SISTEMA DE REFERENCIA	
	Y-ref <input type="text" value="-3"/>	VYi-ref <input type="text" value="0.0"/>		
Sist. Ref. 				
inicio	Vxi-movil <input type="text" value="1.5"/>	Vyi-movil <input type="text" value="1.0"/>	limpiar	 

**ESCENA:** Se representa el movimiento de un punto, un sistema de referencia (un ojo) y cómo ve el ojo el movimiento. El ojo puede cambiarse de posición (con X-ref e Y-ref) y moverse (con VXi-ref y VYi-ref). Puede variarse la velocidad del móvil con los controles de la barra inferior (Vxi-movil y Vyi-movil)

A.1: Modifica la posición del ojo. Sitúalo en diferentes puntos. Inicia la escena y observa en el recuadro de la derecha cómo ve el ojo el movimiento del cuerpo rojo.

A.2: Modifica la velocidad del ojo. Sitúalo en un punto fijo y varía su VX y su VY. Inicia la escena y observa en el recuadro de la derecha cómo ve el ojo el movimiento del cuerpo rojo.

A.3: Modifica la velocidad del cuerpo rojo. Inicia la escena y observa en el recuadro de la derecha cómo ve el ojo el movimiento del cuerpo rojo desde los controles de la barra inferior.

E.1: Describe en el Bloc de notas qué ocurre cuando: a) el móvil va a la misma velocidad que el S.R. b) cuando llevan velocidades opuestas

E.2: Describe en el Bloc de notas qué ocurre cuando: a) el móvil va a una velocidad doble de la del S.R. b) cuando llevan velocidades opuestas, siendo el móvil la mitad que la del S.R.

E.3: Describe en el Bloc de notas qué ocurre cuando: a) el móvil va a una velocidad igual a la del S.R., pero en dirección perpendicular. Repite tus descripciones si el sentido es el opuesto al anterior (siendo las direcciones perpendiculares).

**INICIO:** Devuelve la escena a su estado inicial reiniciando los valores de los controles y auxiliares. Si hay animación automática, ésta comienza de nuevo.

**LIMPIAR:** Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

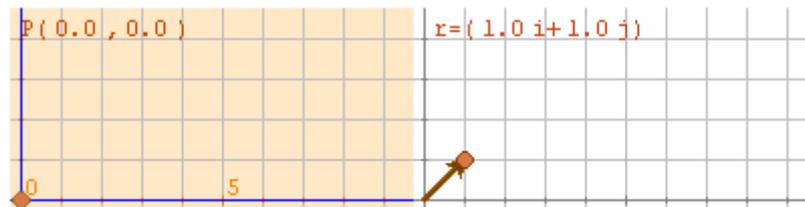
**RETROCESO:** Este es el botón de "reinicio de animación" Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

**PLAY:** Arranca, detiene o continúa la animación Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar. Para hacerla comenzar de nuevo hay que pulsar el botón de "reinicio de animación" ("|<<").

## Los ejes de coordenadas son un sistema de referencia

Aquí tienes dos sistemas de ejes de coordenadas cartesianas. Habitualmente se emplean para situar en su origen el Sistema de Referencia.

Puedes imaginar que el ojo de la escena anterior está situado en el punto (0,0)



Dos coordenadas:  
componentes:  
un punto en un plano

Dos coordenadas o  
un vector en el plano

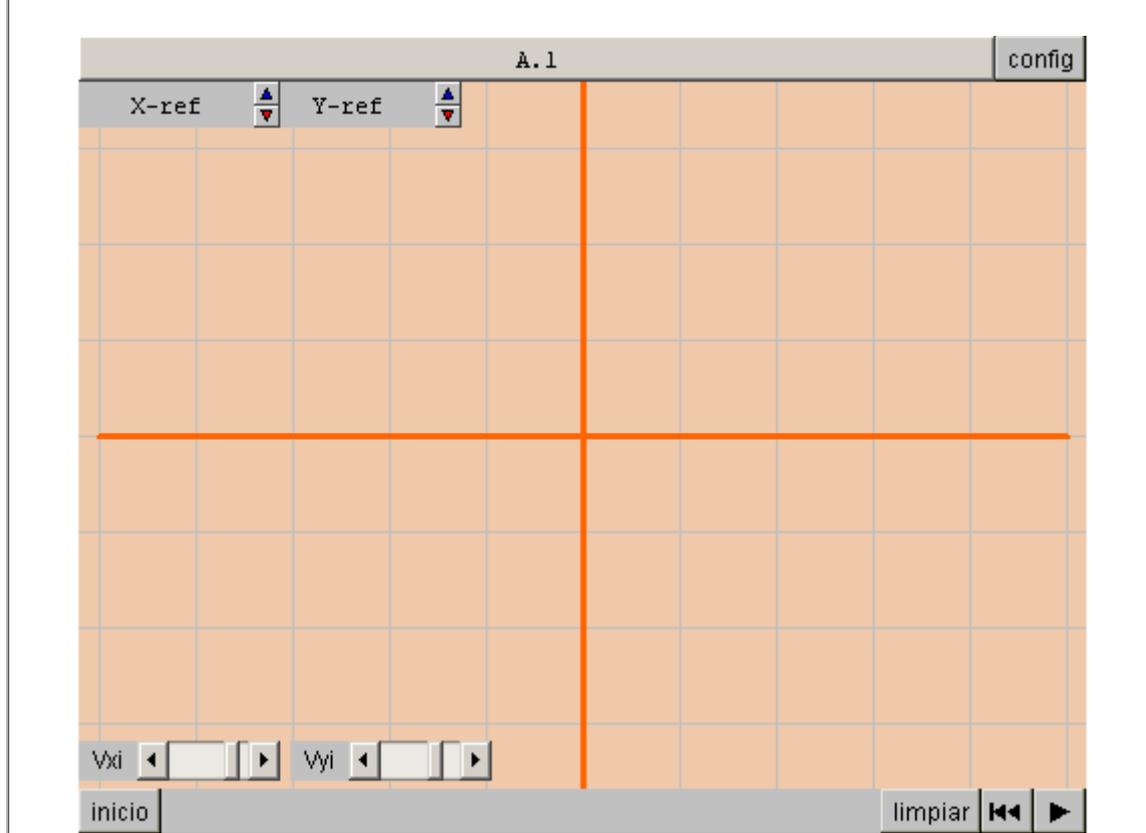
<  
FONT>

Mueve los círculos marrones y observa cómo se determina la posición de un punto y de un vector.

Los sistemas de referencia no tienen porqué estar en un extremo del papel.  
Pag, sig

## Los ejes de coordenadas son un sistema de referencia

Los sistemas de referencia se suelen dibujar en el centro o en el vértice inferior izquierdo del papel. Esto no es más que una convención. En la escena puedes colocar los ejes en diferentes puntos y también cambiar la velocidad del móvil. Pruébalo.



A.1: Consigue que el móvil se desplace paralelo a cada uno de los ejes

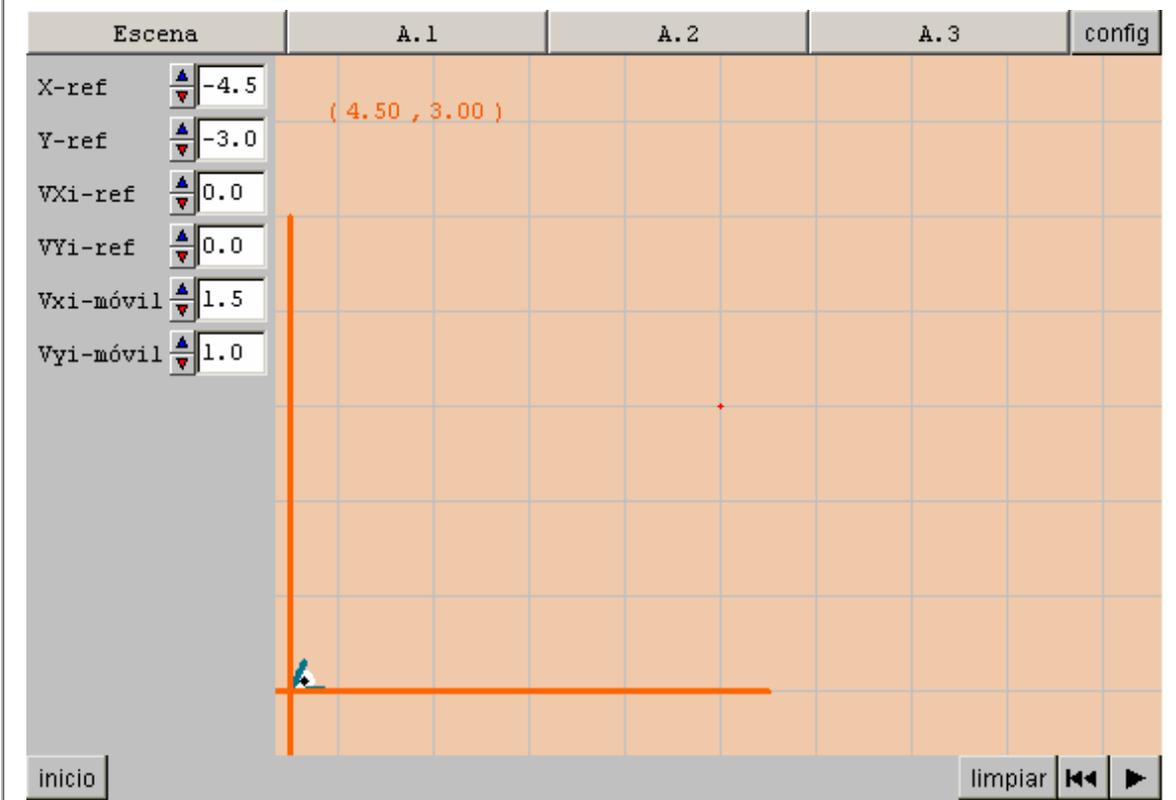
LIMPIAR: Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

RETROCESO: Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

PLAY: Arranca, detiene o continúa la animación. Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar. Para hacerla comenzar de nuevo hay que pulsar el botón de "reinicio de animación" ("|<<")

## Los Sistemas de Referencia pueden estar en movimiento

En el Universo todo se mueve. Así que, cualquier Sistema de Referencia que escojamos también estará en movimiento. Para simplificar el problema, a veces suponemos que las estrellas muy lejanas están en reposo.



**ESCENA:** Un Sistema de referencia sobre dos ejes de coordenadas que puedes situar en diferentes lugares. El Sistema de Referencia puede estar quieto o moverse. A la vez, hay un punto que se mueve, su posición variará según la posición del Sistema de Referencia y de la velocidad de éste. Si el movimiento ocurre sobre un lugar que no puedes ver, se puede arrastrar el espacio.

**A.1:** Con el Sistema de Referencia parado, modifica su posición y observa cómo la posición del móvil es diferente según sea la posición del S.R.

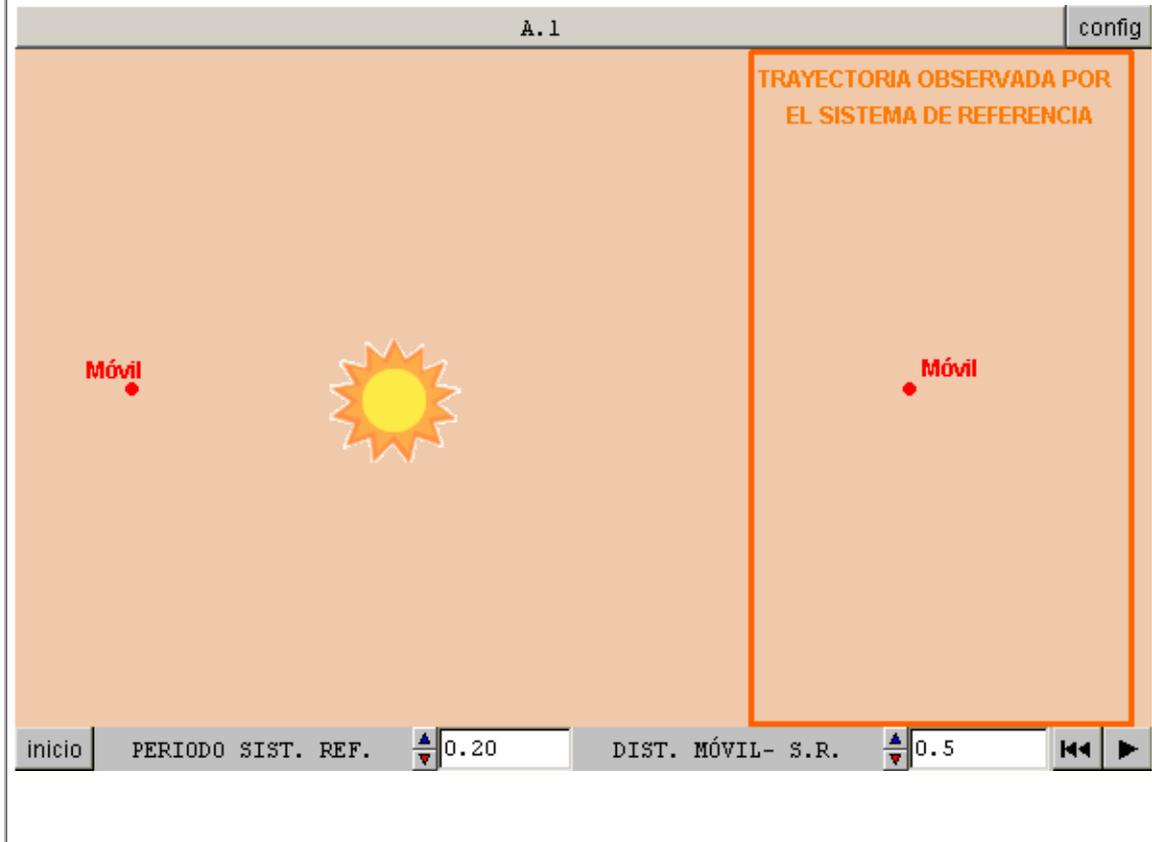
**A.2:** Con el Sistema de Referencia parado prueba a situarlo en diferentes lugares, modificando la velocidad del móvil. Prueba con diferentes velocidades. Observa qué ocurre cuando varías Vxi-móvil y Vyi-móvil.

**A.3:** Fija una posición para el Sistema de Referencia modifica las velocidades del móvil y del Sistema de Referencia. Presta especial atención a las siguientes situaciones: velocidad del móvil igual a la del Sistema de Referencia y cuando las relaciones de las velocidades sean doble, mitad, etc, de uno respecto al otro.

**LIMPIAR:** Borra los rastros dejado por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

## El movimiento de la luna es muy diferente dependiendo del Sistema de Referencia

El movimiento de la Luna alrededor de la Tierra es muy diferente según se vea desde la Tierra o desde el Sol



A.1: Modifica los controles y observa cómo se ve el mismo movimiento desde el Sol y desde la Tierra

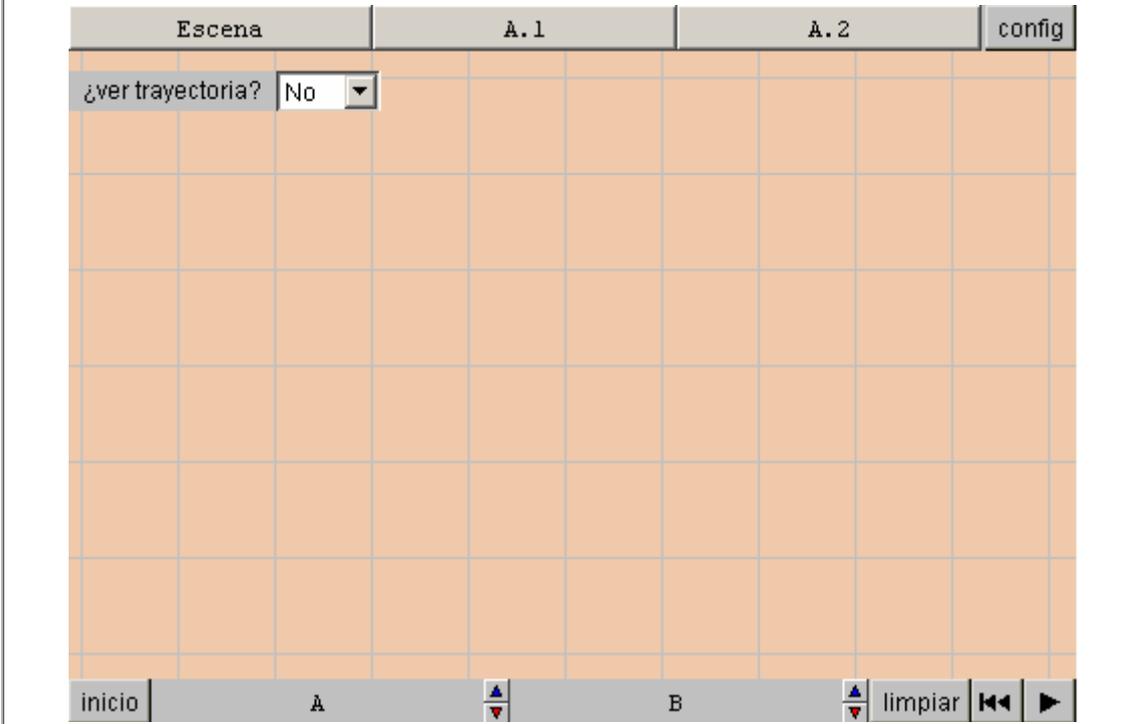
LIMPIAR: Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

RETROCESO: Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

PLAY: Arranca, detiene o continúa la animación. Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar. Para hacerla comenzar de nuevo hay que pulsar el botón de "reinicio de animación" ("|<<").

## Posición y trayectoria

La posición de un punto nos informa acerca de su movimiento. La trayectoria nos dice qué camino ha seguido; sin embargo, éstos no son suficientes para describir completamente un movimiento



**ESCENA:** El vector posición de un móvil. Puedes ver, o no, la trayectoria que describe. También puedes modificar algunos parámetros del movimiento (A y B).

**A,1:** Modifica los valores de A (control en la base de la escena) y observa los cambios que se originan en el movimiento. ¿Qué efectos tiene el control A sobre el movimiento del cuerpo?

**A,2:** Modifica los valores de B (control en la base de la escena) y observa los cambios que se originan en el movimiento. ¿Qué efectos tiene el control B sobre el movimiento del cuerpo?

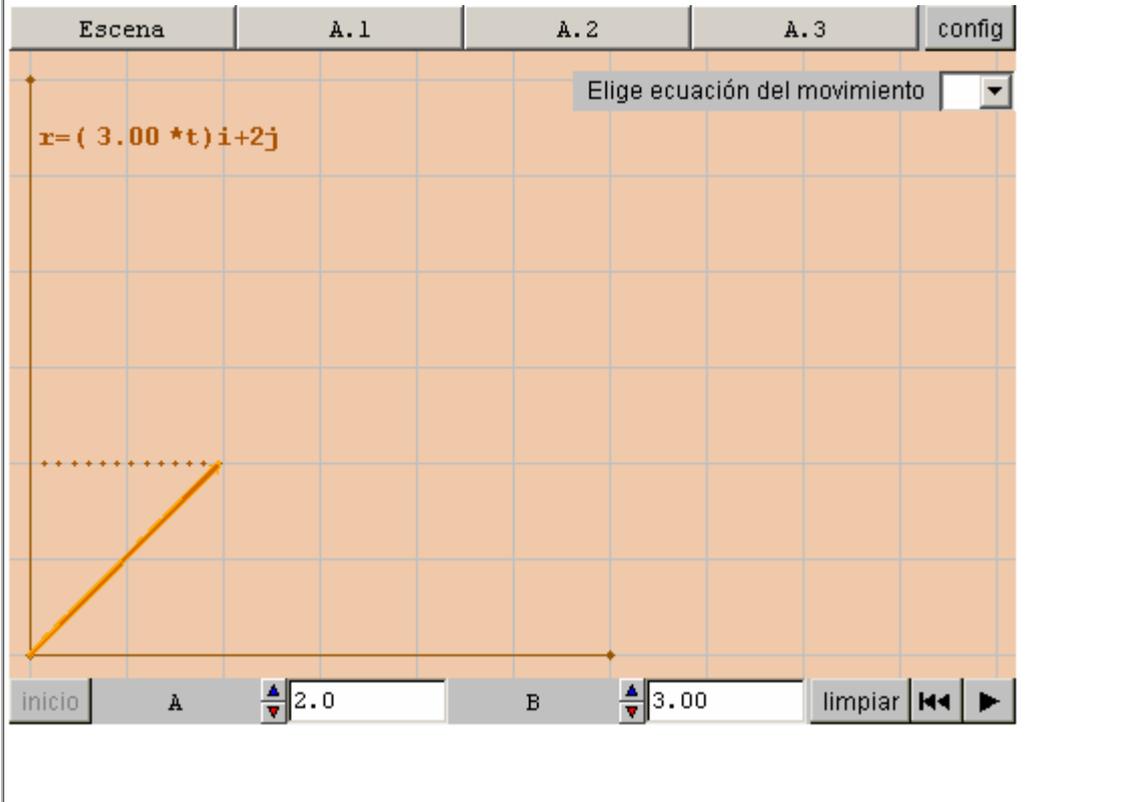
**LIMPIAR:** Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

**RETROCESO:** Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

**PLAY:** Arranca, detiene o continúa la animación. Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar. Para hacerla comenzar de nuevo hay que pulsar el botón de "reinicio de animación" ("|<<").

## Ecuación del movimiento

La ecuación del movimiento de un cuerpo contiene toda la información acerca de su movimiento: dónde estará en cada momento.



**ESCENA:** La escena permite seleccionar 7 ecuaciones de movimiento diferentes. Basta seleccionar la ecuación e iniciar la escena. Nuestro sistema de referencia viene señalado por dos ejes de coordenadas. Utiliza el botón limpiar antes de representar cada movimiento.

**A.1:** Cuando no se ha seleccionado ninguna ecuación de movimiento aparece un sencillo movimiento: Rectilíneo Uniforme. Identifica la ecuación con el movimiento. Modifica el control B y observa qué ocurre.

**A.2:** Observa cómo es este movimiento. Fíjate en que el origen de coordenadas está en el punto (0,0). Modifica los parámetros de la barra inferior de la escena y observa qué ocurre.

**A.3:** Observa cómo son las ecuaciones correspondientes a cada movimiento. Modifica los parámetros de la barra inferior de la escena y observa qué ocurre.

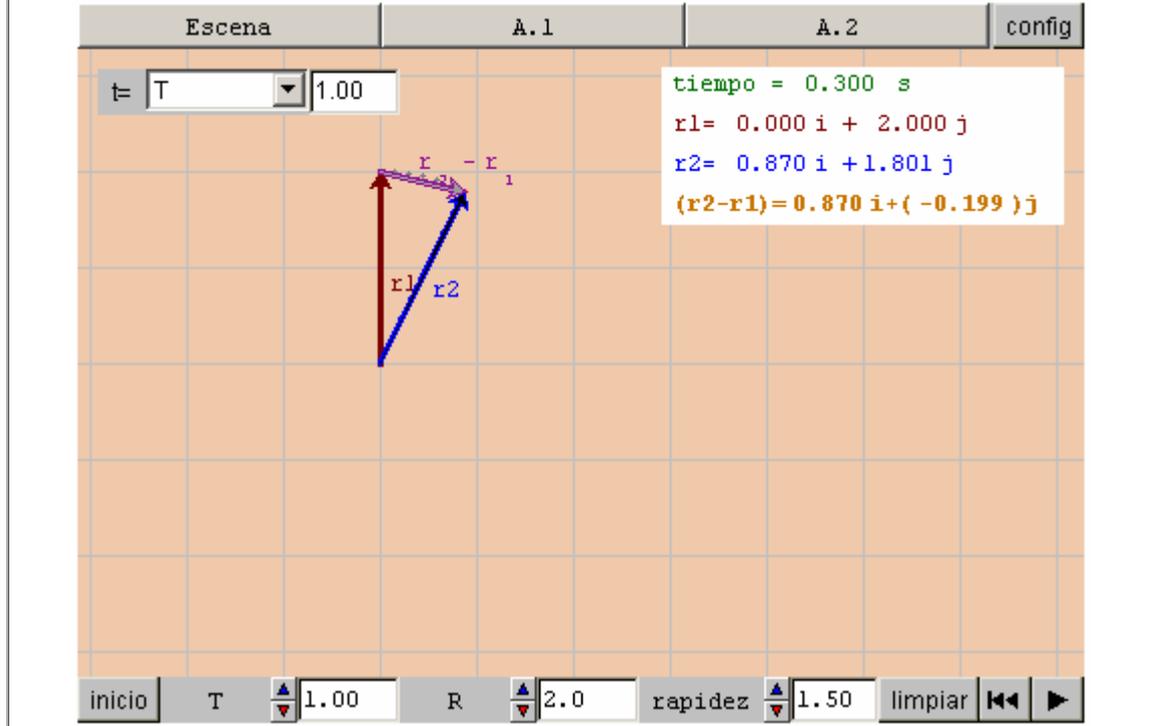
**LIMPIAR:** Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

**RETROCESO:** Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

**PLAY:** Arranca, detiene o continúa la animación. Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar.

## Desplazamiento

El vector desplazamiento entre dos instantes es un vector que une el vector posición en inicial y el final. Su sentido va del inicial al final.



ESCENA: Se representa un Movimiento Circular. Puedes seleccionar el tiempo que quieres que esté moviéndose: T, en la barra inferior. Después, ve al menú de selección superior y selecciona T. También puedes seleccionar submúltiplos de T.

A.1: Después observa cómo es el vector desplazamiento cuando T es T/32, T/16, T/8, T/4 y T/2.

A.2: Puedes variar el radio de la circunferencia y la rapidez del móvil. Observa los valores del vector desplazamiento en cada momento.

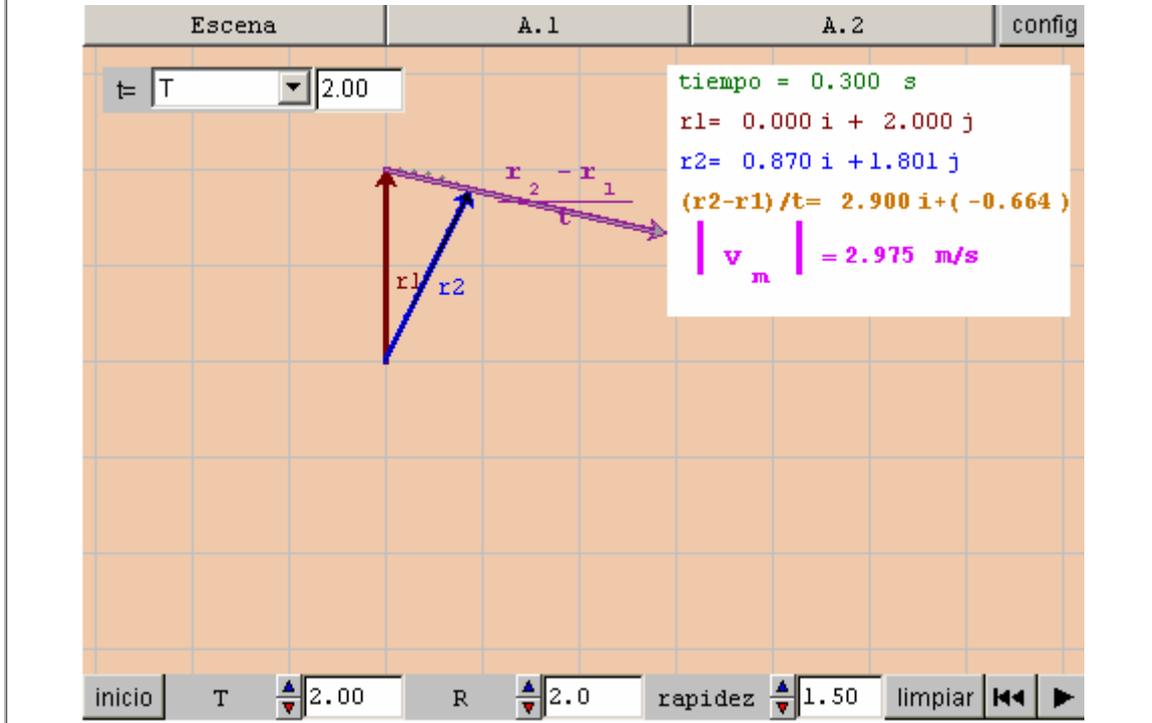
LIMPIAR: Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

RETROCESO: Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

PLAY: Arranca, detiene o continúa la animación. Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar.

## Velocidad media

El vector velocidad media entre dos puntos es el cociente entre el vector desplazamiento y el tiempo transcurrido.



**ESCENA:** Se representa un movimiento circular uniforme. Puedes comparar los valores del vector desplazamiento y el vector velocidad media. En primer lugar elige un tiempo en la barra inferior y después selecciónalo en el menú desplegable.

**A.1:** Una vez seleccionado un tiempo  $T$ , escoge diferentes submúltiplos y observa cómo varía el vector velocidad media según va pasando el tiempo

**A.2:** ¿Por qué el vector velocidad media no llega hasta  $r_2$ ?

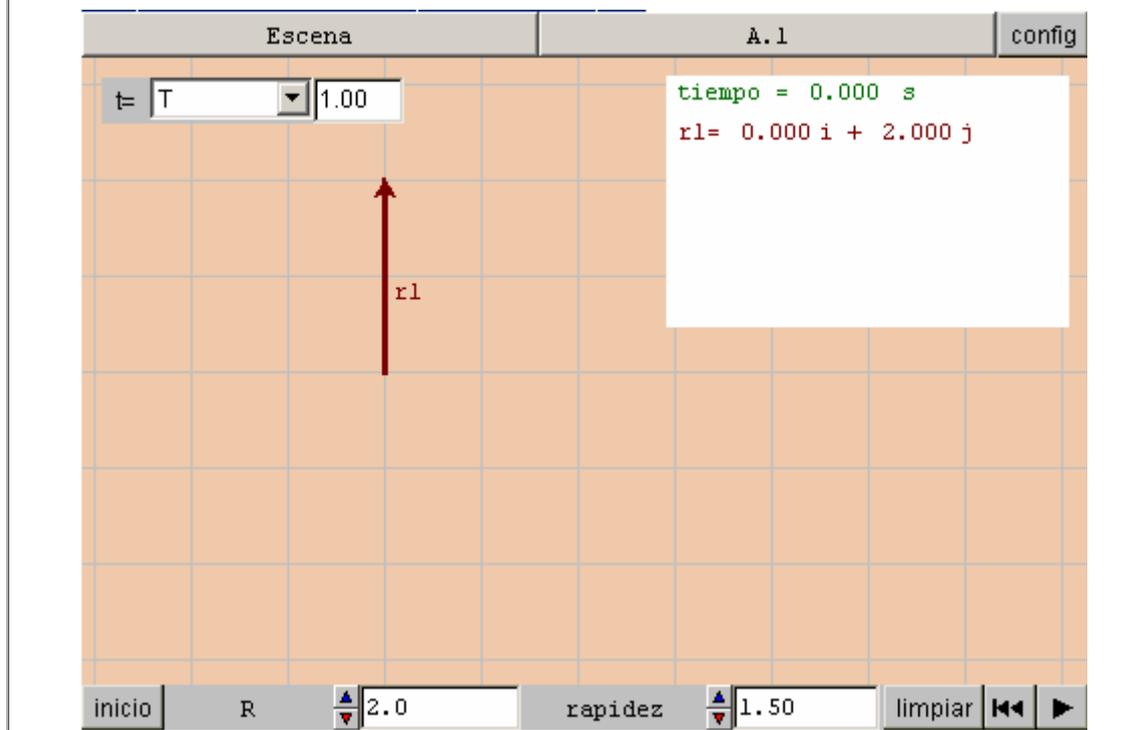
**LIMPIAR:** Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

**RETROCESO:** Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

**PLAY:** Arranca, detiene o continúa la animación. Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar.

## Velocidad instantánea

La velocidad instantánea se aproxima al valor de la velocidad media entre dos puntos muy próximos. En términos matemáticos se dice que la velocidad instantánea es el límite del cociente entre el vector desplazamiento y el tiempo, cuando el tiempo tiende a cero. Se puede decir también que la velocidad instantánea es la derivada de vector desplazamiento con respecto al tiempo.



**ESCENA:** El movimiento circular de un móvil que describe aproximadamente un cuarto de circunferencia. Puedes variar el radio del movimiento y la rapidez.

**A.1:** Selecciona T inicia la escena y después, selecciona T/2, T/4, T/8, T/16 y T/32. Observa cómo a medida que se va reduciendo el tiempo, el valor de la velocidad media tiende a mantenerse constante y su dirección tiende a ser tangente a la trayectoria.

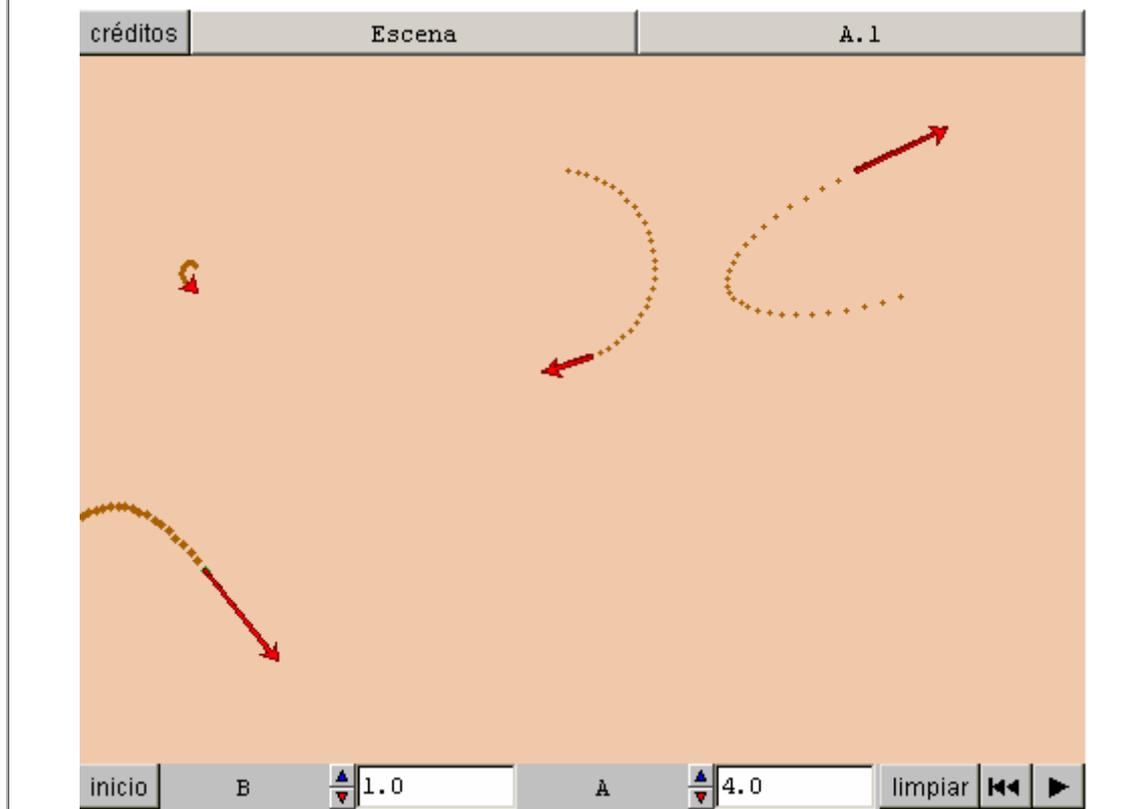
**LIMPIAR:** Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

**RETROCESO:** Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

**PLAY:** Arranca, detiene o continúa la animación. Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar.

## La velocidad instantánea es un vector tangente a la trayectoria

El vector velocidad instantánea puede calcularse fácilmente calculando la derivada del vector desplazamiento con respecto al tiempo. El resultado es un vector tangente a la trayectoria en el sentido del movimiento.



ESCENA: Se representan cuatro movimientos, cada uno de ellos con el vector velocidad instantánea.

A.1: Modifica los valores de A y B y cambiarás algunos parámetros de los movimientos. Observa como el vector velocidad sigue siendo tangente a la trayectoria en cada punto

LIMPIAR: Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

RETROCESO: Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

PLAY: Arranca, detiene o continúa la animación. Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar.

## Evaluación

¿Tienes claros los términos?:

Sistema de Referencia, componentes de un vector, vector posición y vector desplazamiento ?

¿Conoces el significado de: las ecuaciones del movimiento, velocidad media y velocidad instantánea y qué es el desplazamiento?

¿Puedes describir los movimientos en términos vectoriales?

¿Tienes claro los conceptos de velocidad media e instantánea y entiendes el "paso al límite de la escena donde se define qué es la velocidad instantánea?

Puedes comprobarlo en [Evaluación](#) ▶▶▶

1 En la [escena](#), Se puede conseguir que el móvil viaje sobre el eje de las Y lo más rápidamente posible con el sistema de referencia en reposo:

- Cuando x-ref: -4.4 y-ref: 0; vx-ref: 0, vy-ref:0; vx-móvil:2 y vy-móvil:2
- Cuando x-ref: -4.4 y-ref: 2; vx-ref: 0, vy-ref:2; vx-móvil:0 y vy-móvil:2
- Cuando x-ref: -4.4 y-ref: 0; vx-ref: 0, vy-ref:0; vx-móvil:0 y vy-móvil:2
- Cuando x-ref: -4.4 y-ref: 0; vx-ref: 0, vy-ref:0; vx-móvil:2 y vy-móvil:0

2 En la [escena](#), se puede podernos situar un punto y un vector en dos ejes de coordenadas cartesianas. ¿Cuál de estas afirmaciones es FALSA?

- El vector unitario del eje Y se denomina j y el unitario del eje X se llama i
- El vector posición viene determinado por dos componentes, cada una de ellas tiene un número y un vector unitario de cada eje
- El vector unitario del eje Y se denomina i y el unitario del eje X se llama j
- Un punto viene determinado por dos coordenadas que pueden ser positivas o negativas

3 Cuando se modifica el control A de la [escena](#)

- Se modifica su velocidad
- Aparece la trayectoria
- Se modifica el radio del movimiento

4 Para determinar completamente el movimiento de un cuerpo:

- basta con conocer su velocidad.
- basta con conocer el vector desplazamiento en cada momento.
- basta con conocer su ecuación de movimiento.
- basta con conocer la trayectoria

5 En la [escena](#), cuando el S.R. y el móvil llevan velocidades en la misma dirección y en sentido contrario: (hay varias repuestas correctas)

- El móvil se mueve más lento respecto al S.R. que si éste estuviera en reposo.
- El móvil se mueve más rápido respecto al S.R. que si éste estuviera en reposo.
- El S.R. se mueve más lento respecto al móvil que si éste estuviera en reposo.
- El S.R. se mueve más rápido respecto al móvil que si éste estuviera en reposo.

6 Cuando el intervalo de tiempo considerado en un movimiento es muy pequeño.

- La velocidad media en ese tiempo es muy grande.
- La velocidad media en ese tiempo es muy pequeña.
- La velocidad media en ese tiempo se confunde con la velocidad instantánea

7 En la [escena](#), cuando el móvil lleva una velocidad doble que el S.R. en la misma dirección y en el mismo sentido:

- El móvil se mueve más lentamente respecto al S.R. que si éste estuviera en reposo.
- El móvil se mueve más rápidamente respecto al S.R. que si éste estuviera en reposo.
- El móvil se acerca al S.R. según pasa el tiempo.
- El móvil va cada vez más lento respecto al S.R. según pasa el tiempo.

En la [escena](#)

- El móvil representa la Tierra
- El móvil representa la Luna
- El móvil representa el Sol

9 El vector desplazamiento entre dos puntos de una trayectoria:

- Siempre va dirigido del segundo al primero.
- Puede ir dirigido del primero al segundo o al revés, dependiendo de la forma de la trayectoria.
- Siempre va dirigido del primero al segundo.

10 La ecuación de la [escena  \$r = 3ti + 2j\$](#)

- Representa el movimiento de un cuerpo con MUA que se mueve paralelo al eje de abscisas
- Representa el movimiento de un cuerpo con MU que se mueve con un movimiento curvilíneo
- Representa el movimiento de un cuerpo con MU que se mueve paralelo al eje de abscisas
- Representa el movimiento de un cuerpo con MU que se mueve con un movimiento elíptico

11 En la [escena](#), Se puede conseguir que el móvil viaje sobre el eje de las X lo más rápidamente posible con el sistema de referencia en reposo:

- Cuando x-ref: -4.4 y-ref: 0; vx-ref: 0, vy-ref:0; vx-móvil:2 y vy-móvil:2
- Cuando x-ref: -4.4 y-ref: 2; vx-ref: 0, vy-ref:2; vx-móvil:0 y vy-móvil:2
- Cuando x-ref: -4.4 y-ref: 0; vx-ref: 0, vy-ref:0; vx-móvil:0 y vy-móvil:2
- Cuando x-ref: -4.4 y-ref: 0; vx-ref: 0, vy-ref:0; vx-móvil:2 y vy-móvil:0

12 A medida que se va haciendo más pequeño el intervalo de tiempo considerado en la [escena](#) :

- El vector desplazamiento permanece constante.
- El vector desplazamiento va disminuyendo.
- El vector desplazamiento va haciéndose más grande.
- El vector desplazamiento tiende a ser perpendicular a la trayectoria

13 En la [escena](#), cuando el S.R y el móvil llevan la misma velocidad: (hay varias repuestas correctas)

- El S.R. se mueve respecto al móvil.
- El móvil se mueve respecto al S.R.
- El S.R. no se mueve respecto al móvil
- El móvil no se mueve respecto al S.R.

14 En la escena, sólo en UN CASO el móvil no viaja paralelo a los ejes de coordenadas:

$v_x \neq 0$  y  $v_y \neq 0$

$v_x \neq 0$  y  $v_y = 0$

$v_x = 0$  y  $v_y \neq 0$

15 En la escena, cuando el móvil lleva una rapidez igual que el S.R. pero en direcciones perpendiculares:

El S.R. ve alejarse al móvil en otra dirección.

El S.R. ve alejarse al móvil en la misma dirección.

El S.R. ve alejarse o acercarse al móvil en la misma dirección.

El S.R. ve alejarse o acercarse al móvil en otra dirección.