

## Movimiento II

### **Objetivos**

Esta unidad continúa con el estudio del movimiento realizado en [Movimiento \(I\)](#).

Se pretende que conozcas y profundices en el significado de los términos: vector aceleración media, componentes intrínsecas de la aceleración.

Se profundiza en la descripción vectorial de los movimientos acelerados.

Se plantean situaciones problemáticas que permitan conocer los movimientos rectilíneos y circulares, uniformes y acelerados. Las representaciones gráficas tienen un papel fundamental en la comprensión de estos movimientos.

La Unidad acaba estudiando movimientos sencillos, como son el de subida y bajada, y el de móviles que se cruzan.

Los conocimientos necesarios para poder comenzar a estudiar la Unidad, puedes encontrarlos en:

[Cinemática \(2º ESO\)](#) [Movimientos rectilíneos \(4ºESO\)](#) [Movimiento Circular Uniforme \(4º ESO\)](#)

[Trayectoria y desplazamiento \(4º ESO\)](#)

### **¿Qué es la aceleración?**

Cuando un cuerpo cambia su velocidad, acelera. Cuando la velocidad disminuye, suele decirse que el cuerpo frena.

La aceleración se representa mediante un vector; así que, para definir completamente la aceleración de un cuerpo hay que especificar su módulo, dirección y sentido.

El módulo de la aceleración nos da una idea de lo rápido que varía su velocidad.

Si un cuerpo lleva una aceleración de  $2\text{m/s}^2$  significa que aumenta su velocidad  $2\text{ m/s}$  cada s.

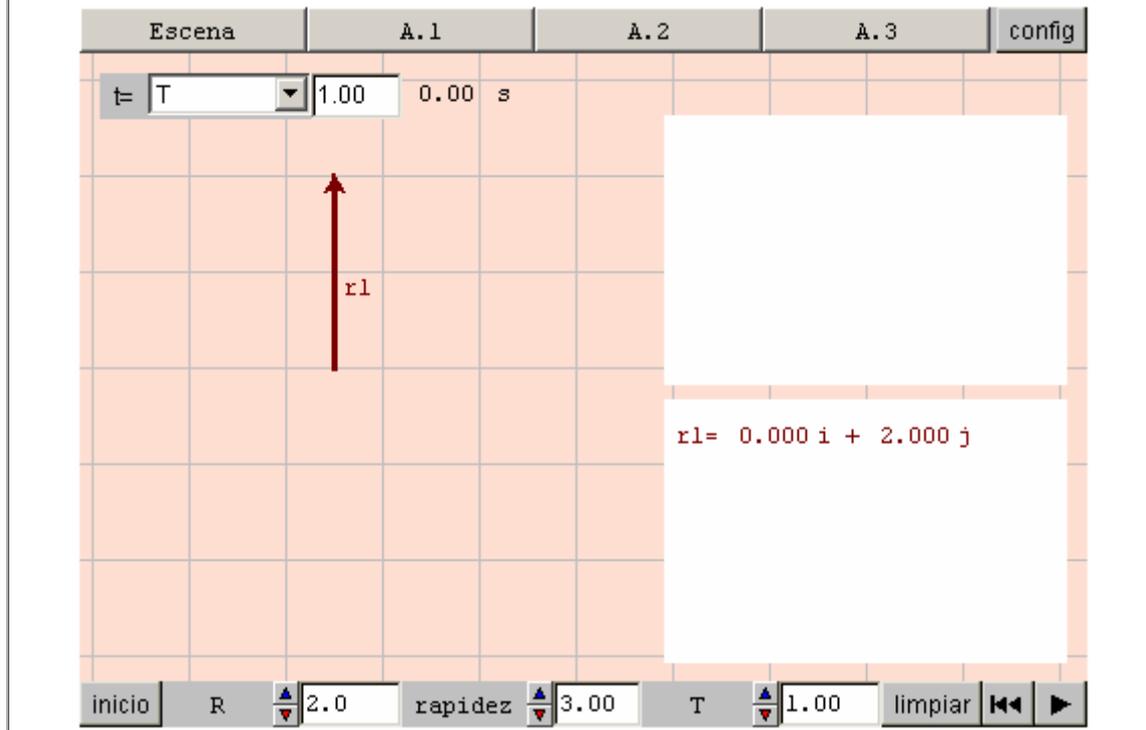
El signo de la aceleración depende del Sistema de Referencia que escojamos. Así la aceleración con que caen los cuerpos (aceleración de la gravedad o  $g=9,8\text{ m/s}^2$ ) podemos tomarla con signo positivo o negativo: tú decides el S.R. que eliges.

Para conocer con más detalle qué es la aceleración hay que definirla de una manera rigurosa.

### **Aceleración media y aceleración instantánea**

La aceleración media se define de una manera análoga a la velocidad media.

A la vez que calculas la velocidad media entre dos puntos, puedes practicar viendo la aceleración media. Si escoges intervalos de tiempo cada vez más pequeños te acercará al valor de los valores instantáneos.



**ESCENA:** Se representa un móvil que describe un movimiento circular. Puedes modificar el radio del movimiento, su rapidez y el tiempo que desees considerar. Una vez hecho esto puedes ir viendo la velocidad media y la aceleración media en intervalos de tiempo cada vez más pequeños.

**A.1:** Modifica los valores de R, rapidez y T y observa cómo cambian los incrementos de r y de v. Obseva también los valores de los vectores de la ventana inferior derecha.

**A.2:** Con unos valores fijos de R, rapidez y T, elige tiempos cada vez más pequeños y observa los valores que toma  $v_m$  y  $a_m$

**A.3:** Observa como a medida que los valores de t son cada vez más pequeños, el valor de la aceleración media va tendiendo a mantenerse constante: el la aceleración instantánea

**INICIO:** Devuelve la escena a su estado inicial reiniciando los valores de los controles y auxiliares. Si hay animación automática, ésta comienza de nuevo.

**LIMPIAR:** Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

**RETROCESO:** Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

PLAY: Arranca, detiene o continúa la animación. Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar. Para hacerla comenzar de nuevo hay que pulsar el botón de "reinicio de animación" ("|<<").

### **Componentes intrínsecas de la aceleración (I)**

La aceleración instantánea es un vector, por lo tanto puede descomponerse en dos vectores perpendiculares tales que su suma sea la aceleración instantánea.

Estos vectores son:

- uno tangente a la trayectoria: aceleración tangencial
- otro perpendicular a la aceleración tangencial: aceleración normal o centrípeta

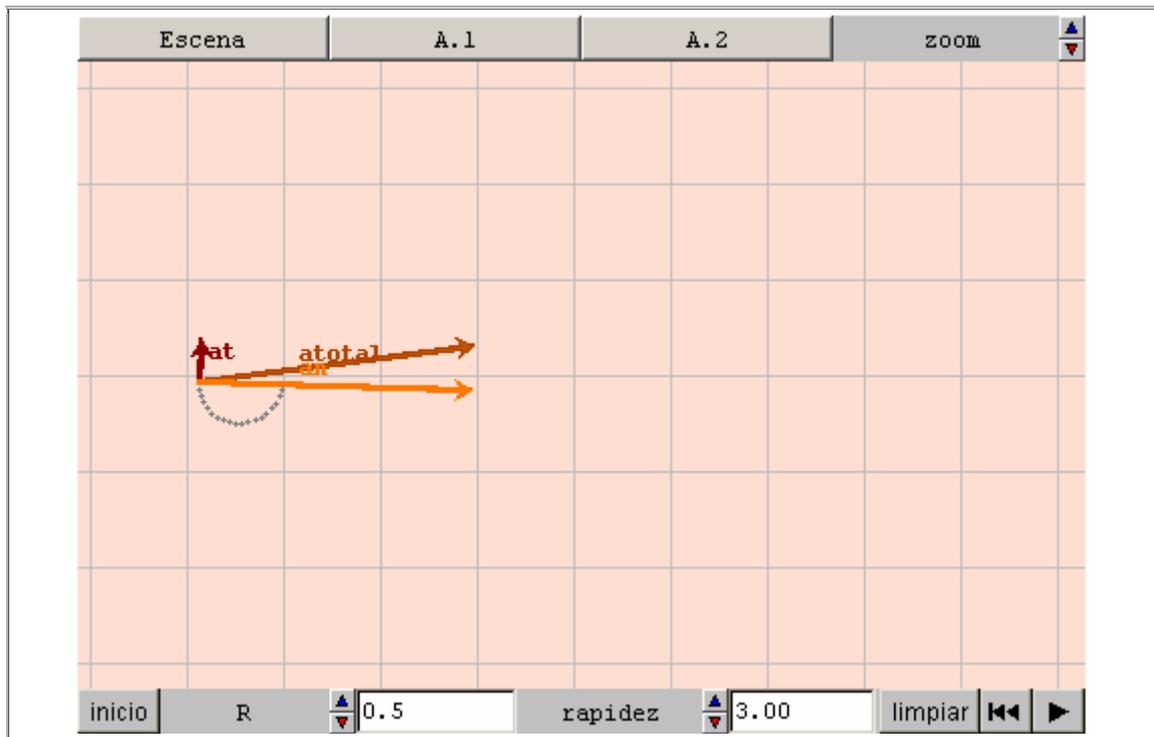
¿Por qué se descompone la aceleración instantánea en dos vectores perpendiculares, uno tangente a la trayectoria en cada punto y otro perpendicular?:

En realidad, es una necesidad matemática que quizás no comprendas aún, y es que la aceleración es la derivada del vector velocidad con respecto al tiempo.

Si quieres ampliar tus conocimientos sobre el tema [pincha aquí](#)

### **Componentes intrínsecas de la aceleración (II)**

Utiliza un movimiento complejo para conocer qué son las componentes intrínsecas de la aceleración.



**ESCENA:** Se representa un movimiento curvilíneo complejo acelerado. Puedes modificar dos controles del movimiento: R y rapidez. Se representa la aceleración total y sus componentes intrínsecas en cada punto de la curva. Utiliza el zoom para poder ver estos vectores con nitidez.

**A.1:** Inicia la escena, deténla y observa cómo la aceleración total es la suma de sus componentes intrínsecas. Continúa la animación, vuelve a parar la escena y observa cómo cambian los valores a lo largo de la curva.

**A.2:** Observa lo siguiente: ¿Es la aceleración tangencial tangente a la trayectoria en todo momento? ¿Hacia dónde va dirigida la aceleración normal?

**INICIO:** Devuelve la escena a su estado inicial reiniciando los valores de los controles y auxiliares. Si hay animación automática, ésta comienza de nuevo.

**LIMPIAR:** Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

**RETROCESO:** Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

**PLAY:** Arranca, detiene o continúa la animación. Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar. Para hacerla comenzar de nuevo hay que pulsar el botón de "reinicio de animación" ("|<<").

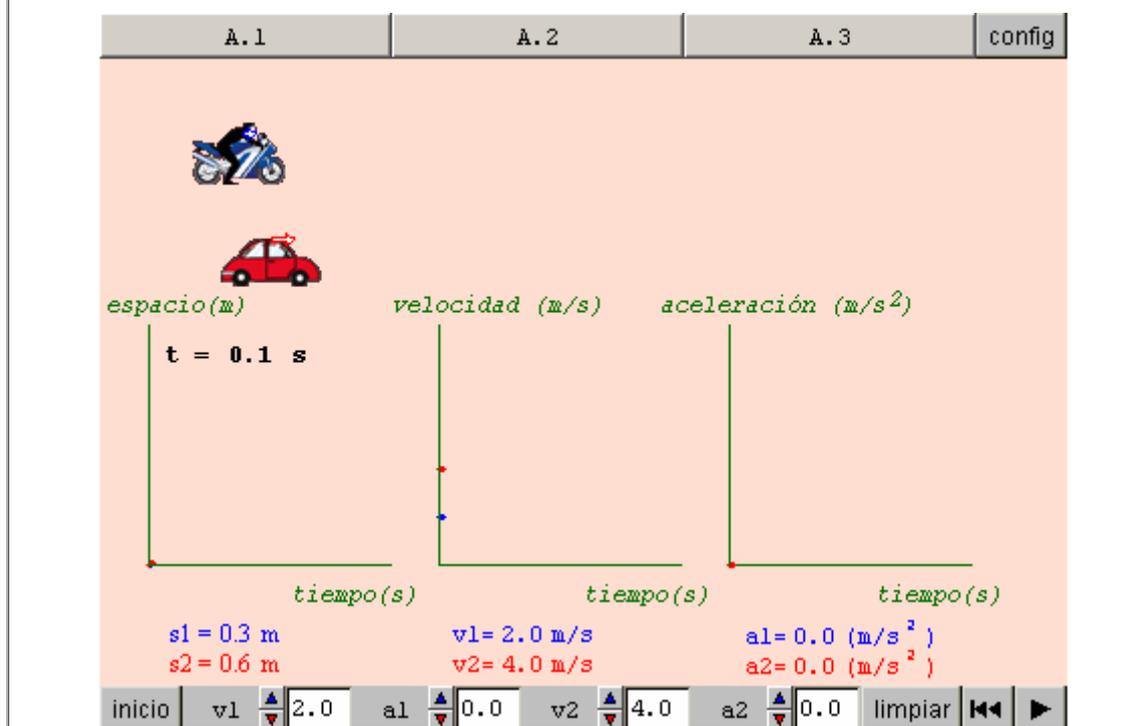
### Componentes intrínsecas de la aceleración (III)

Los movimientos pueden clasificarse en función de si tienen, o no, aceleración y cómo son las componentes intrínsecas de ésta. Así pues,

Componentes intrínsecas de la aceleración	M.Rectilíneos		M. Curvilíneos		<a href="#">Otros Movimientos Curvilíneos</a>
	MRU	MRUA	MCU	MCUA	
<b>at</b>	0	# 0 y cte	0	# 0 y cte	# 0
<b>an</b>	0	0	# 0 y cte	# 0 y cte	# 0

### Gráficas s/t, v/t y a/t

Las gráficas s/t, v/t y a/t resultan de una gran utilidad a la hora de estudiar los movimientos



A.1: Estudia si las gráficas iniciales se corresponden con un Movimiento Uniforme

A.2: Cambia el valor de la aceleración de uno de ellos y observa cómo varían las gráficas s/t y v/t .

A.3: Modifica los valores de los controles, selecciona los valores máximo y mínimo de velocidad y aceleración. Observarás grandes diferencias.

INICIO: Devuelve la escena a su estado inicial reiniciando los valores de los controles y auxiliares. Si hay animación automática, ésta comienza de nuevo.

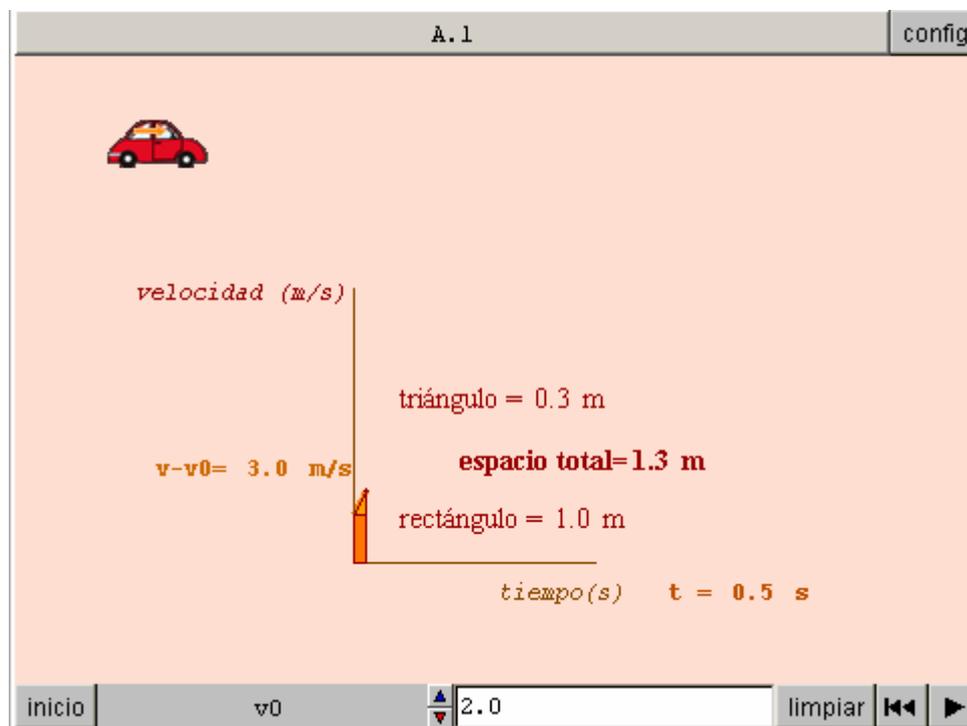
LIMPIAR: Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

RETROCESO: Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

PLAY: Arranca, detiene o continúa la animación. Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar. Para hacerla comenzar de nuevo hay que pulsar el botón de "reinicio de animación" ("|<<").

## Significado de la gráfica v/t

El área encerrada debajo de la gráfica v/t va cambiando a medida que transcurre el movimiento. Su valor siempre coincide con el espacio recorrido por el móvil



A.1: Modifica los valores de  $v$  y observa el valor del área del trapecio (rectángulo más triángulo) que se van formando, a medida que pasa el tiempo. Recuerda que el área del triángulo es  $(\text{base} \cdot \text{altura} / 2)$ ; en el ejemplo la base es  $t$  y la altura  $= v - v_0$ .

INICIO: Devuelve la escena a su estado inicial reiniciando los valores de los controles y auxiliares. Si hay animación automática, ésta comienza de nuevo.

LIMPIAR: Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

RETROCESO: Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

PLAY: Arranca, detiene o continúa la animación. Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar. Para hacerla comenzar de nuevo hay que pulsar el botón de "reinicio de animación" ("|<<").

## Magnitudes angulares en los movimientos circulares

Si un móvil tiene un movimiento circular, resulta más cómodo expresar la rapidez con que se mueve, expresando las vueltas que da por unidad de tiempo que los metros que recorre por unidad de tiempo. De ahí que en los movimientos circulares se utilicen términos como: revoluciones por minuto, radianes por segundo o vueltas por segundo.

Conocer cuántas vueltas da, por segundo o por minuto, nos da una idea de cómo va de rápido.

En ocasiones se utiliza la palabra "revolución" como sinónimo de "vuelta", por lo que es habitual expresar la rapidez de un MCU en: **r.p.m.** ( revoluciones por minuto)

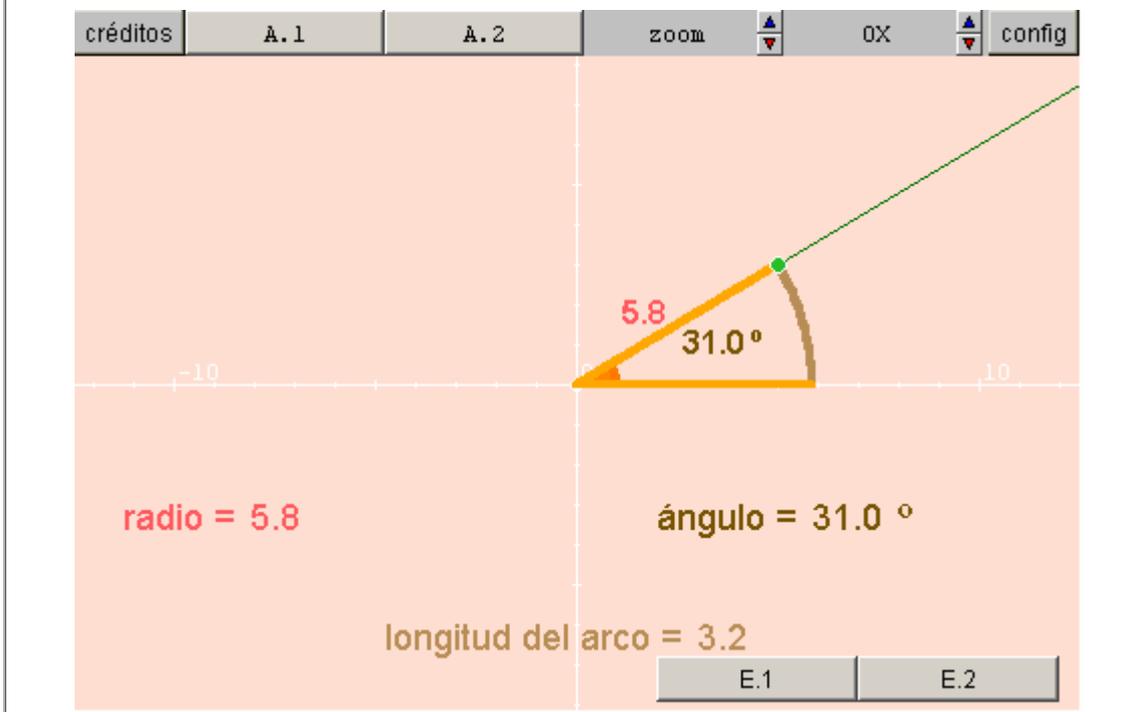
También se utiliza el término **r.p.s.** (revoluciones por segundo). Se llama velocidad angular, a los radianes que recorre en un segundo .

Otra forma sencilla de decir cómo va de rápido un MCU consiste en expresar cuánto tiempo tarda el móvil en dar una vuelta completa; esta magnitud se le llama también **período**.

Puedes recordar todos estos términos en [Mov Circular Uniforme 4º ESO](#)

## Magnitudes angulares en los movimientos circulares

Conocer la correspondencia entre radianes y grados sexagesimales es importante para poder expresar la velocidad angular, ya que se mide en radianes por segundo.



A.1: ...y arrástralo. Observa cómo puedes variar el ángulo, el arco y el radio a la vez.

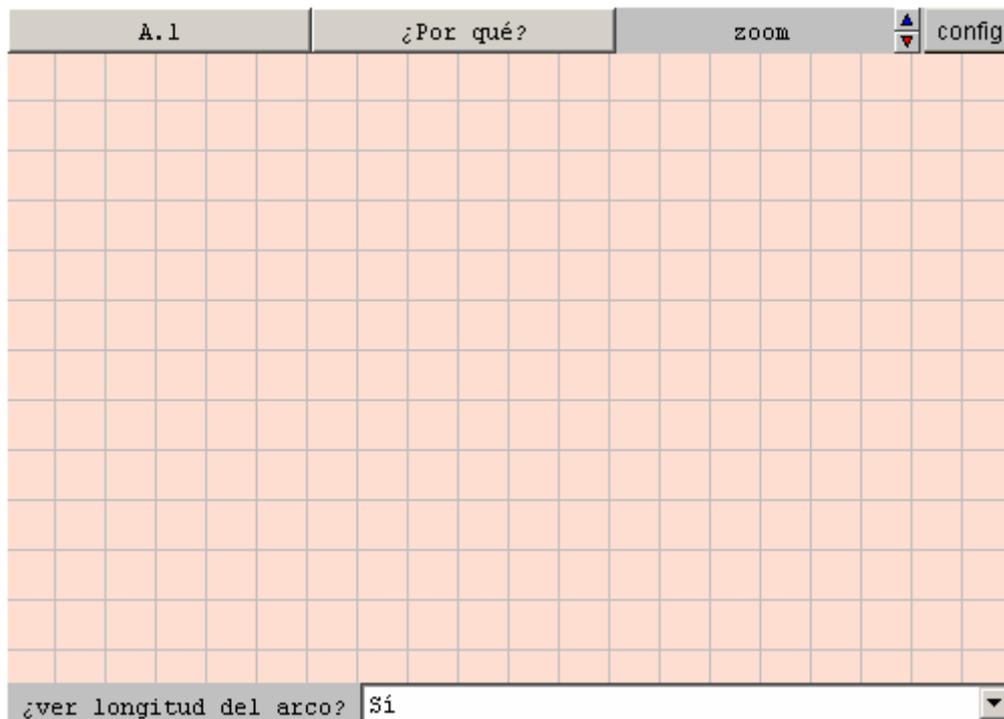
A.2: consigue ángulos de 90, 120, 180 y 270 grados sexagesimales

E.1: ángulos iguales que tengan distinto radio?

E.2: ¿Pueden dibujarse ángulos diferentes que tengan arcos con la misma longitud?

## Las magnitudes angulares están relacionadas con las lineales (I)

Un cuerpo con un movimiento circular recorre un espacio ( $s$ ) que se puede medir en metros: espacio lineal, o distancia recorrida, y un ángulo ( $f$ ) que se mide en radianes: espacio angular. Estas dos formas de describir el desplazamiento están relacionadas; el radio del movimiento es decisivo en esta relación. Observa que en cada momento se cumple que la longitud del arco  $s = f * r$



A.1: Comprueba que la longitud del arco siempre es el ángulo (en radianes) por el radio.

¿POR QUÉ?: Si una circunferencia tiene  $2\pi$  radianes y su longitud son  $2\pi * r$ , entonces un radián es el ángulo cuyo arco tiene una longitud de un radio.

INICIO: Devuelve la escena a su estado inicial reiniciando los valores de los controles y auxiliares. Si hay animación automática, ésta comienza de nuevo.

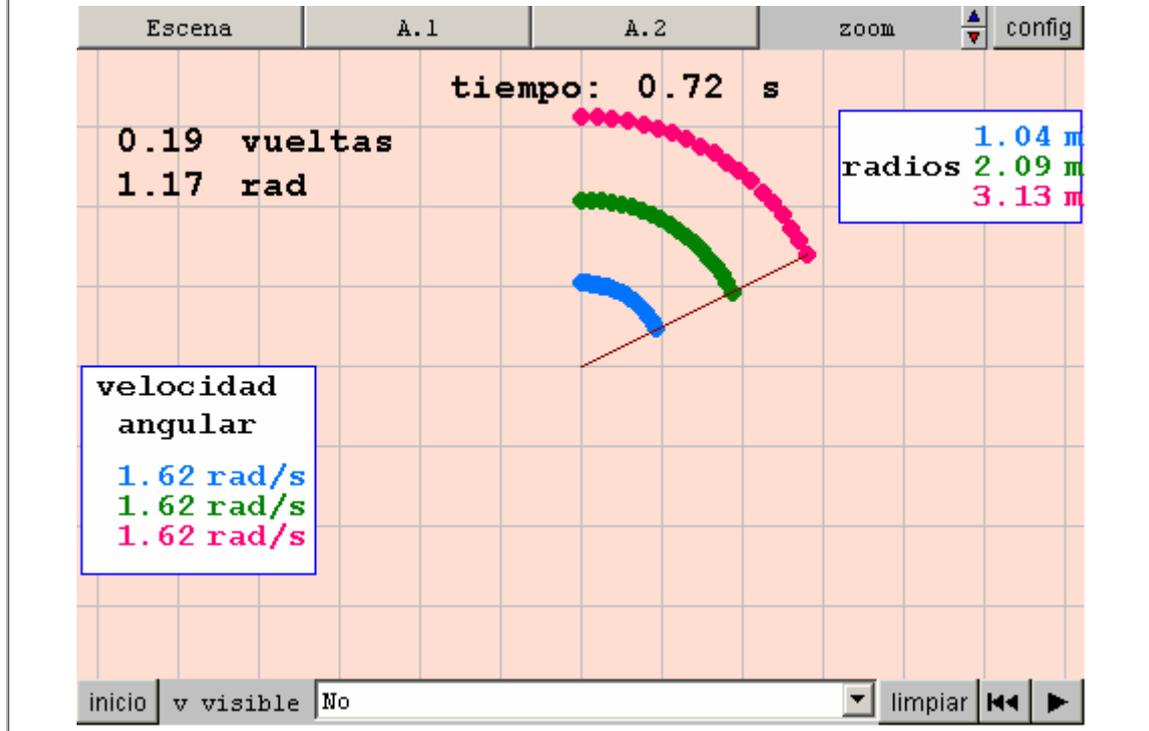
LIMPIAR: Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

RETROCESO: Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

PLAY: Arranca, detiene o continúa la animación. Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar. Para hacerla comenzar de nuevo hay que pulsar el botón de "reinicio de animación" ("|<<").

## Las magnitudes angulares están relacionadas con las lineales (II)

Un cuerpo con un movimiento circular lleva una velocidad angular:  $w$  y a la vez tiene una velocidad lineal. La velocidad angular,  $w$ , se expresa en radianes por segundo, la lineal,  $v$ , en m/s. La relación entre estas dos velocidades es  $v=w*r$



ESCENA: Cada punto del segmento que se mueve lleva una velocidad lineal.

A.1: la velocidad angular coincide con el cociente entre el espacio angular (en radianes) y el tiempo.

A.2: ...la velocidad lineal es igual a la velocidad angular por el radio.

INICIO: Devuelve la escena a su estado inicial reiniciando los valores de los controles y auxiliares. Si hay animación automática, ésta comienza de nuevo.

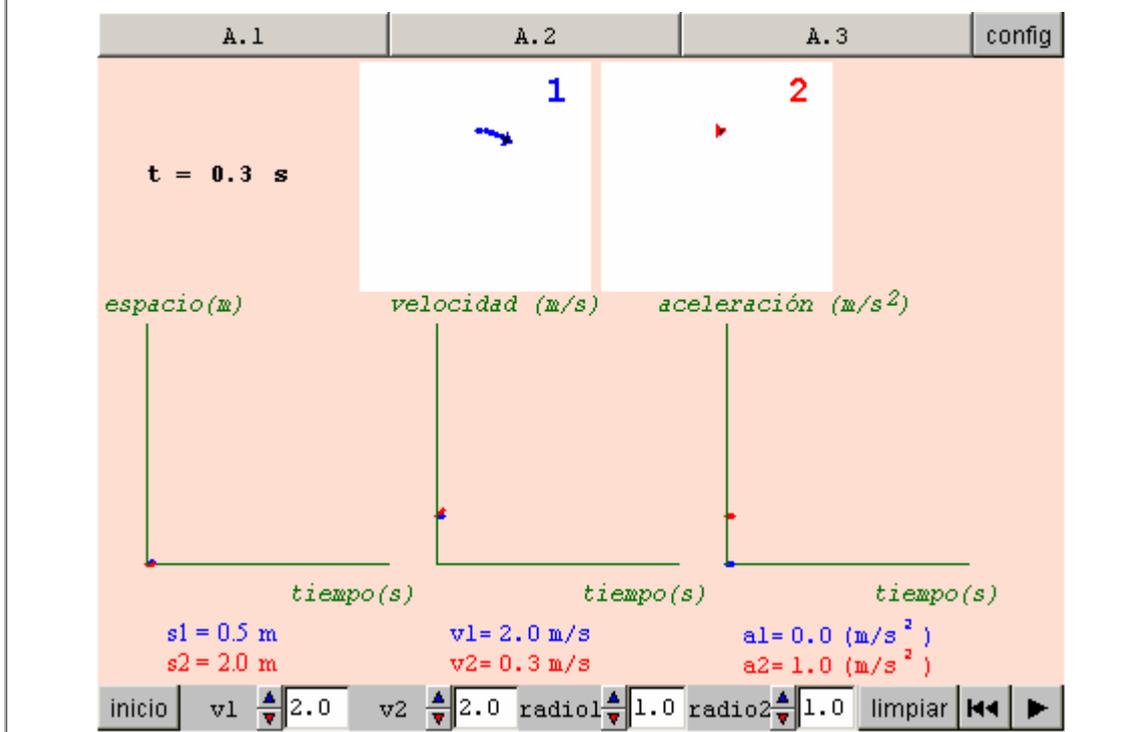
LIMPIAR: Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

RETROCESO: Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

PLAY: Arranca, detiene o continúa la animación. Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar. Para hacerla comenzar de nuevo hay que pulsar el botón de "reinicio de animación" ("|<<").

## Representaciones gráficas de los movimientos circulares

Las gráficas  $s/t$ ,  $v/t$  y  $a/t$  en los movimientos circulares son análogas a los de los movimientos rectilíneos, comprueba que a medida que cambias las magnitudes de los dos movimientos circulares cambian sus representaciones gráficas.



A.1: Estudia si las gráficas iniciales se corresponden con un Movimiento Uniforme

A.2: Cambia el valor de la aceleración de uno de ellos y observa cómo varían las gráficas  $s/t$  y  $v/t$ .

A.3: Modifica los valores de los controles, selecciona los valores máximo y mínimo de velocidad y aceleración. Observarás grandes diferencias.

INICIO: Devuelve la escena a su estado inicial reiniciando los valores de los controles y auxiliares. Si hay animación automática, ésta comienza de nuevo.

LIMPIAR: Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastros" activada.

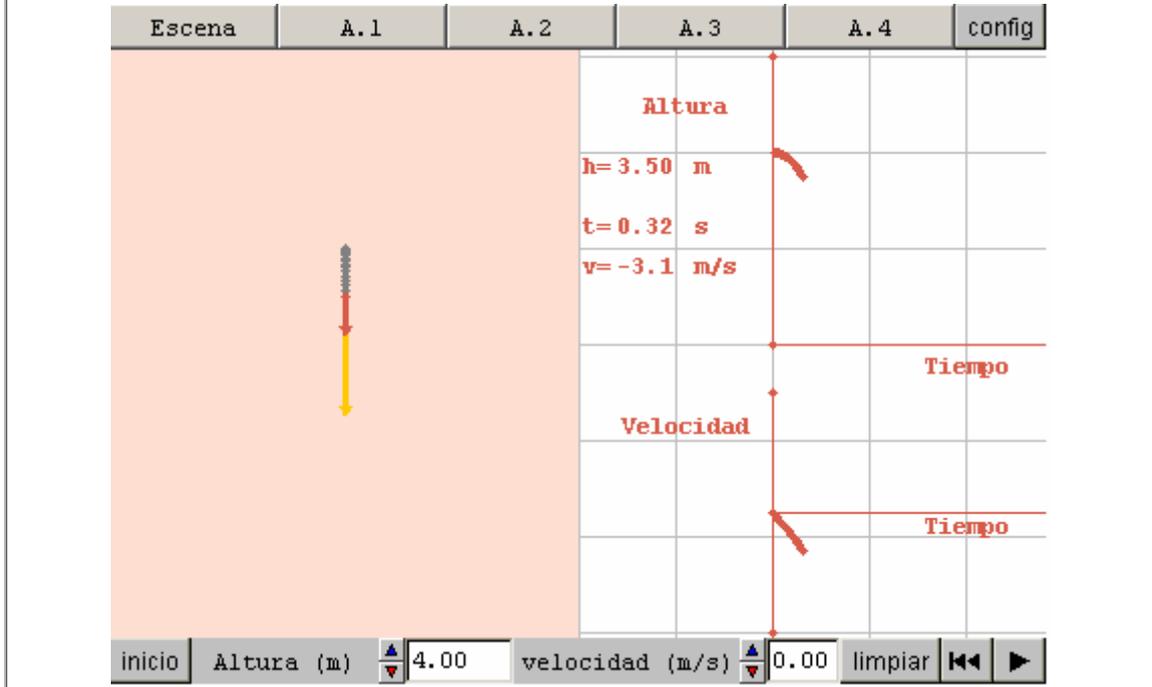
RETROCESO: Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

PLAY: Arranca, detiene o continúa la animación. Si la animación no ha comenzado, este botón la arranca. Si la animación está funcionando, el botón la detiene. Si la animación está detenida, el botón la hace continuar. Para hacerla comenzar de nuevo hay que pulsar el botón de "reinicio de animación" ("|<<").



## Movimiento de subida y bajada

Un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba. ¿Cómo varía su velocidad a lo largo de su recorrido? ¿Cómo varía su aceleración? ¿Cómo son sus gráficas  $h/t$  y  $v/t$ ?



ESCENA: Inicialmente, el cuerpo se deja caer. Si cambias los valores de  $v$  podrás conseguir que comience subiendo.

A.1: Sobre la representación  $h/t$ , trata de conseguir a la vez las gráficas de un cuerpo que cae desde una altura ( $<5 \text{ m}$ ): a) sin velocidad inicial; b) con una velocidad  $+v$ . No limpies en cada experiencia. Compara las dos gráficas: ¿en qué se parecen? ¿en qué se diferencian?

A.2: Sobre la representación  $v/t$ , trata de conseguir a la vez las gráficas de un cuerpo que cae desde una altura ( $<5 \text{ m}$ ): a) sin velocidad inicial; b) con una velocidad  $+v$ ; c) con una velocidad  $-v$ . No limpies en cada experiencia. Compara las tres gráficas  $v/t$ : ¿en qué se parecen? ¿en qué se diferencian?

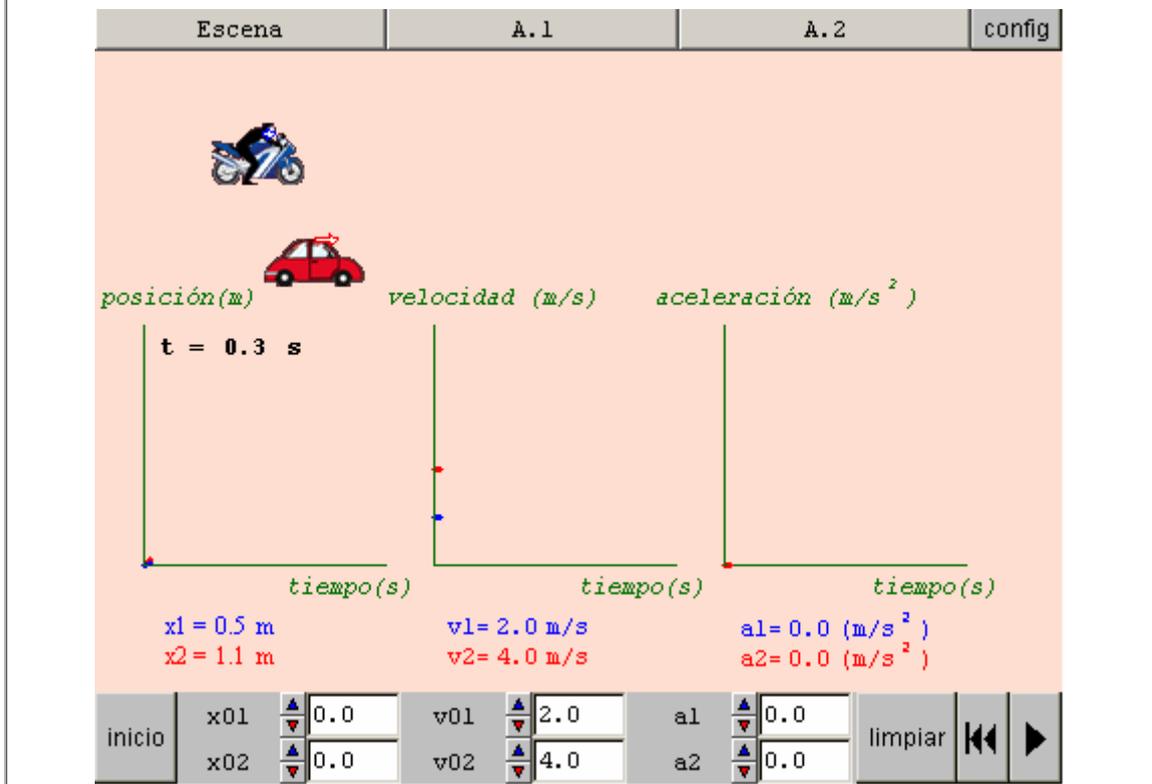
A.3: Sitúa el cuerpo en el suelo. Lánzalo hacia arriba y observa la velocidad con la que cae. Repite la experiencia variando las velocidades.

A.4: Sitúa el cuerpo a una determinada altura. Lánzalo hacia arriba. Observa la velocidad con que llega al suelo. Sin limpiar, deja caer el cuerpo desde la altura elegida en primer lugar: ¿con qué velocidad llega al suelo? Compara las gráficas  $v/t$ : ¿qué valor de velocidad las separa en el eje de ordenadas?

INICIO: Devuelve la escena a su estado inicial reiniciando los valores de los controles y auxiliares. Si hay animación automática, ésta comienza de nuevo.

## Móviles al encuentro

Las gráficas pueden servir de ayuda para saber cuándo y dónde se encontrarán dos cuerpos que van en la misma dirección.



ESCENA: Puedes modificar la posición inicial, velocidad inicial y aceleración de cada móvil ¿dónde y cuándo se encontrarán? En la escena se simulan una sucesión de pantallas, de ahí que no siempre que se crucen los móviles se corresponde con el cruce real; éste sólo se dará en el primer cruce.

A.1: Fija las aceleraciones de ambos cuerpos a 0. Si el cuerpo situado a la derecha tiene una velocidad  $<0$  y el que está a la izquierda, tiene una  $v>0$ , entonces se cruzarán en la pantalla. Modifica las condiciones que deben darse para que se encuentren más cerca de un extremo que del otro. Observa qué representación gráfica nos informa del punto en el que se encuentran los móviles.

A.2: Sitúa un cuerpo delante del otro. Variando las aceleraciones consigue que se encuentren cuando las velocidades tengan el mismo sentido y cuando tengan sentidos opuestos.

INICIO: Devuelve la escena a su estado inicial reiniciando los valores de los controles y auxiliares. Si hay animación automática, ésta comienza de nuevo.

LIMPIAR: Borra los rastros dejados por las gráficas que tienen la opción "rastro" activada.

RETROCESO: Este es el botón de "reinicio de animación". Reinicia la animación de manera que no continúa donde se detuvo sino que comienza de nuevo.

## Evaluación

Si tras estudiar esta Unidad, has conseguido:

Conocer y manejar con soltura los términos:  
vector aceleración media, componentes intrínsecas de la aceleración.

Describir vectorialmente los movimientos acelerados, sabiendo situar los vectores velocidad y aceleración en cada instante.

Conocer qué tipos de movimientos corresponden a cada representación gráfica.

Saber solucionar soluciones problemáticas relativas a movimientos de subida y bajada de cuerpos, así como cuándo y dónde se cruzan dos móviles.

Entonces, puedes pasar a responder la siguiente prueba

Un móvil describe un MCU de 20 m de radio. Si tarda 10 s en dar una vuelta completa, entonces su velocidad lineal será:

0,1\*pi m/s.

0.2\*pi m/s.

4\*pi m/s.

0,4\*pi m/s

Sobre las componentes intrínsecas de la aceleración:

La aceleración tangencial indica cómo varía la dirección de la velocidad.

Sólo tiene sentido hablar de ellas en movimientos curvilíneos.

La aceleración total es la suma vectorial de la aceleración tangencial y la aceleración normal

La aceleración normal indica los cambios en el módulo del vector velocidad.

Las gráficas s/t de los movimientos circulares uniformes:

son rectas

son circulares

son curvas

La velocidad angular de un cuerpo.

- Se expresa en radianes por segundo.
- Se expresa en r.p.m.
- Se expresa en Hz.
- Se expresa en r.p.s.

Las gráficas s/t en MRUA:

- Siempre son parábolas.
- Son rectas si su trayectoria es una recta.
- Son curvas si sus trayectorias son curvas.
- Suelen ser curvas.

Las gráficas v/t en MRUA:

- Siempre son rectas inclinadas.
- Son curvas si sus trayectorias son curvas.
- Siempre son parábolas.
- Son rectas si su trayectoria es una recta.

El punto donde se cortan las gráficas posición/tiempo de dos móviles que van en la misma dirección, indica:

- El lugar el que sus velocidades coinciden.
- El lugar donde los móviles han recorrido el mismo espacio.
- El lugar donde los móviles se cruzan

El área encerrada bajo la gráfica v/t:

- Coincide con la aceleración media del móvil.
- Coincide con la velocidad que lleva en cada momento.
- Coincide con el espacio recorrido, sólo en movimientos uniformes.
- Coincide con el espacio recorrido siempre

Un móvil describe un MCU de 2 m de radio. Recorre un ángulo de 3 radianes. Entonces, el espacio lineal que ha recorrido es:

- 0,66\* $\pi$  m
- 6 m.
- 1,5 m.
- 12\* $\pi$  m

Un móvil describe un MCU de 20 m de radio. Si tarda 10 s en dar una vuelta completa, entonces su velocidad lineal será:

- 0.2\* $\pi$  m/s.
- 4\* $\pi$  m/s.
- 0,4\* $\pi$  m/s
- 0,1\* $\pi$  m/s

Un cuerpo cae verticalmente (caída libre). Entonces:

- Su aceleración media es cero.
- Su aceleración media es constante.
- Su aceleración media es variable.
- Su aceleración media es constante cuando el tiempo tiende a cero

A medida que el tiempo se va haciendo más pequeño:

- El vector aceleración media tiende a cero.
- El vector aceleración media va teniendo un valor constante.
- El vector aceleración media se confunde con el vector velocidad media.
- El vector aceleración media va haciéndose más grande

El vector aceleración media entre dos puntos es:

- Paralelo al vector desplazamiento.
- Perpendicular al vector posición.
- Perpendicular al vector velocidad media.
- Paralelo al vector posición media

Las gráficas s/t de los movimientos circulares uniformemente acelerados:

- |                          |                |
|--------------------------|----------------|
| <input type="checkbox"/> | son curvas     |
| <input type="checkbox"/> | son circulares |
| <input type="checkbox"/> | son rectas     |

En un movimiento de subida y bajada:

- |                          |   |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | El sentido de la velocidad permanece constante. |
| <input type="checkbox"/> | El vector aceleración permanece constante.      |
| <input type="checkbox"/> | El vector aceleración varía constantemente      |

En la [escena](#). Cada vez que se cruzan la moto y el coche en la pantalla.

- |                          |   |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | Sus velocidades coinciden.                    |
| <input type="checkbox"/> | Se corresponde con un cruce "en la realidad". |
| <input type="checkbox"/> | Sus espacios recorridos coinciden.            |
| <input type="checkbox"/> | No se corresponde con un cruce "real".        |

La longitud del arco recorrido por un móvil que describe un movimiento circular:

- |                          |  |
|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | Permanece constante en los movimientos circulares.       |
| <input type="checkbox"/> | Es directamente proporcional a los radianes que recorre. |
| <input type="checkbox"/> | Es inversamente proporcional a los radianes que recorre. |

Sobre el signo del vector aceleración:

- |                          |  |
|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | Depende del sistema de referencia empleado.          |
| <input type="checkbox"/> | Siempre que sea acelerado es positivo.               |
| <input type="checkbox"/> | Siempre que sea retardado es negativo.               |
| <input type="checkbox"/> | No depende nunca del sistema de referencia empleado. |

Las gráficas a/t en MRUA:

- |                          |  |
|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | Son curvas si sus trayectorias son curvas. |
| <input type="checkbox"/> | Son rectas si su trayectoria es una recta. |
| <input type="checkbox"/> | Siempre son rectas paralelas al eje t.     |
| <input type="checkbox"/> | Siempre son rectas inclinadas.             |