COEFICIENTE DE ROZAMIENTO

Un paquete de 125 Kg está situado en la plataforma basculante de un camión. Al levantar esta gradualmente, el paquete cae cuando el ángulo de inclinación es de 26,60º. El deslizamiento sucede con una aceleración de 0,664 m/s^{2}.

a) Calcular los coeficientes de rozamiento estático y dinámico del paquete con la plataforma.

b) Si el paquete es del mismo material pero tiene una masa de 100 Kg, ¿a qué ángulo se iniciará ahora el movimiento? ¿Con qué aceleración se moverá?

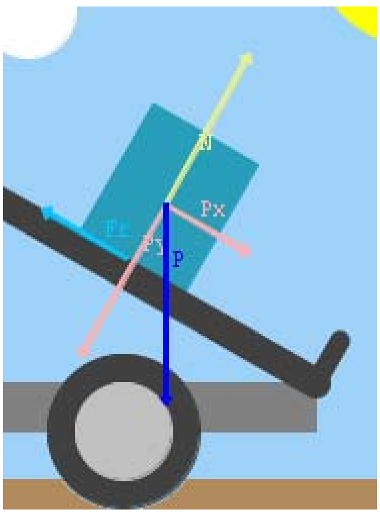
Ahora se colocan dos paquetes (A y B) uno junto al otro; de masas m_a y m_b, y cuyos coeficientes de rozamiento son μ_{eA} y μ_{eB}.

c) Determina las condiciones que deben cumplirse para que caiga primero uno y después el otro.

d) Establece las condiciones para que deslicen los dos, a la vez, juntos; y calcula el ángulo al que sucede. Particulariza los resultados anteriores para m_A=150 Kg , m_B=100 Kg y μ_{eA}= 0,4 , μ_{eB}.=0,5.

e) Se observa que cuando los paquetes A y B tienen masas m_a=150 Kg y m_b=100 Kg caen con una aceleración de 0,820 m/s^2 a un ángulo de 25º y cuando esos mismos paquetes tienen masas de m_a=100 Kg y m_b=100 Kg se mueven con una aceleración de 0,744 m/s^2 a un ángulo de 25º. Calcula los coeficientes de rozamiento dinámicos de cada uno de ellos.

Un objeto que se encuentra sobre un plano, que va aumentado su inclinación, empezará a deslizar cuando la componente del peso tangencial, *Px*, no pueda ser compensada por la fuerza de rozamiento máxima. ¿A qué ángulo ocurrirá?



Cuando el deslizamiento es inminente, ambas fuerzas serán iguales. Esto sucede cuando la tangente del ángulo del plano inclinado es igual al coeficiente de rozamiento estático, como puede deducirse de las siguientes ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} |\vec{P}_x| = |\vec{Fr}| \\ |\vec{P}_x| = m\cdot g\cdot sen(\alpha) \\ |\vec{N}| = |\vec{P}_y| = m\cdot g\cdot \cos(\alpha) \\ |\vec{Fr}| = \mu_e |\vec{N}| = \mu_e\cdot m\cdot g\cdot\cos(\alpha) \\ m\cdot g\cdot sen(\alpha) = \mu_e\cdot m\cdot g\cdot\cos(\alpha) \end{array}\right\} \mu_e = \tan(\alpha) \qquad (1)$$

Al alcanzar ese ángulo e iniciarse el movimiento, la fuerza de rozamiento disminuye ya que ahora el coeficiente de rozamiento es el dinámico (que es inferior al estático). Este movimiento sucede con una aceleración que es igual a:

$$|\vec{P}_x|-|\vec{F}_r|=m\cdot g\cdot sen(\alpha)-\mu_d\cdot m\cdot g\cdot\cos(\alpha)=m\cdot|\vec{a}|$$

$$\boxed{|\vec{a}|=g\cdot sen(\alpha)-\mu_d\cdot g\cdot\cos(\alpha)\qquad(2)}$$

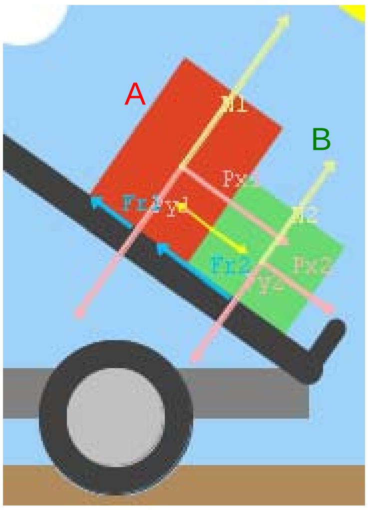
Conocida la aceleración puede calcularse el coeficiente de rozamiento dinámico:

$$\boxed{\mu_d=\frac{g\cdot sen(\alpha)-|\vec{a}|}{g\cdot\cos(\alpha)}}$$

En consecuencia, si el paquete de 125 Kg inició el movimiento a los 26,60º, tiene un coeficiente de rozamiento estático de μ_e=tan(26,60)=0,5. Si la aceleración es de 0,664 m/s^2, su coeficiente de rozamiento dinámico es μ_d=0,42.

Como se observa en las fórmulas anteriores, la masa no influye ni en la aceleración del movimiento ni en el ángulo al que comienza a deslizar.

Cuando se colocan dos objetos en el plano inclinado, teniendo en cuenta lo visto con anterioridad, la condición para que el paquete B (verde) se mueva antes que el paquete A (rojo) es que el coeficiente de rozamiento estático de B sea menor que el de A, $\mu_{eB}<\mu_{eA}$.



Deslizarán juntos en dos situaciones:

A) Cuando ambos tengan el mismo coeficiente de rozamiento. El ángulo al que comenzará el deslizamiento también viene dado por la ecuación (1) y la aceleración por la (2)

B) Cuando el objeto B tenga un coeficiente de rozamiento estático mayor que A y la fuerza de rozamiento máxima de B ya no pueda compensar la componente del peso paralela al plano de deslizamiento (P_{x2} en el dibujo) y a la fuerza interior que está ejerciendo el objeto A sobre el B (de color amarillo en el dibujo).

El objeto A no cae aunque se supere el ángulo que cumple la relación $\mu_{eA}=\tan(\alpha)$ debido a la fuerza interior que el objeto B hace sobre el A. Esta fuerza junto con la de rozamiento contrarrestan a la componente del peso paralela al plano de deslizamiento (P_{x1} en el dibujo).

Cuando la suma de todas las fuerzas paralelas al plano de deslizamiento sea cero el conjunto estará en equilibrio (o el movimiento es rectilíneo uniforme).

$$|\vec{P}_{x1}|+|\vec{P}_{x2}|-|\vec{F}_{r1}|-|\vec{F}_{r2}|+|\vec{F}_{AB}|-|\vec{F}_{BA}|=0$$

Sabiendo que que las fuerzas interiores se anulan, queda:

$$m_A\cdot g\cdot sen(\alpha)+m_B\cdot g\cdot sen(\alpha)-\mu_{eA}\cdot m_A\cdot g\cdot\cos(\alpha)-\mu_{eB}\cdot m_B\cdot g\cdot\cos(\alpha)=0$$

De donde se obtiene el ángulo a partir del cual se producirá el movimiento de ambos objetos:

$$\tan(\alpha)=\frac{\mu_{eA}\cdot m_A+\mu_{eB}\cdot m_B}{m_A+m_B} \qquad (3)$$

Este ángulo sí que es dependiente tanto de la masa de los dos objetos como del coeficiente de rozamiento de ambos. En el caso particular del problema, de masas de 150 Kg y 100 Kg y de μ_{eA}= 0,4 y μ_{eB}.=0,5, el ángulo es de 23,75º.

Aplicando la segunda ley de Newton puede obtenerse la aceleración con la que cae el conjunto. Hay que tener en cuenta que al iniciarse el movimiento los coeficientes de rozamiento son ahora los dinámicos.

$$|\vec{P}_{x1}|+|\vec{P}_{x2}|-|\vec{F}_{r1}|-|\vec{F}_{r2}|+|\vec{F}_{AB}|-|\vec{F}_{BA}|=(m_A+m_B)\cdot|\vec{a}|$$

$$m_A\cdot g\cdot sen(\alpha)+m_B\cdot g\cdot sen(\alpha)-\mu_{dA}\cdot m_A\cdot g\cdot\cos(\alpha)-\mu_{dB}\cdot m_B\cdot g\cdot\cos(\alpha)=(m_A+m_B)\cdot|\vec{a}|$$

$$\boxed{|\vec{a}|=g\cdot sen(\alpha)-g\cdot\cos(\alpha)\frac{\mu_{dA}\cdot m_A+\mu_{dB}\cdot m_B}{(m_A+m_B)}}$$

Esta fórmula muestra que la aceleración es dependiente tanto de la masa como de los coeficientes de rozamiento dinámicos. Si se poseen datos de aceleración y de masas puede plantearse un sistema de ecuaciones que permita calcular los valores de μ_{dA} y μ_{dB}. Para m_A=150 Kg, m_B=100 Kg , aceleración de 0,820 m/s^2 , ángulo de 25º y m_A=100 Kg y m_B=100 Kg aceleración de 0,744 m/s^2 y un ángulo de 25º se obtienen unos valores de μ_{dA}=0,34 y μ_{dB}=0,42.