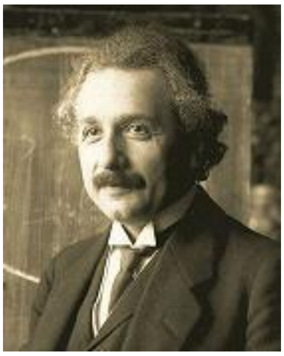

Albert Einstein
autor de la Teoría de la Relatividad

LA MASA RELATIVISTA

En el LHC, haces de protones, o de iones más pesados, son acelerados por medio de campos electromagnéticos a través de túneles como el de la figura, a lo largo de un recorrido total de 27 km. Después se provocan choques entre los haces, lo que producirá nuevas partículas que nuestros científicos podrán investigar.

En este aparato, los protones alcanzarán energías de 7 TeV. Nos plantearemos las siguientes cuestiones:

a) ¿Qué masa y velocidad posee un protón con esta energía?

b) Si este protón, choca con un núcleo de plomo-208 en reposo y es absorbido por él ¿qué velocidad adquiere la partícula resultante?

c) ¿Qué cantidad de energía se ha perdido en el choque?

d) Suponiendo que esta energía se emite en forma de un haz de fotones de radiación gamma extrema de 10^{-14} m de longitud de onda por término medio,¿cuántos fotones se emiten?

DATOS de partida:

1 TeV = 1012 eV = 1,6·10-7 J

Masa del protón en reposo: 1,67·10-27 kg

Masa del núcleo de plomo-208 en reposo: 3,45·10-25 kg

Constante de Planck: h = 6,63·10-34 J·s

Velocidad de la luz: c = 299.759.458 m/s ==> 3·108 m/s

SOLUCIÓN

a) Masa y velocidad del protón:

Recordemos que la masa del protón es m =γ·mo donde mo es la masa del protón en reposo y el coeficiente relativista γ vale: $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ donde v y c son respectivamente las velocidades de la partícula y de la luz.

La energía del protón es E = m·c^2 = γ·mo·c^2 . La energía recibida en el LHC es energía cinética, que no es toda la energía anterior, ya que hay que restar la energía del protón en reposo: Ec = m·c^2 –mo·c^2 = (γ-1)·moc^2.

La energía cinética adquirida es Ec =7 TeV = 7·1,6·10^{-7} =1,12·10^{-6} J
Comenzaremos por calcular γ:

$$\gamma = \frac{Ec}{mo{\cdot}c^2} + 1 = 7452{,}76$$

De forma que la masa del protón: **m = γ·mo= 1,24·10^{-23} kg (bastante mayor que la masa en reposo del núcleo de plomo).**

La velocidad se puede despejar a partir de gamma:

$$v = c\cdot\sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}} = c\cdot 0{,}999999991 = \mathbf{299.759.455{,}3\ km/s}$$

b) En los choques se conserva el momento lineal, de modo que:
Momento lineal antes de la colisión: $P_{protón}$= γ_p·mo·v_p

Momento lineal después de la colisión: $P_{conjunto}$= γ_C·$mo_{conjunto}$·v_C
Donde la masa en reposo del conjunto es: 1,67·10^{-27}+3,45·10^{-25}=3,4667^{-25}kg
Igualando: γ_p·mo·v_p = γ_C·mo_C·v_C
Dividiendo en los dos lados por la masa del protón:
γ_p·v_p = γ_c·207,6·v_c Sustituyendo el valor de γ_c en función de la velocidad:

$\gamma_p{\cdot}v_p = \dfrac{207{,}6{\cdot}v_c}{\sqrt{1-\dfrac{v_c^2}{c^2}}}$ Elevando al cuadrado, despejando v_c y sustituyendo los valores ya conocidos obtenemos: **v_c= 0,99961226·c =299.643.229 km/s**

c) La cantidad de energía cinética antes del choque es de 7 Tev = 1,12·10^{-6}J
Después del choque es Ec =(γ_c-1)·mo_c·c^2. Hallamos el valor de γc con su definición, sustituimos valores y obtenemos una energía:
Ec= 1,084·10^{-6} J =6,773 Tev de forma que la energía perdida es:
ΔE= 6,767-7= -0,233 Tev= -3,728·10^{-8}J

d) La energía perdida se reparte entre dos fotones iguales (nótese que al viajar en todas las direcciones no alteran el momento lineal del núcleo).
Como la energía de un fotón vale $E = h \cdot f$ donde f es la frecuencia y h es la constante de Planck, en función de la longitud de onda:
$E = h \cdot c/\lambda$ siendo λ la longitud de onda. Sustituyendo datos, la energía de cada fotón es: $E = 1,99 \cdot 10^{-11}$ J y el número de fotones será:
N= 3,728·10-8/1,99·10-11 ≈**1870 fotones**. (número redondeado, ya que la energía de cada fotón era un valor medio).