LA MEDIDA

Objetivos

Pretendemos que al finalizar el estudio del tema seas capaz de:

- Saber que toda medida lleva siempre una imprecisión que es imposible eliminar en cualquier proceso de medida. El error es inherente al proceso de medida.
- Conocer el S.I. de unidades, las expresiones de las unidades en otros sistemas y cómo utilizar los factores de transformación para pasar de unos a otros.
- Conocer las unidades que corresponden a determinadas magnitudes para evitar por ejemplo llamar minutos de arco (') a los minutos de tiempo (min.).
- Aprender a realizar medidas directas e indirectas de forma correcta.
- Conocer los tipos de errores que introducimos al medir y de dónde proceden.
- Conocer cómo podemos acotar los límites entre los que se encuentra el resultado.
- Expresar correctamente la medida y su imprecisión.
- Conocer la forma de expresar un número en notación científica y el orden de magnitud.
- Ser tolerante y admitir que tus opiniones están condicionadas por tus observaciones que viene influenciadas por posibles errores.

Introducción

Objetivos

Las Ciencias experimentales miden muchos fenómenos. Los aspectos medibles de un fenómeno se denominan magnitudes. La medida de cualquier magnitud se expresa mediante un número seguido de una unidad. Cuando decimos que un coche lleva una velocidad de 30 km/h, la magnitud es la velocidad del coche, km/h es la unidad en que se mide dicha velocidad y 30 es la medida de la velocidad.

Medir una magnitud supone compararla con otras medidas. Todo valor obtenido en una medida viene condicionado por posibles errores experimentales (accidentales y sistemáticos) y por la sensibilidad del aparato utilizado. En las medidas Influyen el observador, las circunstancias en que mide y la calidad del aparato que utiliza.

Toda observación está condicionada por la imperfección de los sentidos.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

El error cometido en el proceso de medida tiene un significado distinto a "equivocación":

El error es inherente a todo proceso de medida.

Por tanto, es imposible conocer el "valor verdadero" $\overline{x}$ de una magnitud. La teoría de errores acota los límites (máximo y mínimo) entre los que debe estar dicho valor $X = \overline{X} \pm E_a$.

100 mejor que uno

Conocer el error con que medimos es muy importante y nos permite enfocar el problema correctamente. De cada magnitud medida debemos conocer entre qué valores puede estar nuestro error de apreciación y cómo puede afectar a otros cálculos en los que esta medida interviene.

El mejor método para acercarnos al verdadero valor de lo medido es que la medida la hagan independientemente varias personas y luego promediemos los valores que han obtenido.
Este procedimiento funciona muy bien, incluso en pronósticos o elección de soluciones para diversos aspectos de la vida: las opiniones de muchos (no manipuladas y sin influenciarse unos a otros) dan medias muy ajustadas a la realidad, o a lo que es más conveniente hacer.

Parece ser que un gran número de personas, aunque no sean necesariamente expertas en un tema, opinando de manera independiente sobre una cuestión de tipo social, se acercan más con sus pronósticos a lo que luego se comprueba que resulta mejor, que un pequeño número de expertos que lo estudian. Esto va bien en temas sociales.

Contra lo anterior está esta frase de R. Feynman . ¿Qué es mejor para conocer la forma de la nariz del emperador de China, al que nadie podía mirar, preguntar al jardinero que en un descuido la vio fugazmente; o hacer una encuesta entre la población china?. En las Ciencias (Físicas, Matemáticas, Biología, etc.) la opinión de los expertos debe ser la única opción posible. Opinar de lo que ni siquiera se sabe definir puede dar lugar a un verdadero desastre

Reflexión.

Si el resultado de una medida debe ir siempre acompañado de su grado de imprecisión, la expresión de nuestras opiniones debería también ir acompañada de su grado de imprecisión .

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Emitir un juicio bien matizado debe implicar que tenemos una idea acertada de la probabilidad de que nuestro juicio sea correcto.
Siempre que emitamos un juicio debemos ser honrados y enunciar su grado de inexactitud.

¡Qué importante sería que al emitir un juicio (resultado de unas medidas y un análisis) indicáramos su grado estimado de certeza!. Sería un comportamiento científico y ético.

El prestigio de la CIENCIA se debe al rigor de su método y a la honestidad con que expresa el resultado de sus medidas y previsiones.

Magnitudes

Magnitud es todo aquello que se puede medir, que se puede representar por un número y que puede ser estudiado en las ciencias experimentales (que son las que observan, miden, representan, obtienen leyes, etc.).
La bondad de un hombre no se puede medir y jamás la Física la estudiará la bondad. La bondad, el amor, etc., no son magnitudes.
Para estudiar un movimiento debemos conocer la posición, la velocidad, el tiempo, etc. Todos estos conceptos son magnitudes.
Para cada magnitud definimos una unidad. Mediante el proceso de medida le asignamos unos valores (números) a esas unidades. La medida es ese número acompañado de la unidad.

Magnitudes	Símbolo
Longitud	*x*
Masa	*m*
Tiempo	*t*
Temperatura	*T*
Intensidad de corriente eléctrica	*I,i*
Intensidad luminosa	I
Cantidad de materia	mol

La Física estableció 7 magnitudes fundamentales de las que se pueden derivar todas las demás (magnitudes derivadas). A estas siete magnitudes fundamentales hay que añadir dos magnitudes complementarias: Ángulo plano y Ángulo sólido.

Para estudiar toda la Mecánica sólo son necesarias tres: M,L,T (masa, longitud, tiempo).
A cada una de las magnitudes fundamentales se le asigna una unidad fundamental y de estas unidades se derivan todas las demás.

Pulsa aquí para saber más de este tema

Las relaciones que se pueden establecer entre las magnitudes fundamentales da lugar, al aplicarlas a una fórmula, a las ecuaciones de dimensiones.
La ecuación de dimensiones permiten comprobar si una fórmula es correcta (homogénea en sus dimensiones): si tienen igual magnitud el primer término de

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

la fórmula y el segundo la fórmula puede ser correcta, no pudiendo estar seguros acerca de la corrección de los coeficientes.

Magnitudes

Reducir una fórmula a las magnitudes que intervienen en ella nos permite conocer si sus miembros son homogéneos, es decir, si se reducen a las mismas magnitudes.

$$V^2 = Vo^2 + 2 \cdot a.\ x$$

El primer miembro tiene de dimensiones : $\frac{m^2}{s^2}$

El primer término del segundo miembro también : $\frac{m^2}{s^2}$

El segundo miembro de la ecuación (2·a·x) tiene por dimensiones : $\frac{m}{s^2} \cdot m$

(el número 2 no tiene dimensiones)

Por tanto:

$$V^2 = Vo^2 + 2 \cdot a.\ x$$

$$\frac{m^2}{s^2} = \frac{m^2}{s^2} + \frac{m}{s^2} \cdot m$$

¡ La ecuación es homogénea !

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

El ser homogénea quiere decir en lenguaje vulgar que no se puden sumar caballos con peces, ni que 7 hombres son iguales a 7 estrellas.

- Sólo se pueden sumar o restar cosas iguales
- Aunque las cantidades de dos cosas coincidan, las dos cosas no son iguales.

Unidades:

Historia del S.I.

El Sistema Internacional (S.I.) de unidades se adoptó en 1960 en la 11ª Conferencia General de Pesos y Medidas (Conférence Générale des Poids et Mesure (CGPM) por convenio entre 36 naciones (entre ellas España).

El SI tiene su origen en la idea de La Revolución Francesa de atender la demanda de las clases populares que pedían la unificación de las medidas para acabar con la arbitrariedad que suponía que los "señores" cambiaran las equivalencias a su antojo perjudicando siempre al pobre en las transacciones comerciales. Esto ocurría en agosto de 1789 después de la proclamación de los Derechos del Hombre. La Asamblea asumió la propuesta de Talleyrand de elegir unos patrones "tomados de la naturaleza" que fueran asumidos por todas las naciones (universales), inalterables y reproducibles por cualquiera y en cualquier lugar."La misma vara de medir para todos".

Como consecuencia de la decisión de la Asamblea se realizaron las investigaciones pertinentes y en 1799 se celebró la Conferencia del Metro donde se definió el patrón de longitud, el metro, y el de masa, el kg, los dos realizados en platino.
Inicialmente estuvo a punto de definirse el metro a partir de la longitud de un péndulo, situado a 45º de latitud, que emplea un segundo cada medio periodo de oscilación (es muy próximo al valor del metro actual). La idea de definir un metro basado en el cuadrante terrestre requirió fuertes inversiones para medir la longitud de los mismo grados de meridiano en el Ecuador, cerca de los polos y de París a Barcelona, pero permitió confirmar el achatamiento de la Tierra.

La 1ª Conferencia General de Pesos y Medidas (CGPM, Conférence Générale des Poids et Mesures, se celebró en Sèvres-París en 1875 y los acuerdos fueron ratificados por 15 naciones (entre ellas España)

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Nadie discute hoy las ventajas de un S.I. verdaderamente internacional, pero aún hoy los errores que se originan por la confusión de unidades hacen fracasar proyectos como el de la nave **Mars Climate** que se estrelló en Marte por los errores de cálculo originados en datos tomados en pulgadas e introducidos como centímetros.
Estados Unidos e Inglaterra aún no han implantado el S.I. a pesar de saber la influencia que esto tiene en todas las tecnologías que lideran.

Actividad. Busca información en la red sobre la nave Mars Climate

Cada magnitud fundamental tiene una unidad fundamental que en el Sistema Internacional de unidades (S.I) son:

Magnitudes fundamentales	Unidades	
	Nombre	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	amperio	A
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

Existen dos unidades suplementarias: ángulo plano y ángulo sólido.
Pulsa aquí para conocer las definiciones.
Reglas para escribir las unidades. Haz un resumen en tu libreta de estas reglas.

Las unidades tienen múltiplos y submúltiplos.

También existen en Física unidades del S.I. derivadas (no fundamentales)

El S.I. está vigente en toda la Unión Europea. El uso de este sistema, y su enseñanza, es obligatorio en todo el territorio del Estado Español. Ver también marco legal
Es un error confundir las unidades de algunas magnitudes y además refleja una gran incultura. A veces se habla de tiempo y se ponen unidades de medida de ángulos (dos minutos = 2' ¡disparate!). Lo correcto será 2 min. Tiempo: 2h 7 min 4 s , Ángulo: 3º 8'34"

Comprueba errores frecuentes.
Unidades derivadas.

© Proyecto Newton. José Villasuso

Uniades del S.I. derivadas 2 / 3

Magnitud	Nombre	Símbolo	Expresadas con otras unidades del SI	Expresadas con unidades básicas del SI
Frecuencia	hertz	Hz		s^{-1}
Fuerza	newton	N		$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Presión	pascal	Pa	$N \cdot m^{-2}$	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Energía, trabajo, cantidad de calor	joule	J	$N \cdot m$	$m^{2} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Potencia	watt	W	$J \cdot s^{-1}$	$m^{2} \cdot kg \cdot s^{-3}$
Cantidad de electricidad carga eléctrica	coulomb	C		$s \cdot A$
Potencial eléctrico fuerza electromotriz	volt	V	$W \cdot A^{-1}$	$m^{2} \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Resistencia eléctrica	ohm	□	$V \cdot A^{-1}$	$m^{2} \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
Capacidad eléctrica	farad	F	$C \cdot V^{-1}$	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^{4} \cdot A^{2}$
Flujo magnético	weber	Wb	$V \cdot s$	$m^{2} \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Inducción magnética	tesla	T	$Wb \cdot m^{-2}$	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Inductancia	henry	H	$Wb \cdot A^{-1}$	$m^{2} \cdot kg\ s^{-2} \cdot A^{-2}$

Múltiplos y submúltiplos 3 / 3

10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	hecto	h
10^{1}	deca	da
1	unidad sin prefijo	-
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

Actividad:

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Tipos de instrumentos de medida: analógicos y digitales

Los instrumentos analógicos y los digitales se utilizan para realizar medidas directas.

Instrumentos analógicos

Los instrumentos analógicos suelen tener una escala con divisiones frente a la que se mueve una aguja. La aguja pasa frente a los infinitos puntos de la escala. Al alcanzar el valor que mide el aparato la aguja se detiene en un punto que puede coincidir más o menos con una división de la escala. Esa división es la que leemos nosotros en el acto de la medida directa.
Para expresar correctamente el valor medido debemos fijarnos en la sensibilidad de la escala y tener en cuenta los factores que puedan estar modificando la lectura.

Son instrumentos analógicos: una balanza con aguja, un voltímetro de aguja, la cinta métrica, una probeta, etc.

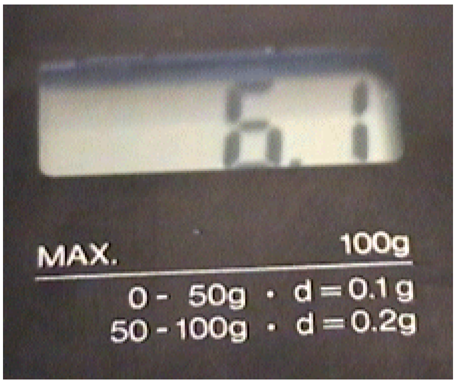
Actividad: Haz una lista con 5 instrumentos digitales y cinco analógicos que veas utilizar.

Tipos de instrumentos de medida: digitales	2 / 2

En los **instrumentos digitales** el número que representa el valor de la medida aparece representado por unas cifras visibles directamente en la pantalla. El cálculo del valor se realiza por un procedimiento electrónico y se muestra en el cristal de la pantalla.

Se cometen errores al medir tanto con los aparatos analógicos como con los digitales.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

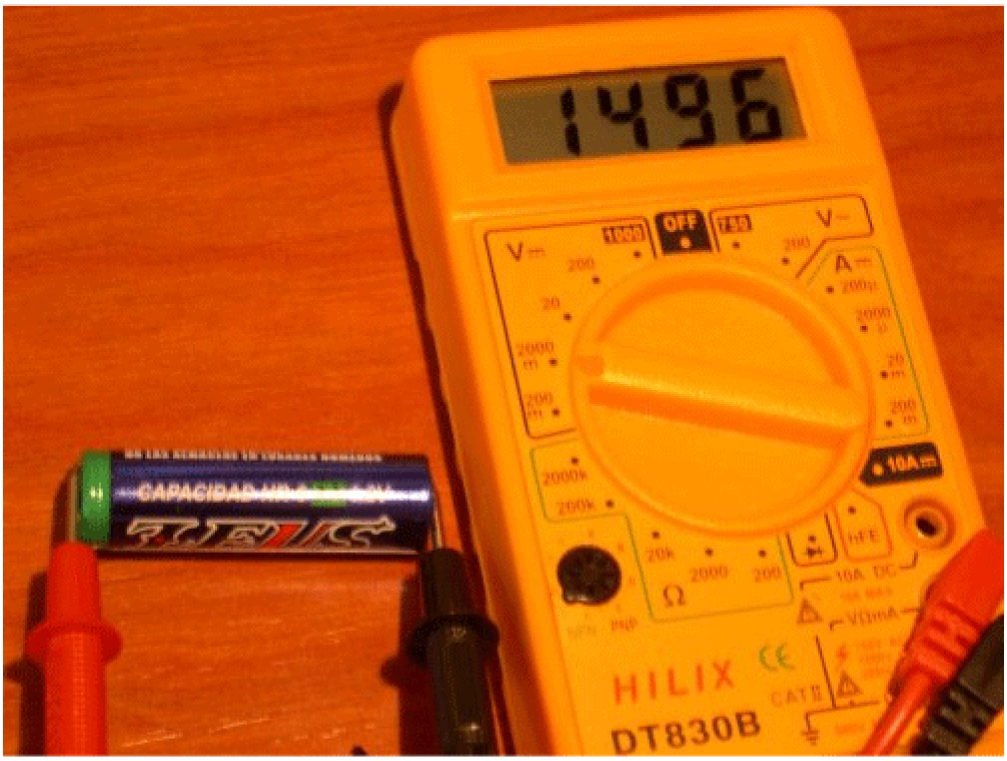


Debemos conocer el rango de medida del aparato, es decir, entre que valores máximo y mínimo se debe usar sin estropearlo ni cometer errores enormes. Uno será la cota máxima y otro la cota mínima de su rango de medidas posibles.

Los instrumentos deben indicar el límite de protección, para saber a que condiciones podemos exponerlo sin dañarlo. A veces vienen protegidos de una posible avería por el mal uso. Por ejemplo, un amperímetro que no pueda soportar una corriente mayor de 1A viene protegido por un fusible de 1 A.

Los instrumentos digitales, por la generalización de la electrónica, se imponen cada vez más.
Al medir con ellos debemos conocer la incertidumbre con que nos ofrecen sus dígitos. Observa en la foto de la balanza digital la desviación (incertidumbre) que debemos tomar en mediadas de hasta 50 g.¿Es de 0,1 g?

Incertidumbre digital



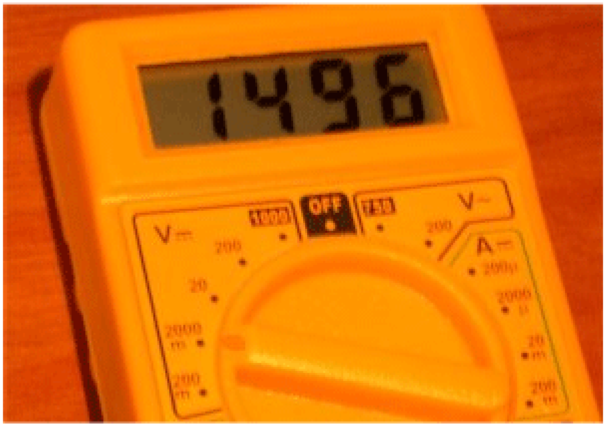
¿Cuál es la imprecisión de esta medida?

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Se tiende a pensar que una medida realizada por medios electrónico no tiene imprecisión y que los aparatos digitales son los que dan valores más exactos.

Pero toda medida está acompañada de una imprecisión tanto si se realiza con un aparato analógico o digital.

¿Cómo podemos saber la imprecisión si en estos aparatos no vemos las divisiones de la escala?



El rango en el que medimos lo seleccionamos con la clavija. En este caso es de 2000 mv.
Leemos el voltaje de la pila: 1496 mV = 1,496 V

Para saber la imprecisión de la medida conviene guardar la información que viene con el manual de utilización del aparato y no olvidarse de ella.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

TENSIÓN CONTINUA

(información del manual para c.c)

RANGO (Gama)	RESOLUCIÓN	PRECISIÓN (1 año) 18-28° C
200 mV	100μV	±0,5% del valor indicado ± 2dgt
2000 mV	1 mV	±0,5% del valor indicado ± 2dgt
20 V	10 mV	±0,5% del valor indicado ± 2dgt
200 V	100 mV	±0,5% del valor indicado ± 2dgt
1000 V	1 V	±0,5% del valor indicado ± 2dgt

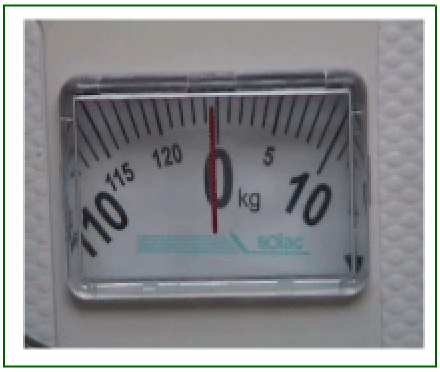
En el rango que utilizamos (2000 mV) la imprecisión es de un 0,5% (al medir 1490 mV será ± 7,5 mV)

El aparato tiene la garantía de permanecer bien calibrado durante un año si funciona en unas condiciones de temperatura entre 18º y 28º. En otras condiciones se desajusta antes.
Su sensibildad en este rango es 1 mV (es el menor valor que aprecia el aparato cuando utilizamos esa escala).

Cualidades que deben tener los instrumentos de medida	1 / 5

Rapidez

Un instrumento de medida es rápido si necesita poco tiempo para su calibración antes de empezar a medir y si la aguja o cursor alcanza pronto el reposo frente a un valor de la escala cuando lanzamos la medida. O sea, la aguja no oscila durante mucho tiempo.



En esta balanza de baño puedes ver como, al subirnos, oscila alrededor del valor que va a alcanzar antes de detenerse. Al bajar de ella, antes de alcanzar el cero, pasa lo mismo.

Pulsa **actualizar,** en el menú de **ver** del navegador, para lanzar otra vez la animación.

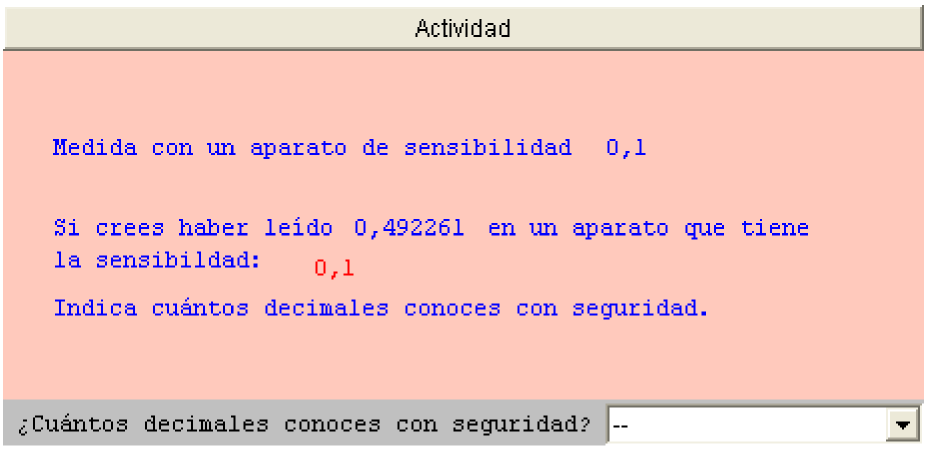
© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Sensibilidad

Un instrumento de medida es tanto más sensible cuanto más pequeña sea la cantidad que puede medir. Una balanza que aprecia mg es más sensible que otra que aprecia gramos.

El umbral de sensibilidad de cada aparato de medida es el valor que corresponde a la menor división de su escala (es la resolución del aparato). En los aparatos digitales la especifica el fabricante en la carcasa del aparato o en el libro de instrucciones.

Incertidumbre Digital:
¿???????????????????????????
La sensibilidad con que se fabrican los aparatos de medida depende de los fines a los que se destina. No tiene sentido fabricar una balanza que aprecie mg para que la use un panadero.



Actividad:

A veces algunos aparatos de medida muestran más decimales de los que podemos conocer su valor con seguridad.

En este ejemplo se trata de que aciertes el número de decimales de los que tenemos
certeza, conocida la sensibilidad del aparato.

© Proyecto Newton. José Villasuso

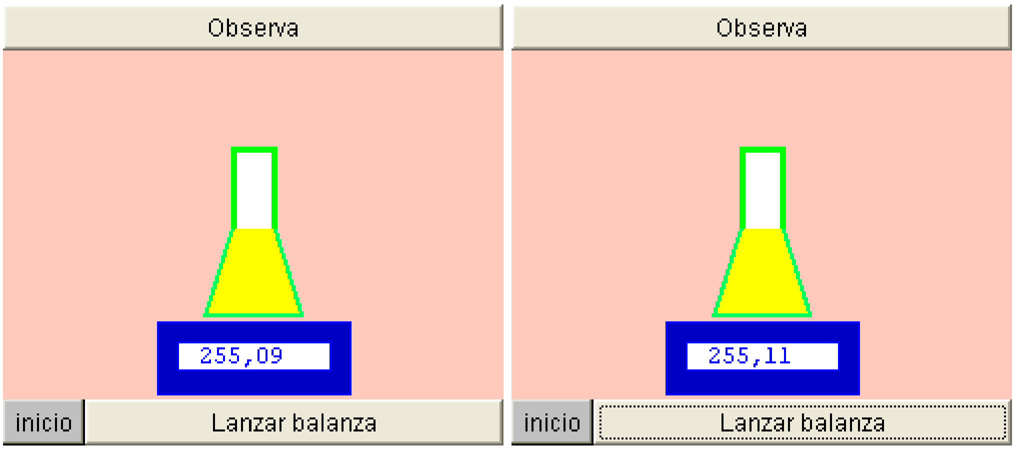
Cualidades que deben tener los instrumentos de medida | **3 / 5**

Fidelidad

Un aparato es fiel si reproduce siempre el mismo valor, o valores muy próximos, cuando medimos la misma cantidad en las mismas condiciones.

Es fiel si la aguja se coloca en el mismo punto de la escala -o muy próximo- cuando repetimos la medida con la misma cantidad de muestra.

Con un aparato fiel podemos obtener medidas totalmente incorrectas si está mal calibrado o procedemos mal.
Comprueba cuál de las balanzas es más fiel (los dos recipientes y la sustancia que contienen son iguales).



Observa:

Lanza varias veces la balanza para poder comprobar si es fiel.

Cualidades que deben tener los instrumentos de medida | **4 / 5**

Precisión 1 I Precisión 2

Un aparato es preciso si los errores absolutos (desviación de lo que mide del "valor verdadero") que se producen al usarlo son mínimos. El valor que da en cada medida se desvía muy poco del "valor verdadero".

Un aparato es preciso si es muy sensible y además es fiel (produce poca dispersión de las medidas). Naturalmente debe estar previamente bien calibrado.

Es muy preciso si da poca imprecisión en la medida.

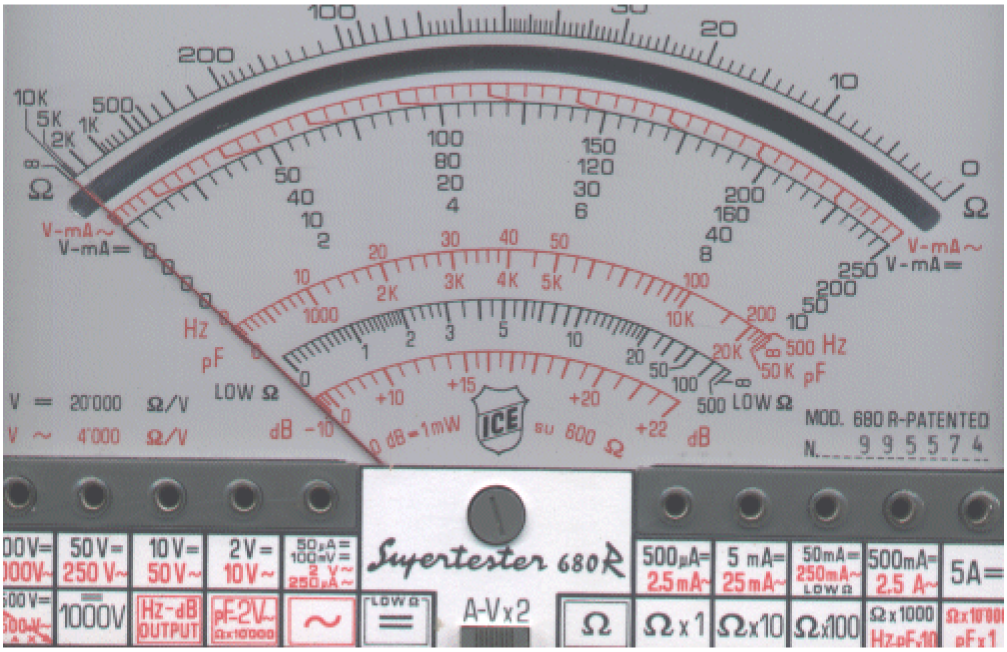
© *Proyecto Newton. José Villasuso*

La precisión de un aparato analógico electrónico (voltímetro, etc) la indica el fabricante para cada rango de medida.
La precisión define la "clase del instrumento" y está indicada en error relativo absoluto (porcentual absoluto) referido al valor máximo de la escala y especificado para cada rango o escala. El valor de la precisión la facilita el fabricante del instrumento.

El error absoluto máximo que debe acompañar a una medida realizada en una determinada escala, se halla aplicando el error relativo al valor del fondo de esa escala.

Ejemplo voltímetro:

Ejemplo: Para un voltímetro "clase 2" en la escala de rango 0- 250 V el fabricante asegura una Precisión Porcentual Absoluta del 2%.
Por lo tanto el error absoluto en esa escala será: 2% · 250 = ± 5V.



Una medida de voltaje en la que obtenemos el valor de 230 V tiene una imprecisión de ± 5V. En esa misma escala una medida de 20 V tendrá la misma imprecisión, ± 5V.

Por lo tanto el error relativo (porcentual relativo) es mucho mayor en la parte baja de la escala: 5 / 20, que en la parte alta de la escala, 5 / 230 (aprox. 2%).
¡Por eso, siempre que puedas, debes cambiar de escala para que la lectura caiga en la parte alta de la misma!

En este polímetro la sensibilidad del aparato (la menor división) en la escala 0-250 es 5V (ver la figura anterior arriba) y coincide con la precisión.
La precisión del aparato influye en la imprecisión con que expresamos el resultado de la medida.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Precisión y fidelidad

Precisión de dos aparatos de igual sensibilidad cuando se realizan varias medidas.

Si tenemos que repetir las medidas, influye otra cualidad en el cálculo de la imprecisión de la medida (por tanto en la definición de la precisión del aparato): la fidelidad

Ejemplo: Si realizamos 5 medidas con dos balanzas de la misma sensibilidad, que aprecian cg, será más precisa la que de menor dispersión de medidas.

Ejemplo de cálculo de la imprecisión de las medidas (Ea) obtenidas con las dos balanzas de la misma sensibilidad (centigramos). (ver ejemplo del cálculo de la imprecisión)

	valores medidos						Ea
Balanza 1 (g)	25,55	25,56	25,54	25,57	25,53	25,55	0,01
Balanza 2 (g)	25,55	25,59	25,51	25,58	25,52	25,55	0,03

Las dos balanzas dan como medida 25,55 g (media aritmética) pero la precisión de la primera es mayor y nos asegura que el valor verdadero está comprendido entre 25,54 g y 25,56 g. La otra balanza nos lo asegura entre 25,52 g y 25,58 g (mayor dispersión). Esta segunda balanza es menos fiel y da una dispersión mayor de las medidas. Aunque el valor medio en los dos casos es el mismo la primera es más fiel y más precisa.

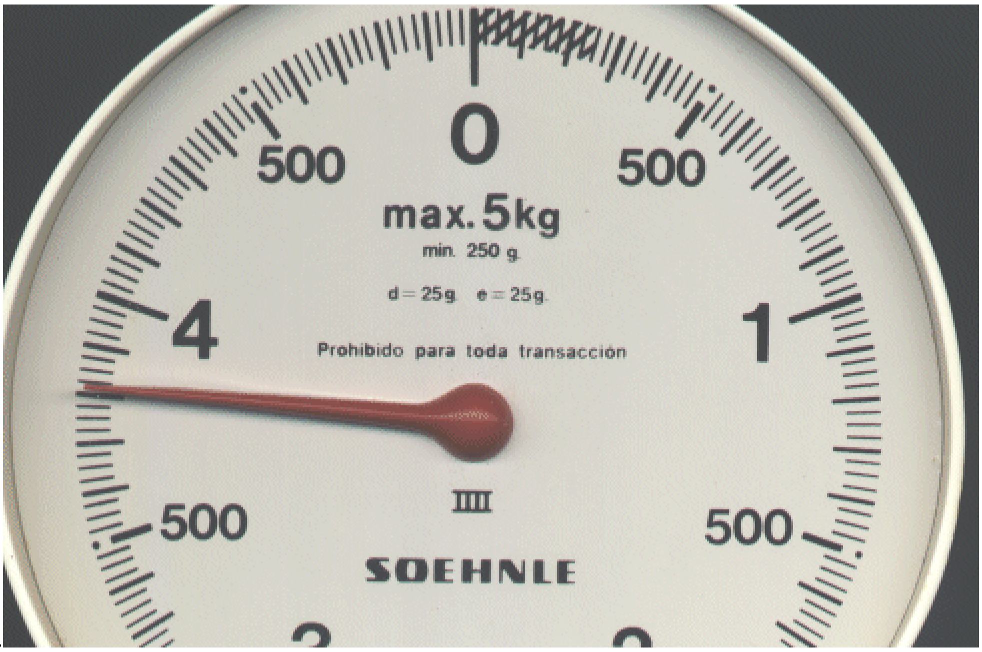
El instrumento que permite obtener las medidas con menor imprecisión es el más preciso.

Instrumentos poco precisos:

Balanza de cocina y cinta métrica de modista.

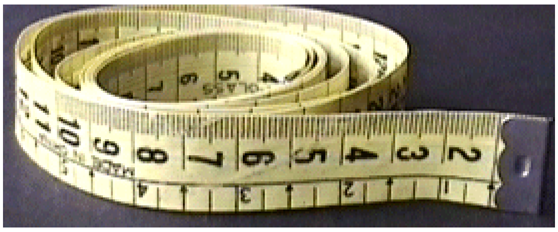
Esta balanza de cocina indica un error de 25 gramos (menor división de la escala) y en el fondo de escala por debajo de valores de 250 gramos no se puede leer

© Proyecto Newton. José Villasuso



Fíjate en las indicaciones grabadas en el interior de la escala..

Es muy importante que antes de medir con cualquier aparato observes sus limitaciones y compruebes si está calibrado recientemente.



Con el uso la cinta se deforma y sus lecturas son imprecisas

Errores cometidos por y con los instrumentos de medida	1 / 2

Al efectuar una medida se cometen errores debidos al método empleado, al aparato de medida o al propio observador. No podemos obtener un "teórico" valor correcto. Vamos a ver los diferentes tipos de errores y como corregirlos.

Errores sistemáticos

Son los errores que se repiten constantemente y afectan al resultado en un sólo sentido (aumentando o disminuyendo el valor de la medida).

Pueden deberse a un mal calibrado del aparato, al manejo del aparato de forma no recomendada por el fabricante etc. Estos errores sólo se eliminan mediante un análisis del problema y una "auditoría" de un técnico más cualificado que detecte lo erróneo del procedimiento.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Si no elegimos la escala adecuada, cometemos errores de lectura. Debemos escoger siempre la escala en la que la aguja alcance la parte más alta.

Ejemplo: elección de escala

En este ejemplo mediremos el voltaje de una pila de 1,2 V.
Conectamos el polo negativo de la pila a la embrilla de corriente continua y el polo positivo a la embrilla del rango de escala que escojamos.

El valor medido será siempre "casi" igual, pero la imprecisión será muy diferente según la escala que elijamos

Pulse en los botones de las escalas

Ejercicio

Explicaciones

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Ejercicio:

Errores accidentales o aleatorios

No es posible determinar su causa. Afectan al resultado en ambos sentidos y se pueden disminuir por tratamiento estadístico: realizando varias medidas para que las desviaciones, por encima y por debajo del valor que se supone debe ser el verdadero, se compensen. Explicaciones:

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Si empleamos la escala del polímetro de 0 a 10 voltios (escala interior), la aguja quedará en el 1,2 que cae en el principio de la escala (recorrera sólo el primer 12 % de la escala). Si el valor de la menor división en esta escala es 0,2 V (de 0 a 2 está dividido en 10 partes). El error relativo es =0,2 /1,2)

Si cambiamos de escala y usamos la de 0 a 2 V (en realidad usamos la 0 a 200 V y los valores estarán dividios por 100), los 1,2 V de la pila llevarán la aguja al 120, o sea ,, sube hasta el 60% de la escala. La menor división es ahora 0,04 V (de 0 a 0,4 hay diez div [illegible]) y el error relativo=0,04 / 1.2. El error relativo de esta medida es menor y la medida es de mayor calidad.

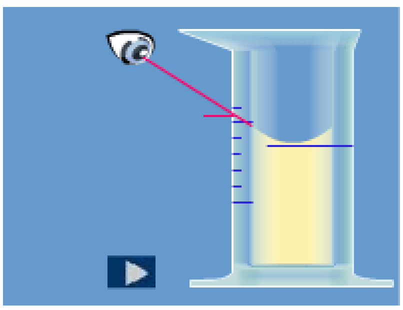
Actividad: Usa un polímetro y realiza la medida del voltaje de una pila de 1,5 V cambiando de escala. Halla la incertidumbre en cada caso

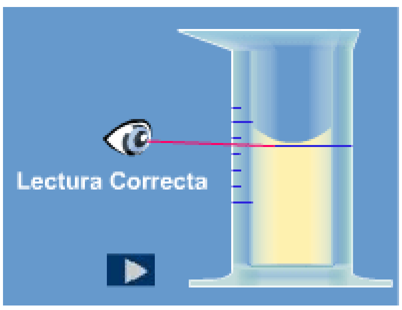
El factor humano

El "medidor" (observador) puede originar errores sistemáticos por una forma inadecuada de medir, introduciendo así un error siempre en el mismo sentido. El que realiza la medida no suele ser consciente de cómo introduce su error. Este error sólo se elimina cambiando de observador.

El observador puede introducir también errores accidentales por una imperfección de sus sentidos. Estos errores influyen unas veces en un sentido y otros en otro y se pueden compensar haciendo varias medidas y promediándolas.

Error de paralaje





© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Si el ojo **no está** situado a la altura correcta, se comete error de paralaje.
Si al medir el volumen de un líquido contenido en una probeta, el ojo mira la escala desde arriba, lee un valor mayor. ¿Qué sucede si miramos desde abajo?
Debido al error de paralaje originado por el menisco y la refracción de la luz, una medida realizada en una escala graduada con unidades de 0,1 ml como la del dibujo, debe expresarse con una imprecisión de ± 0,3 ml (o más) dependiendo del tipo de líquido y del menisco que forme. Fíjate que ese es el margen de oscilación según varíes la posición del ojo.

Para entender mejor el error de paralaje sitúa el dedo índice paralelo a la pantalla del ordenador entre tu cara y ella. Mueve la cabeza arriba y abajo manteniendo el dedo fijo y verás como las líneas de la pantalla que parecían estar a la altura del dedo cambian de posición.

Factores ambientales

La temperatura, la presión, la humedad, etc. pueden alterar el proceso de medida si varían de unas medidas a otras. Es necesario fijar las condiciones externas e indicar exactamente cuales fueron éstas. Si las condiciones externas varían aleatoriamente durante la medida, unos datos pueden compensar a los otros y el error accidental que introducen puede ser eliminado hallando la media de todos ellos.

Cómo realizar el proceso de medida

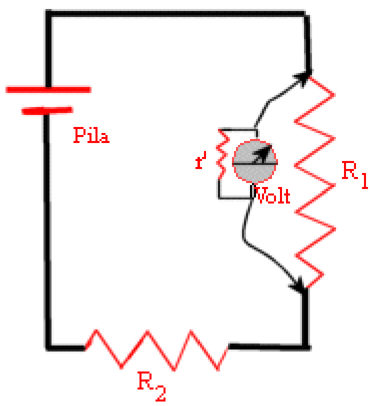
A veces, durante el proceso de medida, se perturba lo que vamos a medir y en consecuencia lo que realmente obtenemos es su valor alterado.

Ejemplos:

1.- Si para medir la temperatura de una muestra introducimos un termómetro que está más caliente que ella, la muestra se calienta por efecto del termómetro y lo que realmente leemos es el resultado de la interrelación muestra - termómetro y no la temperatura de la muestra.

2.-Al intercalar un instrumento de medida (el voltímetro de la figura) en un circuito eléctrico introducimos un componente que no tenía el circuito (la resistencia del voltímetro) y el resultado de la medida reflejará esta alteración.

1



2

© Proyecto Newton. José Villasuso

Debemos tratar de que los errores sean mínimos y tenerlos en cuenta en nuestra apreciación.

Las medidas directas se realizan comparando el número de veces que la muestra contiene a la unidad. Por ejemplo, llevar un metro sobre el borde de una pared para medir su longitud. Casi todas las medidas se hacen utilizando aparatos (instrumentos) complejos diseñados para cada medida concreta.

Cómo deben realizarse las medidas
Cuando realizamos la medida con un aparato debemos tener en cuenta estas normas**:**

- Comprobar la calibración del aparato.
- Cumplir las normas de utilización del fabricante del aparato en cuanto a conservación y condiciones de uso.
- Conocer y valorar la sensibilidad del aparato para dar los resultados con la correspondiente imprecisión.
- Anotar cuidadosamente los valores obtenidos en tablas.
- Realizar la gráfica que corresponda o la de distribución de medidas para visualizar mejor su distribución.
- Hallar el valor representativo, su error absoluto y su error relativo.

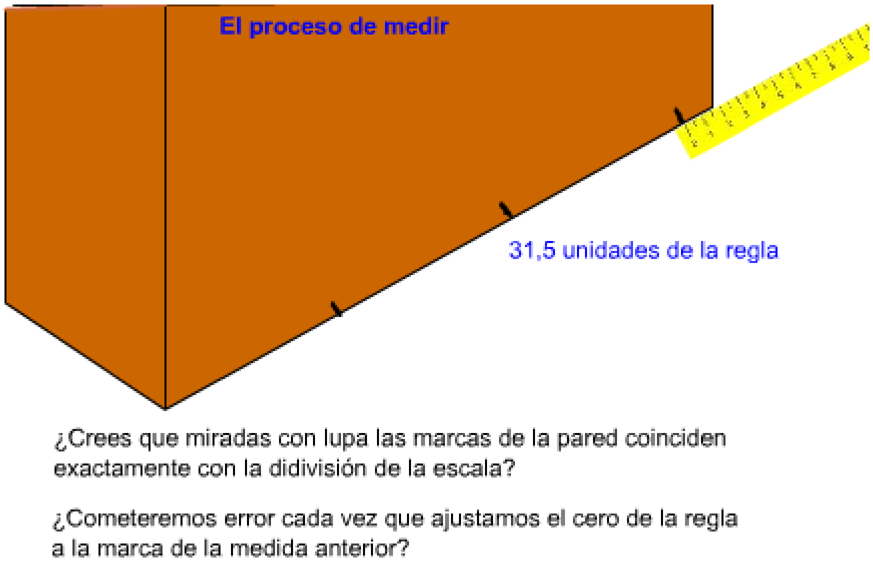
Toma de muestra
Medir valores representativos de grandes cantidades nos obliga a tomar muestras representativas de lo que queremos medir. Por ejemplo, para medir la salinidad de una bahía debemos tomar muestras en distintos lugares y a diferentes alturas.
Existen normas precisas para elegir la muestra más representativa.

Medidas directas

Medida directa es aquella que se realiza aplicando un aparato a un objeto o a un fenómeno para medirlo. Así conocemos una magnitud del objeto y la representamos con un número que refleja el número de veces que la magnitud medida contiene a la unidad.

Ejemplo:

© *Proyecto Newton. José Villasuso*



Al medir un lado de un objeto con una cinta métrica obtenemos un número de la magnitud longitud. El número tiene las mismas unidades que están grabadas en el aparato de medida y se expresan después de él. Ej: 3,5 **dm** (si las unidades fueran decímetros).

Las medidas directas pueden hacerse con instrumentos analógicos o digitales.

La medida debe ser exacta: debe reflejar lo más exactamente posible, con un número, la cantidad de magnitud medida. La aproximación al "valor verdadero o valor real" depende de la sensibilidad del aparato y del proceso de medida.

Es muy importante saber valorar el grado de exactitud de ese valor y los errores de que viene acompañado.
Un buen instrumento que no sabe utilizarse o se usa en condiciones desaconsejables puede conducir a lecturas totalmente falsas.

Antes de medir es conveniente pensar en algunas cuestiones previas que pueden influir en el valor de la medida.

Aprende a medir con un nonio pulsando aquí.

Actividad: El conocimiento teórico que te dan estas páginas de nada vale si no está acompañado de prácticas en el laboratorio. Realiza medidas de masa, tiempo, longitud con los instrumentos que estén a tu alcance y trata de aplicar lo aprendido.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Medidas indirectas	Ejemplos 1 / 3

A veces no podemos medir directamente el valor de una magnitud con un aparato y sólo podemos conocer su valor utilizando una fórmula que relaciona unas variables que sí pueden medirse directamente.

El resultado obtenido utilizando dicha fórmula también tiene una imprecisión que dependerá de la imprecisión con que hallamos medido las magnitudes que intervienen en ella.

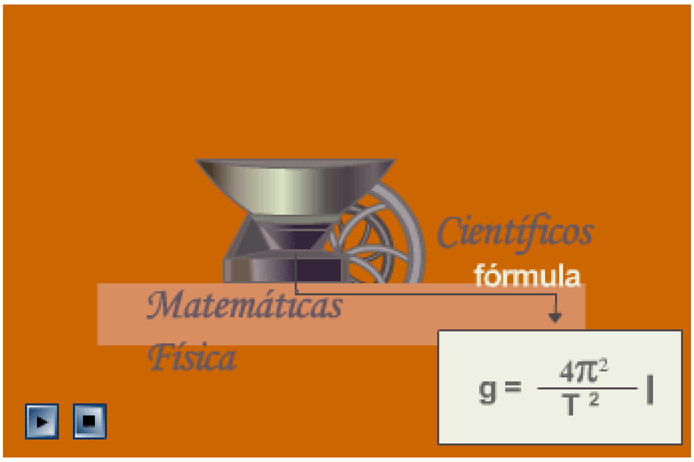
¡Nunca conocemos nada con total exactitud!

Por eso debemos conocer previamente los valores de las magnitudes que intervienen en la fórmula y sus imprecisiones.

La fórmula nos permite hallar el valor de la magnitud y la teoría de errores, con sus métodos, la imprecisión con que debemos expresar el resultado. Ejemplos

Las Matemáticas y la Física son las herramientas que permiten a los científicos lograr las fórmulas que relacionan las variables que intervienen en un fenómeno.

La fórmula:



Medidas indirectas: fórmula de una variable	2 / 2

Si la magnitud se calcula con una fórmula que sólo depende de una variable, es decir, y = f(x), el valor de la magnitud "y" la calculamos aplicando la fórmula.

Ejemplo: Tenemos y = f(x) ; y = 3·x ; si x = 4,0± 0,1 el valor de **y** será 12

La imprecisión Δy de la magnitud se calcula multiplicando el error relativo con que conocemos "x" por el valor hallado de "y" aplicando la fórmula:

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

$\Delta y = Er(x) \cdot y$

El resultado será: $y \pm \Delta y$

$Er(x) = 0,1 / 4 = 0,025$

$\Delta y = 0,025 \cdot 12 = 0,3.$

y = 12,0 ± 0,3

Conocemos el valor de **y** con una imprecisión de 0,3.

Medidas indirectas: fórmula de varias variables	3 / 3

Si la magnitud que queremos hallar depende de varias variables calculamos así su valor y su imprecisión:

Ejemplo 1
Método de cálculo tomando valores máximos o mínimos

1.- Podemos calcular la superficie de un rectángulo de lados 12,3 ± 0,1 cm y 8,2 ± 0,1 cm utilizando la fórmula S = a.b
$S = 12,3 \cdot 8,2 = 100,86$ cm ^{2}

Para hallar la imprecisión tomamos las dos dimensiones con el exceso de sus imprecisiones. Serán 12,4 y 8,3 y obtenemos el área por exceso S´= 102,92 cm ^{2}.

Restamos S´- S = 102,92- 100,86 = 2,06 cm ^{2}. Esta será la imprecisión (2,06) que daremos con una cifra significativa. El resultado de la superficie se expresará como 100,86 ± 2 cm ^{2}.

Como la imprecisión marca la certeza del resultado la expresión correcta será 100 ± 2 cm ^{2}

El área verdadera estará entre 98 y 102 cm ^{2}

Ejemplo 2
Método del logaritmo neperiano

2.- Otra forma de hacer el problema anterior es la siguiente:

Si en la expresión de la fórmula $S = a \cdot b$ aplicamos logaritmos neperianos (ln), transformando los posibles signos negativos en positivos (carácter aditivo de las imprecisiones), tenemos:
$\ln S = \ln a + \ln b$

Como $\ln x = \int (dx/x)$ y sustituyendo dx por incrementos:

$\Delta S / S = \Delta a / a + \Delta b / b$
Que equivale a decir, leído según su significado: "El error relativo de la incógnita es igual a la suma de los errores relativos de las magnitudes conocidas".

La imprecisión de la magnitud a medir será: $\Delta S = (\Delta a / a + \Delta b / b) \cdot S$

Tomando los datos del ejemplo anterior, siendo $S = 12,3 \cdot 8,2 = 100,860$
$\Delta S = (0,1/12,3 + 0,1/8,2) .\ S = (0,008) \cdot 100,860 = 0,82$

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

La imprecisión o incertidumbre de la medida es de 0,8 cm²
El resultado de la medida será 100,86 ± 0,8 cm² que correctamente escrito es 100,8 ± 0,8cm².
Sólo tenemos certeza de que la superficie estará entre 100 y 101,6 cm².

Este método da una acotación de la incertidumbre un poco mayor que el primer método.

Consideraciones generales para casos con fórmulas más complejas:

Si la fórmula tiene exponentes, constantes numéricas y números irracionales, se procede como en este ejemplo: $V = \pi d^2 h/4$

Tomamos logaritmos

$$\ln V = \ln p + 2\cdot \ln d + \ln h + \ln 4$$

$$\Delta V/V \underset{\cdot}{=} \Delta p/p + 2\cdot \Delta d/d + \Delta h/h\ .$$

Midiendo las variables conocemos su valor y su imprecisión, Δ. El valor de **V** lo calculamos por la fórmula y ΔV (su imprecisión) despejando en la fórmula anterior.

Reglas para evitar la propagación de errores en los cálculos

- 1.- Siempre se suman los errores relativos de cada magnitud aunque aparezcan en el denominador y quede negativo al tomar logaritmos (carácter aditivo de las imprecisiones).
- 2.- Las constantes numéricas no introducen error y se suprimen (en el ejemplo anterior el 4).
- 3.- Los números irracionales (que tienen infinitas cifras decimales) se toman con tantas cifras decimales como sean necesarias para que introduzcan menos error que el dato empleado en la fórmula que sea conocido con menor error. En general un decimal más que el dato medido con más precisión.

4.- Se efectúa siempre un redondeo en la imprecisión calculada (dejando sólo una cifra significativa) y ésta condiciona la expresión del resultado.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Normas UNE

AENOR es la Asociación Española de Normalización y Certificación. Es la encargada de elaborar las normas de Metrología y Calibración. AENOR define las normas UNE = Norma Española.

Normas [UNE recomendadas para Física]

La norma UNE 82009-1, lleva por título "Exactitud (veracidad y precisión) de resultados y métodos de medición". Se corresponde con la norma internacional ISO 5725-1 :1994. En ella se establecen las definiciones, conceptos y procedimientos para medir.

En esta norma, el término general "exactitud" se utiliza para referirse conjuntamente a la "veracidad" y a la "precisión". Hoy se sustituye "exactitud" por "veracidad". La "veracidad" de un método de medida, y por lo tanto de una medida, es tal si logra el valor verdadero de la propiedad que se mide.

Dice como comprobar la "veracidad" del método:

- "Midiendo contra un valor conocido de antemano, un patrón".
- "La calidad de una medida la indican sus errores absoluto y relativo. Es tanto mejor cuanto menor sea su error relativo".
- "La veracidad de un proceso, dicen los manuales de la industria, se expresa por su desviación o sesgo (error absoluto o imprecisión).

Es necesario calibrar periódicamente los aparatos de medida porque con el paso del tiempo pueden medir mal. Las normas UNE indican como y contra que se calibran los aparatos y con que frecuencia debe hacerse.

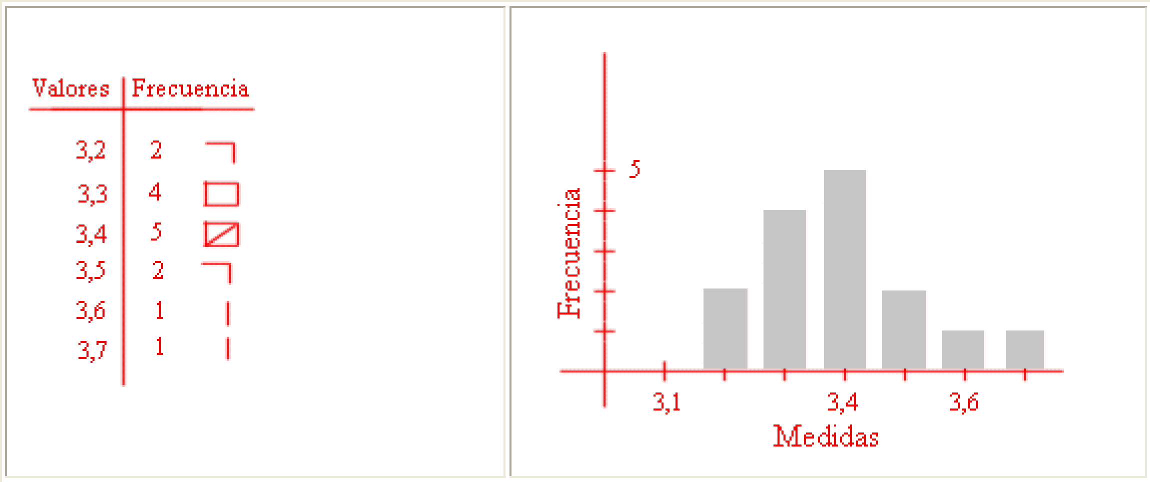
En este enlace puedes ver algo más sobre AENOR

Registro de datos

Para lograr la máxima información con un simple golpe de vista debemos establecer un método de registro de datos.
Lo mejor es registrar los datos en una tabla y ordenarlos en otra tabla según sus frecuencias.

En este ejemplo se muestran 15 valores medidos. El valor 3,4 es el valor medio y además coincide con la media aritmética de todos ellos.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

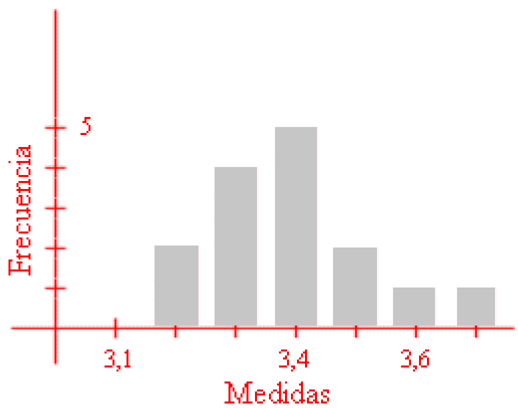


El valor representativo se toma como la media aritmética de todos ellos, pero también se podría tomar la mediana (el valor que queda en el medio de la secuencia) o la moda (el valor que más se repite, el más frecuente).
Cuando se toman muchos valores la curva de su frecuencia tiene forma de campana: es la llamada gaussiana (distribución Normal).
Los datos obtenidos en los procesos de medida se distribuyen alrededor de los valores que llamamos normales, los más raros están alejados de lo que llamamos normal.

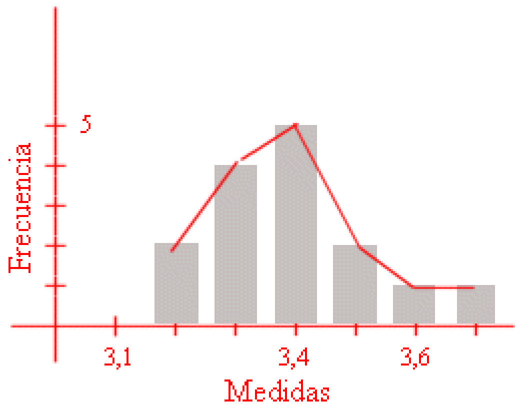
Cualquier hecho natural condicionado por múltiples causas, al suceder produce unos resultados que siempre están alrededor de la media (lo normal, lo más probable). Se pueden hacer estudios para saber qué probabilidad tiene de suceder cierta anormalidad.

Registro de datos	**2 / 2**

Uniendo los valores de las frecuencias de las medidas ordenadas en orden creciente tenemos el polígono de frecuencias:

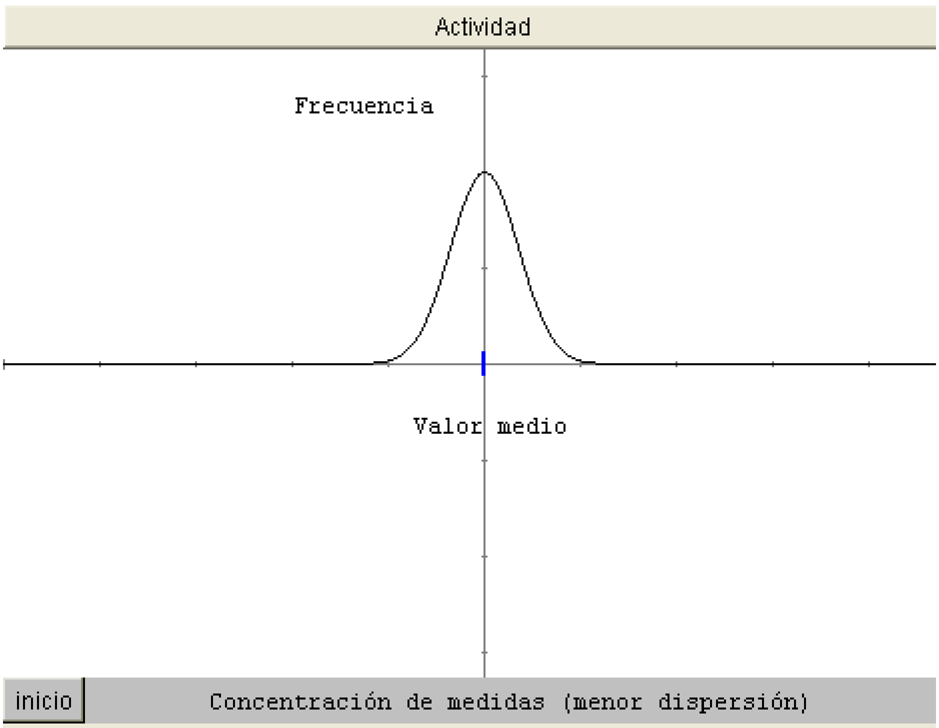


© *Proyecto Newton. José Villasuso*



Si una magnitud sufre la influencia de causas independientes que la hacen variar ligeramente alrededor de una media, los resultados se acumulan alrededor de la media con una frecuencia que disminuye rápidamente al alejarse del centro. Esta distribución es la que representa la Ley de Gauss (curva gaussiana). Cuanto mayor sea el número de datos más se ajusta su polígono de frecuencia a una curva de este tipo.

Curva de Gauss



Actividad:

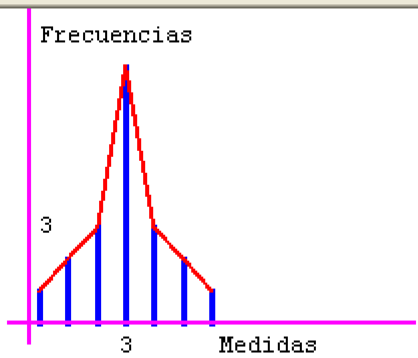
La curva llamada gaussiana corresponde a la distribución de un gran número de valores alrededor del valor medio.
Cuanto mayor sea la imprecisión del aparato más grande va a ser la imprecisión de la medida y más abierta será la curva.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Una curva esbelta indica medidas muy concentradas, todas próximas a la media.
Cuando se dispara a un blanco todos los impactos agrupados indican la precisión del tirador -precisión de tiro-

Actividad

Medidas	Frecuenc.	Xi*f
0,3	1	0,3
1,2	2	2,4
2,1	3	6,3
3	8	24
3,9	3	11,7
4,8	2	9,6
5,7	1	5,7
	20	60,00



Media = Xi*f / N = 3

inicio dispersión

Actividad:

Observa que aunque las medidas están más o menos dispersas la media (el valor representativo) es el mismo.
El número de medidas realizado es 20
La media aritmética es siempre la misma.
La dispersión manifiesta la escasa precisión del aparato de medida y las distintas formas del polígono de frecuencias.
Por motivos gráficos los valores representados en este ejemplo abarcan un amplio abanico que serían poco creíble en una medida seria, puesto que presentan una variación de hasta cinco unidades en la cifra más significativa.

Una altura mayor de la curva equivale a una mayor precisión de las medidas con una gran concentración alrededor de la media y poca dispersión de errores a ambos lados. La curva es totalmente simétrica alrededor de la media.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Si realizamos varias medidas -recuerda que el número de medidas que debemos hacer lo determina %D -, tenemos que decidir cual de ellas representa el "valor verdadero" y con qué imprecisión la conocemos. Normalmente en Física usamos la media aritmética que se halla sumando todas las medidas y dividendo entre el número de ellas.

$\overline{x} = \dfrac{\sum x_i}{n}$	Si una de las medidas está claramente apartada de las demás, se desprecia ya que es evidente que viene de un error de medida y no merece estar representada en la media.

La imprecisión que establecemos para la media aritmética de varias medidas se llama imprecisión absoluta (E_a) y se calcula sumando las cantidades que se desvía cada medida de la media aritmética, tomadas en valor absoluto (sin tener en cuenta el signo) y divididas por el número de ellas.

$E_a = \dfrac{\sum \lvert(\overline{x} - x_i)\rvert}{n}$	La imprecisión del resultado de varias medidas es la que tiene mayor valor entre estos dos valores: la imprecisión absoluta (E_a) y la *sensibilidad del aparato* (menor división).

El resultado estimado se expresa como: $X = \overline{X} \pm E_a$ seguido de las unidades.

El "valor verdadero" nunca lo conoceremos con total precisión y estará comprendido entre "la media aritmética menos la imprecisión y la media aritmética más la imprecisión".

Ejemplo de cálculo:

Usando un instrumento preciso y sensible siempre van a ocurrir errores accidentales.
Para hallar el valor representativo de las medidas procedemos así:

- No consideramos la sensibilidad del aparato.
- Efectuamos varias medidas y luego hallamos el valor que las representa a todas y su imprecisión.

Usamos una balanza que aprecia miligramos y que suponemos bien calibrada. La lanzamos y obtenemos la primera medida.

1ª Medida 0,148 g

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Realizamos otra medida más:

1ª Medida.........................0,148
2ª medida.........................0,153

y por lo menos una tercera

1ª Medida.........................0,148
2ª Medida.........................0,153
3ª Medida.........................0,142

Vamos a comprobar la dispersión entre ellas para saber si debemos realizar más medidas.

¿Te parecen muy dispersas?
¿Crees que debemos realizar más medidas?

Observa que la balanza aprecia miligramos y los errores accidentales han hecho variar la apreciación del peso de la muestra hasta en centigramos (2º decimal).

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

1ª Medida.........................0,148
2ª Medida.........................0,153
3ª Medida.........................0,142

Vamos a comprobar la dispersión entre ellas para saber si debemos realizar más medidas.

¿Te parecen muy dispersas?
¿Crees que debemos realizar más medidas?

Observa que la balanza aprecia miligramos y los errores accidentales han hecho variar la apreciación del peso de la muestra hasta en centigramos (2º decimal).

1ª Medida.........................0,148
2ª Medida.........................0,153
3ª Medida.........................0,142
4ª Medida.........................0,146
5ª Medida.........................0,151
6ª Medida.........................0,147

Media aritmética = 0, 147

La media aritmética será el valor representativo de estas medidas.
La dispersión sigue siendo menor del 8%.

Podemos calcular el error absoluto de cada una y con esos valores la imprecisión con la que conocemos la medida.

Pulsa para continuar....

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

1ª Medida........................0,148
2ª Medida........................0,153
3ª Medida........................0,142
4ª Medida........................0,146
5ª Medida........................0,151
6ª Medida........................0,147

Para la primera medida su error absoluto será:

0,147-0,148 = - 0,001

Obtenemos un valor negativo y por lo tanto es un error mayor que la media aritmética (medido por exceso).

Calculamos los errores absolutos de las demás medidas.

1ª Medida........................0,148 - 0,001
2ª Medida........................0,153 - 0,005
3ª Medida........................0,142 +0,005
4ª Medida........................0,146 +0,001
5ª Medida........................0,151 - 0,004
6ª Medida........................0,147 +0,000

Si sumamos los errores absolutos sin tener en cuenta su signo, esto es, en valor absoluto, y dividimos por el número de ellos (6), obtenemos la imprecisión absoluta.

$$\frac{\sum |(x_i - \bar{x})|}{n}$$

Por lo tanto 0,016 / 6 = 0,0027

Valor que tomamos con una sola cifra significativa.
Redondeando, por ser 7 mayor que 5, tomamos 0,003

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

1ª Medida........................0,148 - 0,001
2ª Medida........................0,153 - 0,005
3ª Medida........................0,142 +0,005
4ª Medida........................0,146 +0,001
5ª Medida........................0,151 - 0,004
6ª Medida........................0,147 +0,000

Expresión del resultado = 0,147 ± 0,003

La imprecisión se expresa con una sola cifra significativa. Su orden decimal es el que condiciona el número de decimales con los que debemos expresar el resultado.

La imprecisión también se puede representar por la desviación estándar, que no trataremos aquí. La desviación estándar es un concepto semejante a la imprecisión absoluta que formula la teoría de errores de Gauss.

¿Cuál debe ser el número de medidas que hay que realizar para obtener una medida exacta?

Si repetimos la medida y obtenemos valores diferentes, en principio debemos realizar tres medidas. Como valor verdadero de la magnitud medida tomamos la media aritmética ($\bar{x}$) de las tres y hallamos la dispersión (D) de esas medidas.

Para hallar la dispersión (D) de las medidas restamos la menor de ellas de la mayor y obtenemos el valor "D".

Hallamos el % de dispersión, %D:

Si en la medida tenemos una dispersión D el % de dispersión será:

$$\%D = \frac{100\ D}{\bar{x}}$$

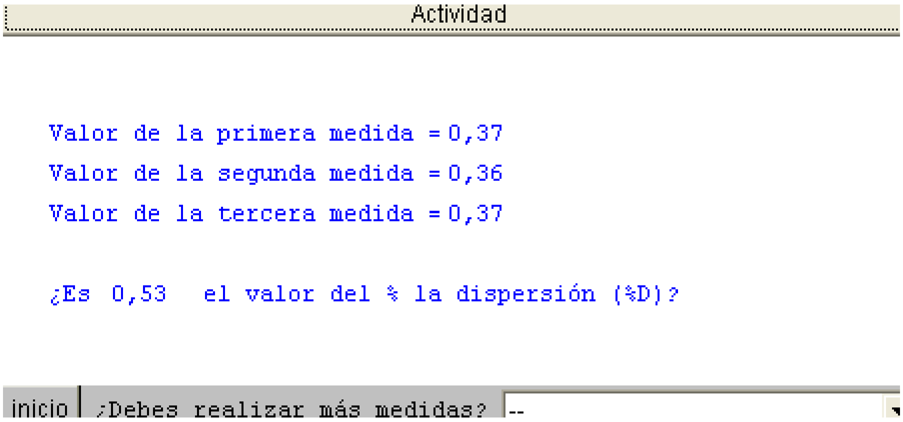
Si el % de la dispersión (%D) es inferior al 5%, es suficiente realizar tres medidas. En caso contrario realizaremos de 6 a 10.

Si el %D > 8 debemos realizar al menos 15 medidas.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Los errores accidentales se compensan haciendo varias medidas.

Número de medidas



Actividad:

Supongamos que has efectuado las tres medidas que se muestran. Calcula el porcentaje de dispersión de las medidas y según el valor obtenido indica si debes realizar más o ya son suficientes para tomar a partir de ellas el valor representativo de dichas medidas.

Recuerda que el %D se halla: restando del valor máximo el mínimo, multiplicándolo por cien y dividiéndolo entre la media aritmética.

Pulsa en -inicio. para un nuevo ejercicio

La imprecisión y su influencia en la expresión del resultado	Redondeo	1 / 2

La expresión correcta del resultado de la medida está condicionada por la imprecisión.

$$X = \overline{X} \pm E_a$$

Ejemplo1:

Cualquier valor medido debe darse por su valor estimado acompañado de su imprecisión y sus unidades.

Ejemplo:

Expresión de una medida:
masa = 45,00 ± 0,01 kg.

Un análisis de lo que quiere decir esta

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

expresión es:

El número 45,00 es el valor representativo y tiene 4 cifras significativas

El valor verdadero de la medida está comprendido entre 44,99 Kg y 45,01 Kg.

Con la expresión que se nos ha facilitado no podemos tener más certeza del valor medido.

El valor de una medida, además de ir acompañada de su imprecisión, debe expresarse con un determinado número de cifras. Existen unas reglas para expresar la imprecisión y el resultado de la medida.

1.- Si realizamos una sola medida, el resultado será el valor leído en el aparato de medida ± la sensibilidad del mismo (menor división).

Ejemplo 2:

A veces **una** medida de longitud se realiza en varios pasos y la incertidumbre **no es** la sensibilidad del aparato.

Si para medir una longitud grande tenemos que colocar el metro varias veces sobre el objeto a medir, el error total es la suma de los errores. Esta medida es de mala calidad.
Por ejemplo: medir una pared con una cinta métrica supone que tenemos que moverla sobre ella varias veces. El error que se acumula es igual a la sensibilidad de la cinta por el número de veces que movimos la cinta sobre la pared.

Aunque unas veces montemos el cero de la cinta sobre la marca de la anterior medida y otras veces nos adelantemos, para calcular el error debemos ponernos en las condiciones más desfavorables y sumar la imprecisión que se comete cada vez.

2.- Si realizamos varias medidas - recuerda que lo determina %D-, debemos decidir cual de ellas representa el "valor verdadero" y con que imprecisión la conocemos. Ver método.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

La imprecisión que acompaña al resultado (a la media aritmética) es la mayor de las dos cantidades siguientes: la imprecisión absoluta de la medida (Ea), o la sensibilidad del aparato (menor división).

Por otra parte el valor de la imprecisión condiciona la expresión del valor de la medida. Redondeo

La imprecisión y su influencia en la expresión del resultado: Redondeo	2 / 2

¿Con cuántas cifras significativas se da la imprecisión y cómo condiciona ésta la correcta expresión de la medida?

Reglas sobre la expresión de la imprecisión

- Suponemos que estamos seguros de que todas las cifras con las que expresamos la imprecisión son ciertas (no hay incertidumbre acerca de su valor y son todas significativas)
- La imprecisión debe darse con una sola cifra significativa: se tomará la cifra más significativa de la imprecisión.
- Esta cifra se redondea según la que le siga. Si es mayor de 5, se incrementa en una unidad y si es menor de 5, se deja como está.
- La imprecisión se dará con dos cifras significativas si la primera es un uno. En este caso la segunda cifra sólo podrá ser un 0 ó un 5, redondeándose a estos valores según las que le sigan.

Ea incorrecto	Ea correcto
0,00423	0,004
0,89	0,9
26	30
0,123	0,10
0,138	0,15

Expresión del resultado:

Ejemplos:

Ejemplos de resultados incorrectos y su equivalente correcto

Recordemos que :
El número de cifras significativas del resultado lo determina la imprecisión. La cifra menos significativa del resultado será del orden decimal determinado por la cifra significativa de la imprecisión. Ejemplo: 34,123 ± 0,001

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

La cifra significativa de la imprecisión corresponde a las milésimas y la cifra menos significativa del resultado (el 3) está en el orden de las milésimas.
Ejemplos de como deben escribirse la imprecisión y el resultado:

Incorrectos	Correctos
453 ± 0,51	**453, 0 ± 0, 5**
0, 0237 ± 0,01	**0, 02 ± 0, 01**
5, 897 ± 0,028	**5,99 ± 0,03**
56,789 ± 0,138	**56,79 ± 0,15**
34567 ± 3427	**34000 ± 3000**
332 ± 120	**300 ± 100**

El número de cifras significativas del resultado lo determina la imprecisión. La cifra menos significativa del resultado será del orden decimal determinado por la cifra significativa de la imprecisión. Ejemplo: **34,123 ± 0,001**
La cifra significativa de la imprecisión corresponde a las milésimas y la cifra menos significativa del resultado (el 3) está en el orden de las milésimas.

Error Absoluto

Si realizamos varias medidas, la imprecisión que acompaña al resultado nos da idea de la sensibilidad del aparato o de la cuidadosas que han sido las medidas: las conocemos con mayor o menor precisión.
Si $\overline{x}$ es el valor verdadero, lo que medimos, X , queda en un rango de imprecisión por encima y por debajo en una cantidad máxima igual a *Ea*

Ea = imprecisión absoluta = incertidumbre = desviación

$$X = \overline{X} \pm E_a$$

Si realizamos una sola medida la imprecisión es la sensibilidad del aparato. Ejemplo: usando una regla de 30 cm graduada en milímetros, medimos 12 cm. La expresión correcta del resultado es 12 ,0 ± 0,1 cm. La incertidumbre es de ± 0,1 cm (ó un mm).
Esta imprecisión absoluta o incertidumbre es en realidad el error absoluto del valor representante de las medida.

También se define el error absoluto (ε) de una medida como la diferencia entre el verdadero valor (número exacto de su valor) y su valor aproximado (el valor medido). El valor verdadero no lo podemos conocer, por eso se sustituye por la media aritmética $\overline{x}$.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

$$\varepsilon = \overline{X} - X_i$$

Cuando el error absoluto (ε) es positivo, el valor medido x_i es menor que $\overline{x}$ y decimos que x *está aproximado por defecto.*

Observa en el cómo se halla el error absoluto.

Ejemplo:

Actividad

Medidas --Xi--	Frecuen. --f--	Xi*f	E.abs
3,74	1	3,74	0,44
3,48	2	6,97	0,70
3,66	3	10,98	0,53
4,87	3	14,62	-0,67
4,50	3	13,50	-0,30
4,40	2	8,80	-0,20
4,30	1	4,30	-0,10

$$\overline{x} = \frac{\text{Suma (Xi*f)}}{n} = 4{,}19$$

Sumas: n= 15 62,93

El error absoluto de cada medida se halla restándole a la media aritmética el valor de cada una.Compruébalo.

inicio Pasos Error absoluto de cada medida

Actividad:

Pulsa inicio para lanzar una nueva serie de medidas. Al pulsar en el menú vas viendo los pasos que se deben acometer para obtener un valor representativo de ellas y sus errores absolutos y relativo.

Error Relativo

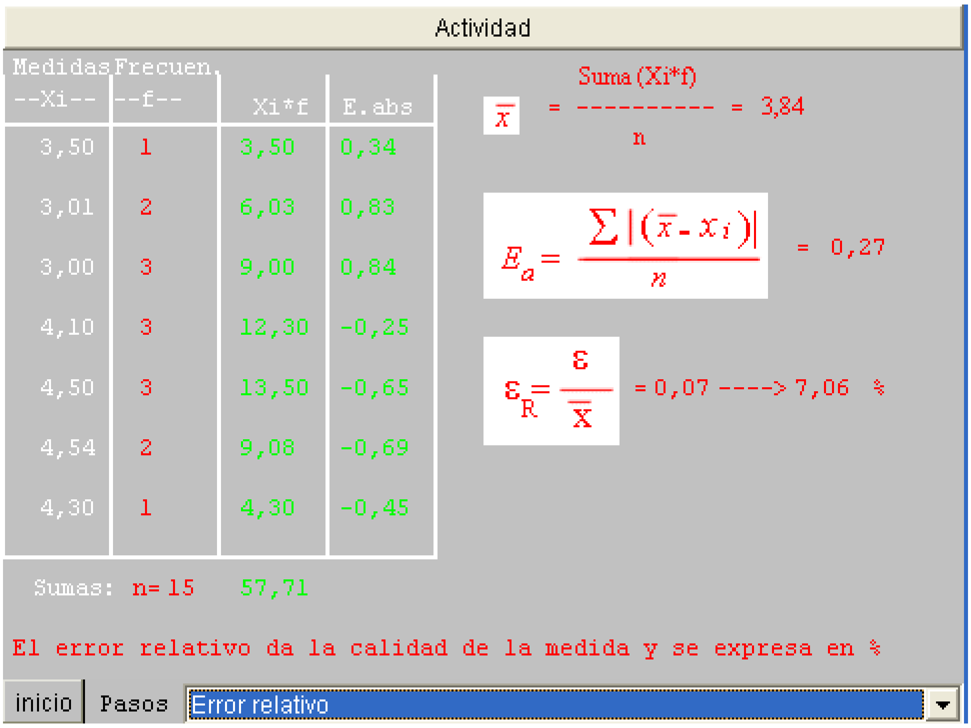
El error relativo es el cociente entre el error absoluto y el que damos como representativo (la media aritmética):

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{\overline{X}}$$

Indica la calidad de la medida y se puede expresar en % de error relativo. Por ejemplo: si cometemos un error absoluto de un metro al medir la longitud de un estadio de fútbol de 100 m y cometemos el mismo error al medir la distancia Santiago-Madrid, 600.000 m, el error relativo será 1/100 para la medida del estadio y 1 / 600.000 para Santiago-Madrid. Tiene mucha más calidad la segunda medida.

Comprueba en la siguiente escena como se halla el error relativo del valor representante de una serie de medidas.

Error relativo:



Actividad:

Pulsa inicio para lanzar una nueva serie de medidas. Al pulsar en el menú vas viendo los pasos que se deben acometer para obtener un valor representativo de ellas y sus errores absolutos y relativo.

Cifras significativas	**1 / 2**

Son cifras significativas todos los dígitos de un número que se conocen con seguridad (o de los que existe una cierta certeza). En la medida expresada como 4,563 ± 0,02 deducimos que:

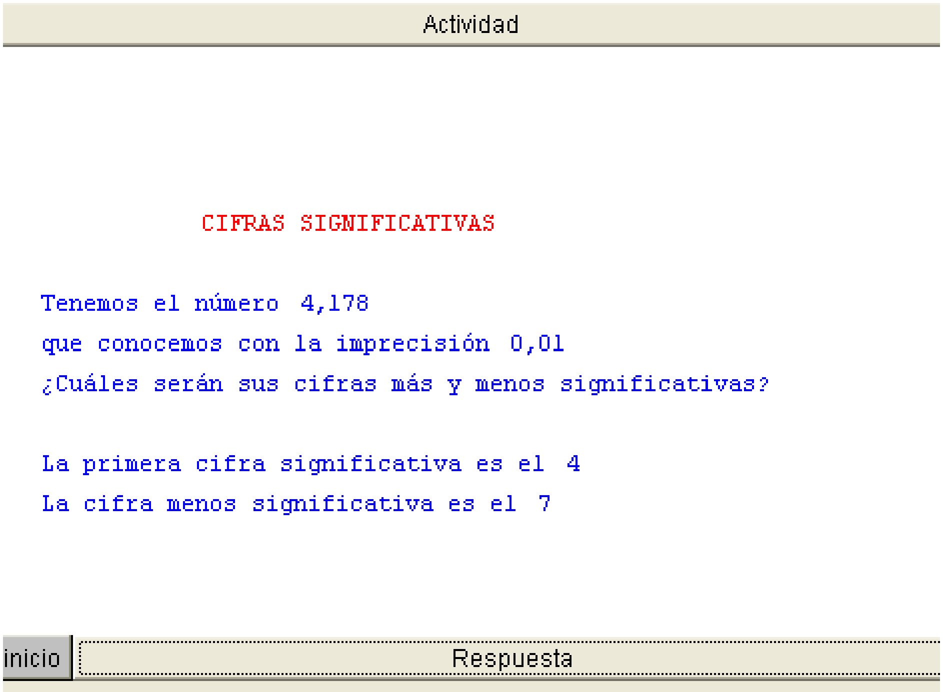
- la incertidumbre es 0,02 y ésta nos indica la certeza de conocimiento de los distintos dígitos del número 4,563:

	unidad	décima	centésima	milésima
Número	4	5	6	3
Incertidumbre	0	0	2	total

© Proyecto Newton. José Villasuso

Por lo tanto sabemos que la medida tiene tres cifras significativas: las dos primeras se conocen con total certeza y de la tercera, el 6, tenemos una cierta incertidumbre, pero también es significativa. La expresión correcta de la medida debe ser 4,56 ± 0,02. Lee las reglas para establecer las cifras significativas en la siguiente página y realiza luego los ejercicios de esta escena.

Número de cifras significativas



Actividad:

Pulsa inicio para hacer un nuevo ejercicio.

Observa las cifras del número y la imprecisión con que se conoce. Piensa cual debe ser la cifra más significativa y la menos significativa antes de pulsar RESPUESTA para comprobarlo.

Actividad:

Piensa en el número de cifras significativas de los números y pasa el cursor del ratón por encima para comprobar.

	Nº de cifras signicativas
6400 ± 1	
123,32 ± 0,03	
0,045 ± 0,001	
0720 ± 8	3 cifras

La suma (o resta) de dos números tendrá como cifra menos significativa una del mismo orden que la menos significativa de los sumandos.
Ej 3,456 + 1,2 = 4,6
Un producto (o división) dará un número que se conocerá como máximo con el mismo número de cifras significativas que los factores.
Ej 7,5 *2,3446 = 17,6 (redondeando)

Reglas para establecer las cifras significativas

- **La primera cifra de la izquierda distinta de cero, es la cifra más significativa.**
- **Si no hay coma decimal, la última cifra de la derecha distinta de cero es la menos significativa.**
- **Si hay coma decimal, la última cifra de la derecha aunque sea cero es la menos significativa.**
- **Son cifras significativas todas las que se encuentran entre la más y la menos significativa.**

Ejemplos:

3400 ± 100	**Significa que el número tiene dos cifras significativas**
100,0 ± 0,1	**Significa que el número tiene 4 cifras significativas**
0,0005670 ± 0,0000001	**Significa que 0,0005670 tiene 4 cifras significativas que son: 5670**
0,0003004±0,0000001	**Significa que 0,0003004 tiene 4 cifras significativas que van del 3 al 4**

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

A menudo usamos números con muchos ceros (manejamos cantidades muy grandes o muy pequeñas) que pueden escribirse abreviadamente usando potencias de 10. Esto permite tener, con una simple ojeada, una idea de su orden de magnitud, permite operar más fácilmente e incluso revisar rápidamente operaciones realizadas con ellos.

Utilizando la notación científica el número se escribe como un producto de dos partes: un número comprendido entre 1 y 10 y una potencia de 10. El número se representa con una cifra entera seguido de todas las cifras significativas y multiplicado por la potencia de 10. La potencia de diez recibe el nombre de exponente.
El exponente positivo de la potencia de diez indica el número de lugares que la coma decimal se debe mover hacia la derecha si expresamos el número sin la potencia de diez. Un exponente negativo indica que se moverá hacia la izquierda.
Antes de realizar la transformación de un número a su equivalente en notación científica debemos conocer el [número de cifras significativas.]

3.400 = $3{,}400 \cdot 10^3$	**Significa que si $3{,}400 \cdot 10^3$ lo escribimos "normal"(sin notación científica), la coma debe avanzar 3 lugares a la derecha, 3400.**
0,00340 = $3{,}4 \cdot 10^{-3}$	**0,00340 tiene dos cifras significativas. El exponente negativo indica que se debe mover la coma tres lugares a la izquierda.**
120.000.000 = $1{,}2 \cdot 10^8$	**120.000.000 tiene dos cifras significativas y lo escribimos como se muestra, $1{,}2 \cdot 10^8$**

Notación científica:

Actividad

Tenemos el número: $6998{,}76 \cdot 10^9$
con todas sus cifras significativas
Calcula la expresión de la notación científica y
pulsa en Respuesta para comprobarlo

Respuesta= $6{,}99876 \cdot 10^{12}$

inicio | Respuesta

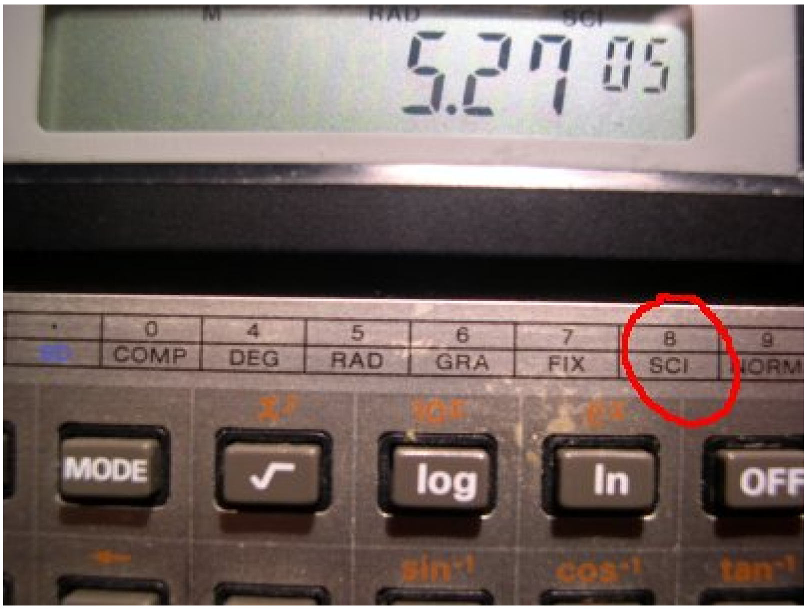
Actividad:

Calcula la expresión del número en notación científica y escríbela en tu libreta.
Pulsa el botón de -RESPUESTA- para ver si es correcta

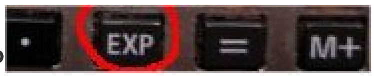
© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Notación científica en las calculadoras y en el ordenador

Notación científica en la calculadora y en el ordenador



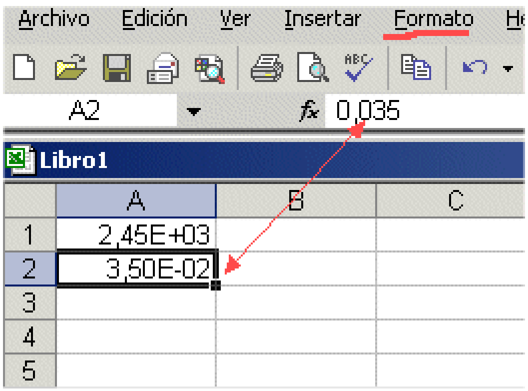
En la calculadora se puede fijar el modo SCI (scientific) para que en la pantalla se muestren los números en notación científica tal como ves en la foto.

Para ello pulsa MODE y luego 8 y un 2 para el número de dígitos del exponente Se introducen las cantidades empezando por el número (5,27) y a continuación se pulsa la tecla EXP 

y se introduce el exponente +5 (con dos cifras como máximo).Cada calculadora es diferente. Lee las instrucciones de la tuya para este apartado. Sólo leyendo las instrucciones podrás sacarle todo el partido a tu calculadora.

Prueba a realizar cálculos con tu calculadora. ¡Sólo se aprende lo que se hace!

Notación científica en el ordenador



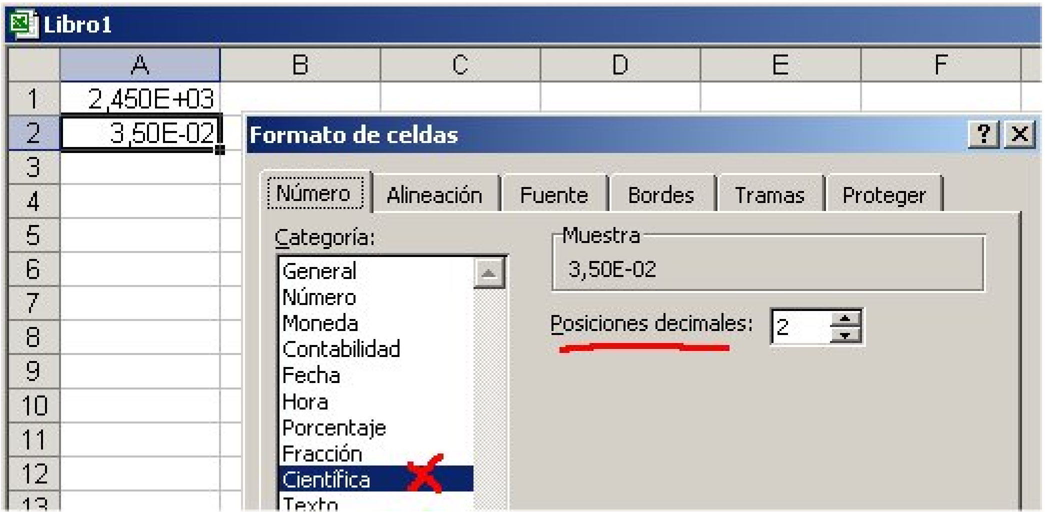
Para expresaren en el ordenador una cantidad en notación científica, se introduce el número y a continuación se pulsa la letra E seguida del exponente con signo positivo o negativo.

En el ejemplo se introdujo 3,50 la E y -02. En la casilla superior se ve el valor equivalente 0,035.

Lanza la hoja de cálculo de tu ordenador y haz cálculos con distintas cantidades en notación científica.

Si miras en **Formato** de celda verás que esa celda tiene formato "Científica". Si modificas el 2 de **Posición decimales** puedes variar el número de decimales que se muestran en la celda.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*



Orden de magnitud

En los cálculos aproximados y en descripciones generales, como cuando decimos "a la distancia de unos ..... Km", se suele expresar la cantidad por su orden de magnitud, para lo cual se toma por redondeo la potencia de diez más próxima al número.

Para calcularla, primero se escribe el número en notación científica y según que el número que precede a la potencia de diez sea mayor o menor de 5 se modifica el exponente del diez.

Ejemplos:

Una longitud de $8 \cdot 10^{-6}$ m decimos que es del orden de magnitud de 10^{-5} m (del orden de las 10 micras), ya que 8 es mayor que 5, y la potencia de diez aumenta en una unidad.

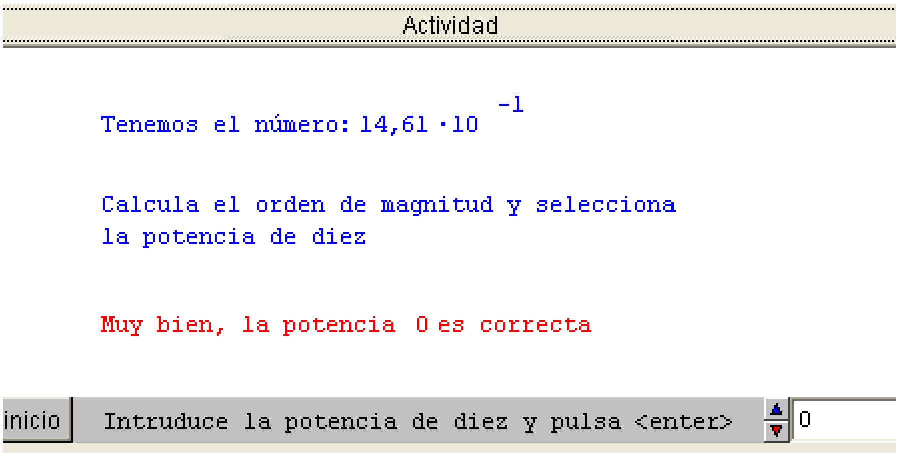
Una longitud de $1,2 \cdot 10^{3}$ m tiene un orden de magnitud de 10^{3} m (del orden de los km).

$8,5 \cdot 10^{6}$	**El orden de magnitud es 10^{7}**
$9,52 \cdot 10^{-6}$	**El orden de magnitud es 10^{-5}**
$1534,34 \cdot 10^{3}$	**El orden de magnitud es 10^{6} por ser $1,54 \cdot 10^{6}$**
$14,56 \cdot 10^{-4}$	**El orden de magnitud es 10^{-3} por ser $1,46 \cdot 10^{-3}$**

Pulsa en esta barra para lanzar una escena que te propone algunos ejercicios.

Orden de magnitud:

© *Proyecto Newton. José Villasuso*



Actividad:

Introduce la potencia de diez que da el orden de magnitud de ese número.

Pulsa enter en el teclado para que se procese la respuesta.

Autoevaluación Medida

¿Has leído y practicado con todos los apartados?¿Has aprendido todo?, ¿mucho?, ¿algo?, ¿Dominas el tema?.

Es necesario que hayas leído todos los apartados antes de ponerte a contestar las cuestiones como si simplemente fuera un juego para ti. Aunque sabemos, sin entender el por qué, que muchos alumnos tienen tendencia a realizar la autoevaluación sin haber mirado más que un par de apartados. ¿Curiosidad? ¿Deseo de engañarte y decir: contesté bien el 50%, por lo tanto ya me lo sé? La única finalidad de la evaluación es reconducir y reforzar tu aprendizaje. Lo importante es que de verdad aprendas, no que parezca que te lo sabes. Contesta las preguntas y si honradamente ves que no la sabes busca en el tema la respuesta.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

Evaluación:

1. ¿Se puede "hacer Física" u otra ciencia experimental sin medir?

A. ? Sí, los físicos teóricos no tienen que realizar medidas.

B. ? No.

C. ? Algunas veces sí.

2. ¿A cuántas magnitudes fundamentales se pueden reducir todas las magnitudes de la Mecánica?

A. ? 3

B. ? 4

C. ? 5

3. En la frase -Tardarás menos de 2 "-, ¿están expresadas correctamente las unidades?

A. ? Sí, es una expresión correcta

B. ? No es correcto. No se puede expresar el tiempo con unidades de ángulos. Segundos se escriben "s". (Todas las unidades se escriben sin punto al final, salvo que estén al final de una frase: min, s, m, etc.)

C. ? Es indiferente poner 2s ó 2 ".

4. El Sistema Internacional de Unidades (S.I.) se crea para.....

A. ? ...evitar localismos y arbitrariedades y con un afán de transparencia e internacionalización consecuencia de la Revolución Francesa.

B. ? ....desarrollar un deseo de la Royal Society.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

C. ? ..satisfacer un deseo de progreso y unidad de los distintos mini condados y reinos de la Europa pre-moderna.

5. ¿Cómo se eliminan los errores sistemáticos?

A. ? Aumentando el número de medidas.

B. ? No pueden eliminarse.

C. ? Estudiando el proceso de medida y detectando donde se aplica mal, calibrando bien el aparato, etc.

6. Si al repetir las medidas obtenemos siempre el mismo valor ¿podemos afirmar que hemos realizado una medida precisa?

A. ? Sí, indica que ese instrumento es muy fiel y preciso y el método empleado muy bueno.

B. ? No, es una señal de medida tosca e instrumento poco sensible que mide en un rango muy aproximado.

C. ? Sí, cuanto menos discrepancias mejor y más sensible es el aparato.

7. 

¿Cuál es la imprecisión de esta cinta métrica?

A. ? 1 centímetro.

B. ? 1 metro.

C. ? 1 milímetro.

8. ¿Cuántas cifras significativas tiene el número 12,450, si las conocemos todas con certeza?

© Proyecto Newton. José Villasuso

A. ? cuatro

B. ? dos

C. ? cinco

9. ¿Cuántas cifras significativas tiene el número 4500 que conocemos con una imprecisión de 300?. Su expresión correcta será: 4500 ± 300

A. ? Cuatro

B. ? Dos

C. ? Ninguna

10. Suponiendo que se conocen con certeza las 5 primeras cifras decimales ¿cuál es la cifra menos significativa del número 0,03450?.

A. ? El 5

B. ? El último cero

C. ? El 3

11. Si conocemos con certeza todas las cfras del número 0,0750 ¿cuántas cifras significativas tiene?

A. ? Tres

B. ? Dos

C. ? Cuatro

12. ¿Con cuántas cifras significativas debe darse la imprecisión cuando se escribe el resultado de una medida?

A. ? Todas las necesarias.

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

B. ? Más de una.

C. ? Sólo una.

D. ? Sólo una, salvo que la primera sea un 1 en cuyo caso pueden ponerse dos.

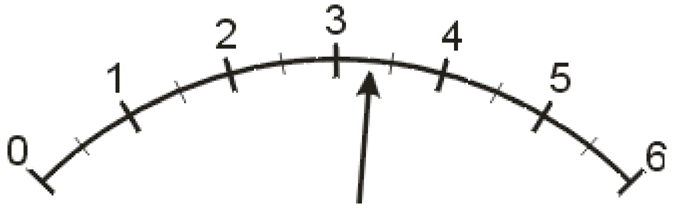
13.¿De qué manera las cifras significativas de la imprecisión condicionan la expresión de la medida?.

A. ? Haciendo que la cifra menos significativa de la medida sea del mismo orden que la cifra significativa de la imprecisión.

B. ? Haciendo que el valor medido sea de un orden menor que la imprecisión.

C. ? La imprecisión no afecta a la manera de expresar el resultado.

14.



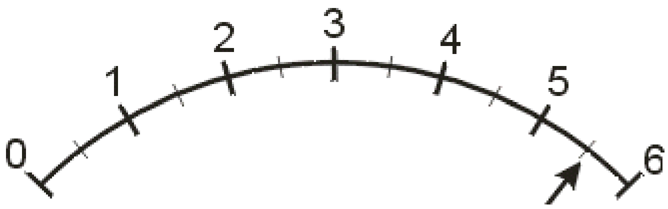
¿Cuál es la expresión correcta de la lectura ? Indicar si tiene mucha imprecisión

A. ? 3,5 ± 0,5
Mucha imprecisión

B. ? 3,3 ± 1
Poca imprecisión

C. ? 3,3 ± 0,5 .
Mucha imprecisión

© *Proyecto Newton. José Villasuso*



15. ¿Es menor la imprecisión de esta lectura que la del ejercicio anterior? ¿Y el error relativo?

A. ? La misma imprecisión y el mismo error relativo

B. ? La misma imprecisión y menor error relativo

C. ? mayor imprecisión y mayor error relativo

16.¿Cuál de estas expresiones es correcta ?

A. ? 23,456 ± 0,341

B. ? 23,000 ± 0,341

C. ? 23,456 ± 0,001

D. ? 23,450 ± 0,045

E. ? 23,456 ± 0,01

17.Medimos una mesa de longitud un metro con una regla graduada en mm. Indica cuál de los siguientes resultados de la medida está expresado correctamente:

A. ? 1,0 ± 0,001 m

B. ? 1,00 ± 0,001 m

C. ? 1,000 ± 0,001 m

D. ? 1± 0,001 cm

18.Si la imprecisión de una serie de medidas es 150, ¿cuál de las siguientes expresiones es correcta?

A. ? 12358 ± 150

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

B. ? 12360 ± 150

C. ? 12358 ± 100

19.¿Con cuántos decimales debo tomar el número "pi", si los datos del problema se dan con dos decimales?

A. ? Con un decimal es suficiente.

B. ? Con dos decimales.

C. ? Con todos los decimales que conozcas.

20.Si nos dan los datos de un problema (todos en el S.I.)con un decimal y tienes una buena calculadora ¿puedes dar los resultados con cinco decimales?

A. ? Sí, cuantos más mejor.

B. ? No porque las medidas no se conocen con precisión a partir de la primera cifra decimal.

C. ? Por lo menos con dos decimales.

21.La expresión en notación científica de 0,00000230 ± 0,00000001 es: (la letra E equivale a una base 10 y E - 8 equivale a 10 elevado a menos ocho)

A. ? 230 E - 8

B. ? 2,3 E - 6

C. ? 2,30 E - 6

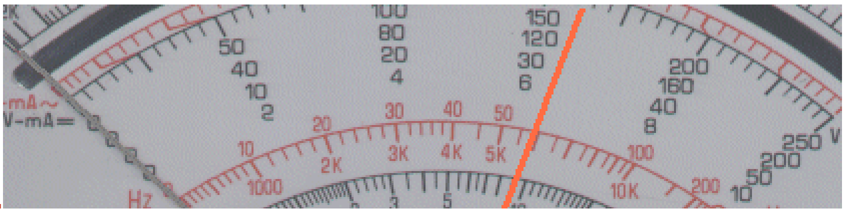
22.¿Cuál es el orden de magnitud de la siguiente expresión: 8 E 5 ?

A. ? E 5 (diez elevado a cinco, del orden de 100.000)

B. ? E 6 (del orden del millón)

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

C. ? de diez elevado a la ocho.

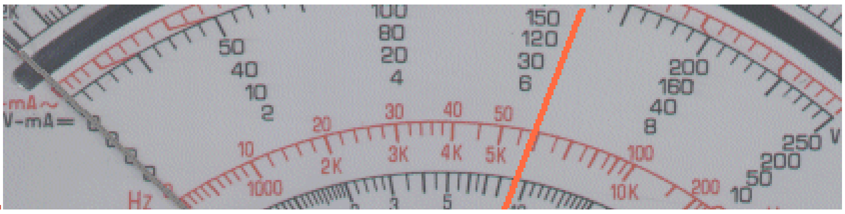
23. 

¿Qué sensibilidad tiene el polímetro de la figura en la escala de 250 V ?

A. ? 1 V

B. ? 2 V

C. ? 5 V

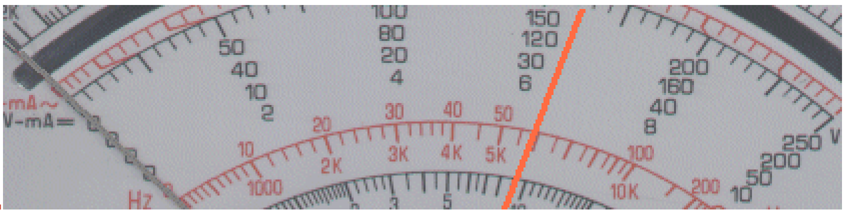
24. 

¿Qué escala del polímetro usarías para medir un voltaje de 8 V ?

A. ? La escala de 250 V, para protejer el aparato.

B. ? La escala de 10 V.

C. ? La escala de 50 V.

25. 

Suponiendo que tienes seleccionada la escala de 50 V ¿qué medida lees?

A. ? 6,2 ± 0,1 V

B. ? 32 ± 1 V

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

C. ? 130 ± 4 V

D. ? 32,1 ± 1,0

26. Analiza esta afirmación: "Los instrumentos digitales muestran unos números en la pantalla que se corresponden con el valor exacto de la medida".

A. ? Cierto, las cifras que se ven son todas exactas.

B. ? Cierto, siempre que esté bien calibrado.

C. ? Falso, debemos situarlas en el rango de la imprecisión.

27. ¿Cómo se puede evitar el error de paralaje?

A. ? Realizando varias medidas.

B. ? Colocándose en una posición correcta.

C. ? Cambiando de aparato.

D. ? No se puede evitar.

28. La calidad de la medida se manifiesta por .....

A. ? ...un error absoluto pequeño.

B. ? ...un error relativo pequeño.

C. ? ..una expresión correcta con su grado de incertidumbre.

29. Cuál de las siguientes medidas: 1,23 ± 0,01 ; 300.000 ± 1 ; 45,0 ± 0,1 tiene más calidad ?

A. ? 1,23 ± 0,01

B. ? 45,0 ± 0,1

© *Proyecto Newton. José Villasuso*

C. ? 300.000 ± 1

30. Una medida de 10° realizada con un termómetro que mide décimas de grado tiene un error relativo de:

A. ? 0,1

B. ? 0,01

C. ? 10

© *Proyecto Newton. José Villasuso*