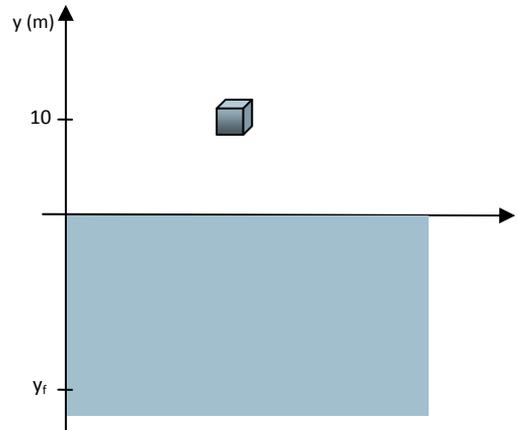


ENUNCIADO DEL PROBLEMA

Desde una altura de 10 m sobre la superficie del mar cae un cubo de hielo de 2 m de arista. La densidad del mar es 1027 kg/m^3 y la del hielo 918 kg/m^3 .

Identificar las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando está cayendo y cuando se sumerge en el mar. A partir de este análisis calcular:

- El tiempo que está en el aire.
- La velocidad con la que llega a la superficie
- La profundidad que alcanza,
- El tiempo que está sumergido.
- La velocidad que alcanza al subir a la superficie, y
- El porcentaje de hielo que emerge.



SOLUCIÓN

A lo largo de todo el recorrido el movimiento es uniformemente acelerado (¹). Las ecuaciones que debemos considerar son:

$$\begin{cases} y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \\ v = v_0 + at \end{cases}$$

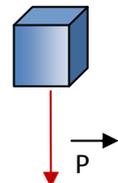
Con una aceleración diferente para cada uno de los dos medios en los que se mueve el bloque.

Criterio de signos:

A lo largo de todo el problema mantendremos el mismo criterio de signos para las magnitudes vectoriales que intervienen en el problema: aquellas que están dirigidas hacia arriba las consideraremos positivas, hacia abajo negativas. Esto significa, por ejemplo, que la aceleración de la gravedad será siempre negativa ($g = -9.81 \text{ m/s}^2$), mientras que la fuerza de empuje será positiva. La velocidad será negativa cuando está descendiendo y positiva cuando emerge, etc..

1. Cuando está en el aire:

Cuando el bloque está cayendo la única fuerza que actúa sobre él es la fuerza gravitatoria por lo que la aceleración con la que cae el bloque es la de la gravedad, $g = -9.8 \text{ m/s}^2$.



¹ Nota: Esto es una aproximación ya que en el pequeño intervalo de tiempo en el que el bloque se está sumergiendo, el volumen sumergido del cuerpo va cambiando. Esto provoca que el empuje cambie y, por tanto, la aceleración en este tiempo no es constante.

Para calcular el peso es preciso calcular previamente la masa del bloque de hielo:

$$m = d_{\text{hielo}} \cdot V = 918 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2^3 \text{ m}^3 = 7344,0 \text{ kg}$$

$$P = m \cdot g = -72044,6 \text{ N}$$

Ecuaciones de movimiento:

$$\begin{cases} y = y_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2} = 10 - \frac{9,8 \cdot t^2}{2} = 10 - 4,9t^2 \\ v = v_0 + gt = -9,8t \end{cases}$$

De la primera ecuación deducimos el tiempo que tarda el bloque en alcanzar la superficie ($y=0$):

$$0 = 10 - 4,9t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{10}{4,9}} = 1,4 \text{ s}$$

Y de la segunda obtenemos la velocidad cuando alcanza la superficie:

$$v = -9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,4 \text{ s} = -14,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

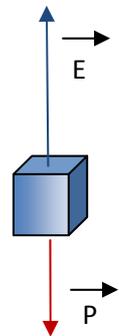
2. Cuando está sumergido

Cuando el bloque está totalmente sumergido se añade la fuerza de empuje que actúa sobre el cuerpo en sentido vertical y hacia arriba. El módulo de esta fuerza, según el Principio de Arquímedes, es igual al peso del fluido (agua de mar) que desaloja, es decir:

$$E = m_{\text{fluido}} \cdot g = d_{\text{fluido}} \cdot V_{\text{sum}} \cdot g = 1027 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2^3 \text{ m}^3 \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 80599,0 \text{ N} \text{ (}^2\text{)}$$

El resultado es una fuerza neta, dirigida hacia arriba, que provoca una aceleración al bloque de hielo

$$\Sigma F = ma \rightarrow a = \frac{E + P}{m} = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



². Puesto que el empuje es una fuerza que actúa verticalmente y hacia arriba, de acuerdo con nuestro criterio de signos, debemos considerarla positiva al incluirla en la 2ª ley de Newton

Las ecuaciones de movimiento en este tramo son:

$$\begin{cases} y = -14,0t + \frac{1,2t^2}{2} \\ v = -14,0 + 1,2t \end{cases}$$

A partir de ellas podemos calcular lo siguiente:

Profundidad máxima: se obtiene igualando a cero la velocidad

$$v = 0 \Rightarrow t = \frac{14,0}{1,2} = 12,0s \rightarrow y = -14,0 \cdot 12,0 + \frac{1,2 \cdot (12,0)^2}{2} = -84,2 \text{ m}$$

Tiempo que tarda en subir a la superficie: la condición de nuevo es $y=0$

$$y = 0 \leftrightarrow t(-14,0 + \frac{1,2t}{2}) = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{14,0 \cdot 2}{1,2} = 24,1s \end{cases}$$

Y la velocidad a la que emerge:

$$v = -14,0 + 1,2 \cdot 24,1 = 14,0 \text{ m/s}$$

3. Cuando está flotando en la superficie

Cuando el bloque se encuentra en equilibrio flotando en la superficie, la suma de las fuerzas que actúan sobre él debe ser cero, esto significa que los módulos de las fuerzas peso y empuje deben ser iguales. Por tanto, debe cumplirse:

$$P = E \rightarrow V_{cubo} d_{hielo} g = V_{sum} d_{mar} g \rightarrow V_{sum} = V_{cubo} \frac{d_{hielo}}{d_{mar}} = 0,89 V_{cubo}$$

Lo anterior significa que el 89% del bloque se encuentra sumergido y, por lo tanto, el hielo que emerge supone el 11% del volumen total del bloque de hielo.

