2 Classe Pràctica Determinants

Classe pràctica 1

Prob 2.1 Resoleu l'equació matricial $A^2 \cdot X - B = A^2$ i determinau la matriu X, sent:[7]

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(Selectivitat, Castilla - La Mancha, juny 1998)

Prob 2.2 Es considera la funció:[8]

$$f(x) = \begin{vmatrix} a & b & -2a & 3b \\ -1 & x & 0 & 0 \\ 0 & -1 & x & 0 \\ 0 & 0 & -1 & x \end{vmatrix}$$

Sabent que $f(0) = -3$ i $f(1) = f(-1)$, determinau a i b

(Selectivitat, Cantabria, juny 2000)

Prob 2.3 Si la matriu $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ té determinant n, esbrinau el valor del determinant de les següents matrius:[9]

$$B = \begin{pmatrix} 6d & 4e & 2f \\ 3g & 2h & i \\ 9a & 6b & 3c \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} d+f & e & f+e \\ a+c & b & c+b \\ g+i & h & i+h \end{pmatrix}$$

(Selectivitat, Cantabria, juny 2000)

Classe pràctica 2

Prob 2.4 [10]

1. El determinant $\begin{vmatrix} 2 & a & 5 \\ 4 & a^2 & 13 \\ 8 & a^3 & 35 \end{vmatrix}$ val zero per a $a = 3$.
   Comprovau aquesta afirmació sense desenvolupar-lo i indicant les propietats dels determinants que aplicau.

2. Determinau tots els valors d'a per als que les tres columnes del determinant anterior representen vectors linealment dependents. Justificau la resposta.

(Selectivitat, Andalucia, juny 1998)

Prob 2.5 Determinau el rang de la següent matriu segons els valors de t: [11]

$$\begin{pmatrix} t & 2 & 2 \\ 2 & t & 0 \\ 1 & t & t \end{pmatrix}$$

(Selectivitat, Extremadura, juny 1999)

Prob 2.6 Estudiau el rang d'A segons els valors del paràmetre $a \in \mathbb{R}$.[12]

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & -a & a \\ 1 & a+1 & 0 & 2a \\ a & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Raonau si per a algun valor d'a existeix A^{-1}

(Selectivitat, Castilla - La Mancha, juny 1998)

Notes

[7] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

[8] I) $a = 0$, $b = -1$

[9] I) $|B| = 36n$, $|C| = -n$

[10] 1) Per $a = 3$, $C_3 = C_1 + C_2$; 2) $a = 0, 2, 3$

[11] Per $t = 0, \pm\sqrt{2}$, rang 2

[12] Per $a = 0$ el rang és 2, per a $a \neq 0$ el rang és 3