7

Trigonometria

Objectius

En aquesta quinzena aprendreu a:

- Calcular les raons trigonomètriques d'un angle.
- Trobar totes les raons trigonomètriques d'un angle a partir d'una d'aquestes.
- Resoldre triangles rectangles quan es coneixen dos costats o un costat i un angle.
- Resoldre situacions relacionades amb la geometria en les quals es necessiti calcular angles i distàncies entre dos punts.
- Utilitzar la calculadora per obtenir raons o angles.

Abans de començar

Investigueu

Segurament deveu haver vist aquest senyal a les carreteres i sabeu què indica: pendent prolongada.
També deveu recordar el concepte de pendent d'una recta. Segons aquest, el 10% significa que cada 100 m recorreguts en horitzontal, en pugem (o baixem) 10 en vertical. Però alguns interpreten els 100 m com el camí real recorregut.
Què n'opineu?, influeix gaire considerar-lo d'una o una altra forma?

Recordeu-ho

Abans de seguir endavant us convé comprovar que recordeu la semblança de triangles i el teorema de Pitàgores.

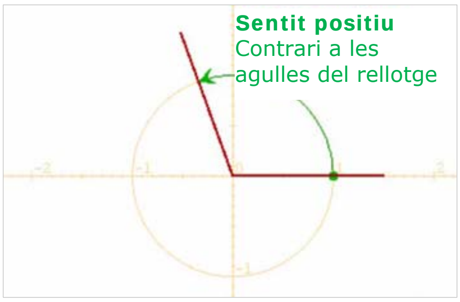
1. Els angles i la seva mesura

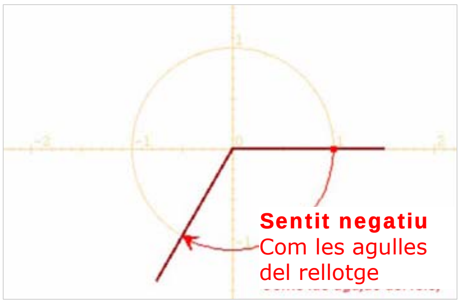
Trigonometria és una paraula que deriva del grec:Τριγωνομετρ'ια, tri (Τρι) tres, gono (γωνο) angle, metria (μετρ'ια) mesura, és a dir, "mesura de tres angles". Podeu consultar la definició de trigonometria que dóna el diccionari del R A E.

En aquest curs es tractarà únicament la trigonometria plana.

Per tal d'estudiar els angles i la seva mesura adoptarem la definició d'angle escenificada a l'esquerra en la qual un angle es veu com un recorregut en la circumferència amb centre l'origen i de radi unitat o circumferència goniomètrica. El punt de partida d'aquests recorreguts se situarà en el punt de coordenades (1, 0) i la mesura d'un angle serà la mesura d'aquest recorregut.

Els angles poden tenir sentit positiu o negatiu, segons quin sigui el del seu recorregut; si és contrari al de les agulles del rellotge serà positiu i si és igual, negatiu.



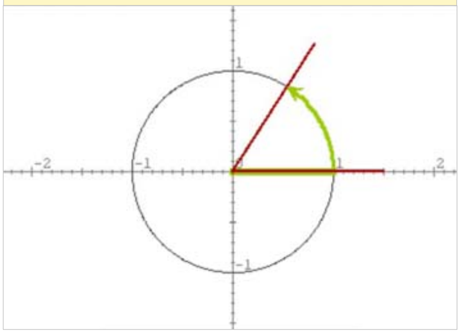


Radiants

Mesurar un angle és mesurar el seu recorregut en la circumferència.

Com que la mesura de tota la circumferència és 2·π·radi, resulta convenient prendre com a unitat de mesura el radi.
A les figures, els angles es van representar en una circumferència de radi 1, això no significa que el radi mesuri 1 cm o 1 peu o 1 m, sinó que el radi és la unitat de mesura presa. Per raons evidents a aquesta unitat se l'anomena **radiant**.

L'angle **d'1 radiant** és aquell que presenta un recorregut en la circumferència igual al radi.



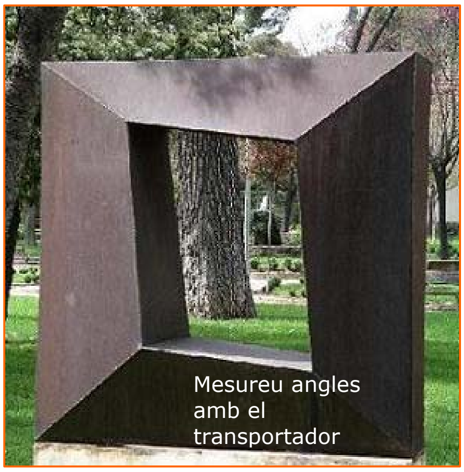
Graus sexagesimals

Ja coneixeu el sistema sexagesimal de mesura d'angles.

En dividir la circumferència en 360 parts iguals, obtenim un grau, al seu torn cada grau es compon de 60 minuts i cada minut de 60 segons.

Així un angle es mesura en:

graus° minuts' segons''



1 grau = $\frac{\pi}{180}$ **radiants**

De graus a radiants:

✓ multipliquem per $\frac{\pi}{180}$

1 radiant = $\frac{180}{\pi}$ **graus**

De radiants a graus:

✓ multipliquem per $\frac{180}{\pi}$

De graus a radiants i de radiants a graus

El semiperímetre de la semicircumferència és radi

π radiants = 180 graus

és a dir, π vegades un radiant= 180 vegades un grau

π · 1 radiant = 180 · 1 grau

Si aïllem el grau resulta:

1 grau = π/180 radiants ~ 0.0175 radiants

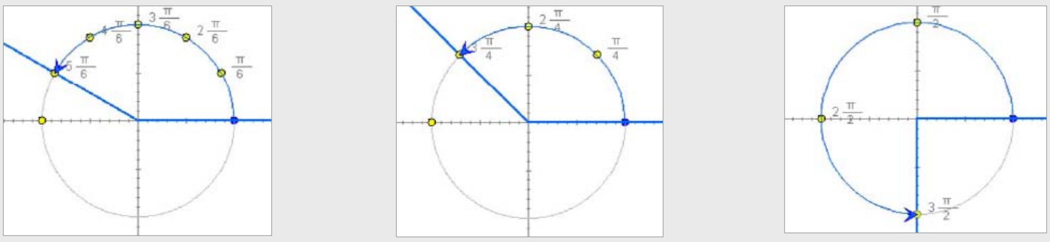
Si aïllem el radiant resulta:

1 radiant = 180/π graus ~ 57.2957 graus

EXERCICIS resolts

1. Dibuixeu a la circumferència goniomètrica els angles de 120º, -50º i 315º.

2. Dibuixeur a la circumferència goniomètrica l'angle de 5π/6, 3π/4, i 3π/2 rad.



3. Passeu a radiants: a) 150º, b) 210º, c) 270º, d) 60º

a) $150^{\circ} = \frac{150 \cdot \pi}{180} = \frac{5\pi}{6}$ rad

b) $210^{\circ} = \frac{210 \cdot \pi}{180} = \frac{7\pi}{6}$ rad

c) $270^{\circ} = \frac{270 \cdot \pi}{180} = \frac{3\pi}{2}$ rad

d) $60^{\circ} = \frac{60 \cdot \pi}{180} = \frac{\pi}{3}$ rad

4. Passeu a graus: a) 11π/6 rad, b) π/4 rad, c) 5π/4 rad, d) 2π/3 rad

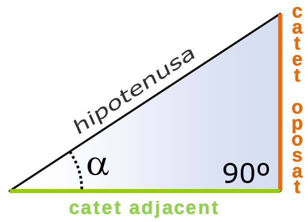
a) $\frac{11\pi}{6}\text{ rad} = \frac{11\pi}{6} \cdot \frac{180}{\pi} = 330^{\circ}$

b) $\frac{\pi}{4}\text{ rad} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{180}{\pi} = 45^{\circ}$

c) $\frac{5\pi}{4}\text{ rad} = \frac{5\pi}{4} \cdot \frac{180}{\pi} = 225^{\circ}$

d) $\frac{2\pi}{3}\text{ rad} = \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{180}{\pi} = 120^{\circ}$

2. Raons trigonomètriques



En els triangles semblants els angles són iguals i els costats homòlegs són proporcionals.La raó entre dos costats d'un triangle rectangle determina la seva forma.

Donat un triangle rectangle, les raons trigonomètriques de l'angle aguta α es defineixen:

- ✓ El **sinus** és el quocient entre el catet oposat i la hipotenusa.
- ✓ El **cosinus** és el quocient entre el catet adjacent i la hipotenusa.
- ✓ La **tangent** és el quocient entre el catet oposat i el catet adjacent.

Aquestes raons no depenen de la mida del triangle sinó de l'angle.

$$\sin\alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{hipotenusa}}$$

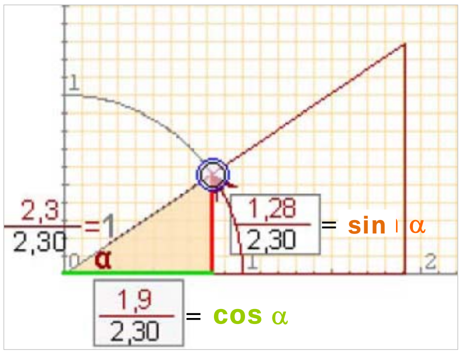
$$\cos\alpha = \frac{\text{cateto adjacent}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{catet adjacent}}$$

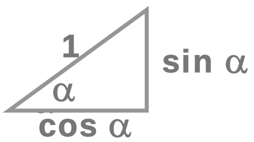
El sinus i el cosinus en la circumferència

A la figura s'ha representat l'angle α en la circumferència goniomètrica o de radi unitat.

En el triangle rectangle que es forma com la hipotenusa és 1, el catet oposat és el **sin α** i l'adjacent el **cos α**.



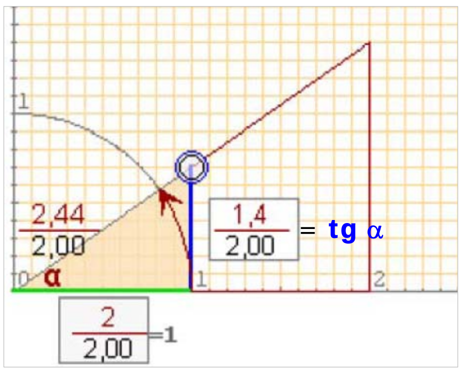
És important recordar el següent triangle:



Observeu que (**cos** α, **sin** α) són les **coordenades** del punt final de l'angle en la circumferència de radi unitat.

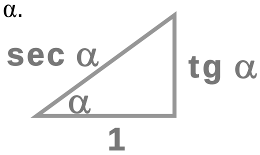
La tangent en la circumferència

A la figura es comprèn perquè al quocient entre el catet oposat i el catet adjacent se l'anomena tangent, el seu valor queda definit sobre una recta tangent a la circumferència en el punt (1,0).



Observeu a l'escena que quan el catet adjacent val 1, la hipotenusa és igual a la inversa del cos α.

Al quocient:



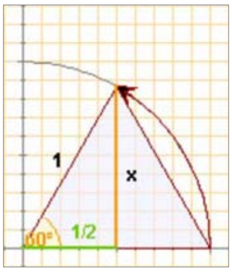
$$\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{catet adjacent}}$$

se l'anomena secant de α i s'abreuja amb sec α.

Les raons de 30º, 45º i 60º

Els angles d'un triangle equilàter fan **60º**
Amb el teorema de Pitàgores es calcula l'altura

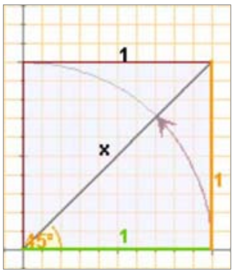
$$x = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



Prenem un quadrat de costat **1**

Amb el teorema de Pitàgores es calcula la diagonal

$$diag = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$



Els angles de 30º, 45º i 60º apareixen freqüentment, fixeu-vos com es calculen les seves raons a partir de la definició si busquem els triangles adequats.

	sinus	cosinus	tangent
30º	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
45º	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60º	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Memoritzar aquesta taula és fàcil si observeu l'ordre que segueixen. Una vegada apresos els sinus amb les arrels consecutives, els cosinus surten en ordre invers.

Amb la calculadora

- Donat un angle α obteniu-ne les raons trigonomètriques.

  Per exemple el sin 28º 30 ´

  Poseu la calculadora en mode DEG

  Teclegeu 28º º ' '' 30 º ' '' sin

  Obtenim: 0,477158760

  En algunes calculadores cal prémer la tecla sin abans d'introduir l'angle, comproveu com funciona la vostra.

  Si volem obtenir el cosα o la α tg procedirem de la mateixa forma però prement les tecles cos i tan respectivament.

- Donada una raó cal obtenir l'angle α corresponent.

  Amb el mateix valor que teniu a la pantalla 0,477158760

  Comproveu que la calculadora segueix en mode DEG

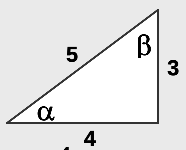
  Teclegeu SHIFT sin

  Obtenim: 28,5 en graus, si volem graus, minuts i segons, premem SHIFT º ' '' obtenim 28º 30''

EXERCICIS resolts

5. En el triangle de la figura calculeu

a) sin α d) sin β
b) cos α e) cos β
c) tg α f) tg β



a) $\text{sen}\,\alpha = \frac{3}{5} = 0{,}6$ d) $\text{sen}\,\beta = \frac{4}{5} = 0{,}8$

sin sin

b) $\cos\alpha = \frac{4}{5} = 0{,}8$ e) $\cos\beta = \frac{3}{5} = 0{,}6$

c) $\text{tg}\,\alpha = \frac{3}{4} = 0{,}75$ f) $\text{tg}\quad\beta = \frac{4}{3} = 1{,}\hat{3}$

6. Obteniu amb la calculadora

a) sin 30º = 0,5
b) cos 60º = 0,5
c) tg 45º = 1

7. Obteniu amb la calculadora els angles α i β de l'exercici 5.

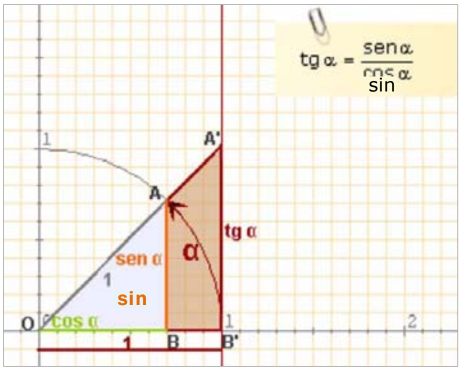
α: Teclegem 0 . 6 SHIFT sin → 36,87º
β: Teclegem 0 . 8 SHIFT sin → 53,13º
Observeu que en efecte sumen 90º.

3. Relacions fonamentals

Si s'apliquen la semblança i el teorema de Pitàgores als triangles rectangles "bàsics", és a dir, amb hipotenusa=1 o amb catet adjacent=1, s'obtindran les relacions fonamentals de la trigonometria:

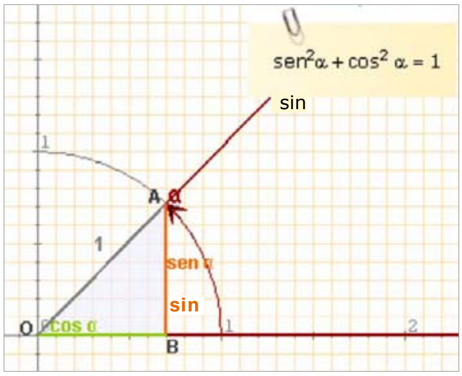
OBA i OB'A' són triangles semblants:

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\text{tg}\alpha}{1} \quad \text{després} \quad \boxed{\text{tg}\,\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$$



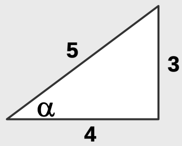
Apliquem el Teorema de Pitàgores al triangle OBA de la figura obtenim:

$$\boxed{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1}$$



EXERCICIS resolts

8. Comproveu en l'angleα del triangle de la figura que es compleixin les relacions fonamentals.



$$\text{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}+\frac{16}{25}=\frac{25}{25}=1$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}}=\frac{3}{4}=\text{tg}\alpha$$

9. Calculeu el cosinus i la tangent d'un angle agutα tal que sin α=0,3

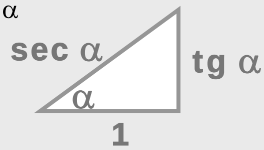
$$\cos^2\alpha=1-\text{sen}^2\alpha \Rightarrow \cos^2\alpha=1-0{,}3^2=1-0{,}09=0{,}81 \Rightarrow \cos\alpha=\sqrt{0{,}81}=0{,}9$$

$$\text{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\sin 3}{0{,}9}=\frac{1}{3}$$

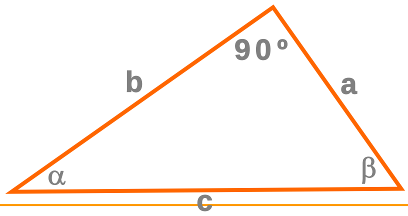
10. Comproveu que es compleixi la relació: $1+\text{tg}^2\alpha=\sec^2\alpha$

$$1+\text{tg}^2\alpha=1+\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)^2=1+\frac{\text{sen}^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\frac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{\cos^2\ \sin}=\frac{1}{\cos^2\alpha}=\sec^2\alpha$$

Recordeu el triangle:



4. Resolució de triangles rectangles.

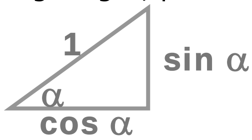


Resoldre un triangle rectangle és calcular les dades desconegudes, costats o angles, a partir dels coneguts.

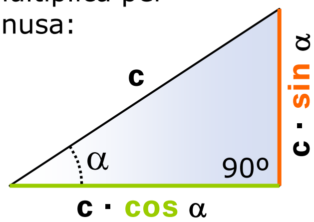
Vegem els casos que es poden presentar.

a) Coneguts la hipotenusa i un angle

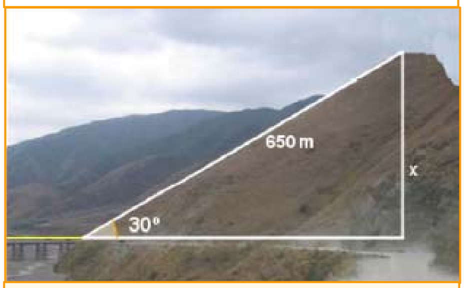
Per trobar els catets d'un triangle rectangle del qual es coneixen les mesures de la **hipotenusa** i d'un angle agut, pensarem en el triangle



que es multiplica per la hipotenusa:



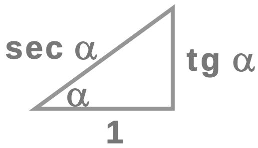
Calcular l'altura de la muntanya.



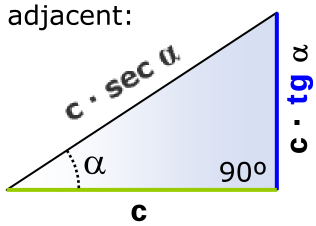
x = 650·sin 30º = 650·0,5=325

b) Coneguts un catet i un angle

Per trobar els costats d'un triangle rectangle del qual es coneixen les mesures d'un **catet** i d'un angle no recte, pensarem en el triangle



que es multiplica pel catet adjacent:



Calcular l'altura de la torre.

x = 20·tg 45º = 20·1=20m

c) Coneguts dos costats

Per trobar l'altre costat del triangle s'aplicarà el teorema de Pitàgores, l'angle es determinarà com

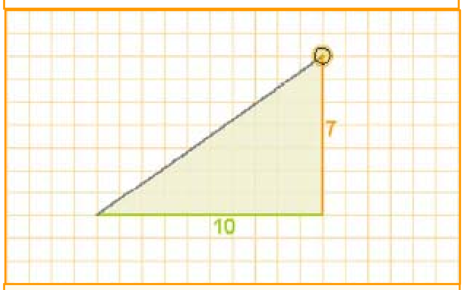
l'arc la tangent del qual és $\dfrac{\text{catet oposat}}{\text{catet adjacent}}$

o bé com l'arc el sinus del qual és $\dfrac{\text{catet oposat}}{\text{hipotenusa}}$

depenent de les dades inicials.

Per calcular l'altre angle n'hi ha prou amb restar de 90º.

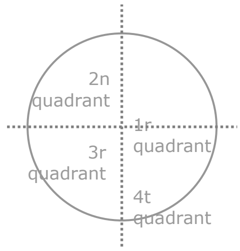
Resoleu el triangle.



hipotenusa = $\sqrt{7^2+10^2} = \sqrt{149}$
Amb la calculadora: atan(0,7)=35º
I l'altre angle: 90º-35º=55º

5. Raons de un ángulo cualquiera

Recordeu que (**cos α, sin α**) eren les **coordenades** del punt final de l'angle α en la circumferència de radi unitat. Això que vam veure per als angles aguts podem fer-ho extensible a angles qualssevol.

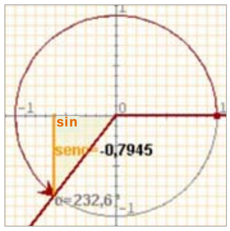


La circumferència goniomètrica és una circumferència de radi unitat i el centre és l'origen de coordenades.
de coordenadas.

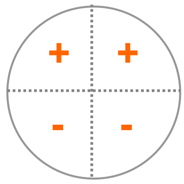
Sinus

El sinus d'un angle és la coordenada **vertical** del punt de la circumferència goniomètrica que defineix l'angle.

Observeu que el valor està comprès entre -1 i 1.



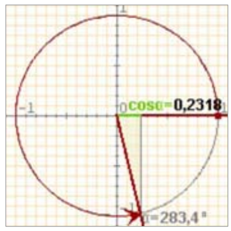
SIGNE DEL SINUS



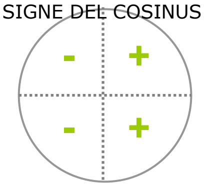
Cosinus

De la mateixa manera que el sinus d'un angle és l'ordenada, el cosinus és **l'abscisa** del punt final del recorregut que marca l'angle en la circumferència.

El valor també està comprès entre -1 i 1.



SIGNE DEL COSINUS

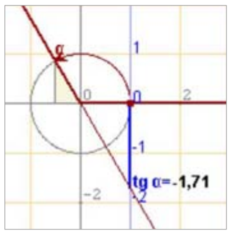


Tangent

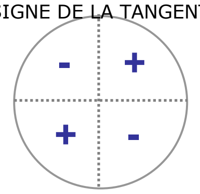
Amb la relació fonamental **tg α=senα/cosα** s'amplia la definició de tangent en angles aguts a un angle qualssevol.

Observeu que la tangent es representa en la recta tangent a la circumferència goniomètrica en el punt (1,0).

Fixeu-vos també que per als angles de 90º i 270º, el cosinus és 0 per la qual cosa no està definida la tangent; com més s'apropa un angle a 90º o a 270º, més gran es fa en valor absolut la tangent, direm que és infinit:



SIGNE DE LA TANGENT



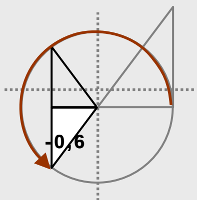
EXERCICIS resolts

8. Dibuixeu un angle del tercer quadrant el cos del qual sigui -0,6 i calculeu el sinus i la tangent

$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - 0{,}36 = 0{,}64$

$\sin\alpha = \pm\sqrt{0{,}64} = \pm 0{,}8$ Com que és en el tercer quadrant serà -0,8

$\text{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{-0{,}8}{-0{,}6} = \dfrac{4}{3}$

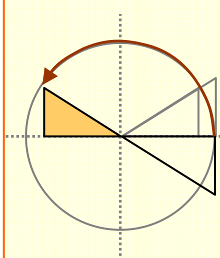


9. Calculeu cosα quan tgα=-2 iα del quart quadrant

$1 + \text{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \dfrac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \cos^2\alpha = \dfrac{1}{5}$

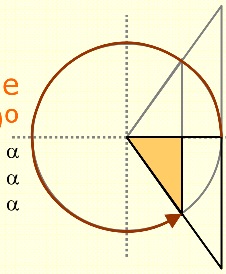
$\cos\alpha = \pm\sqrt{\dfrac{1}{5}} = \pm\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ i triem el positiu ja queα és en el 4t quadrant.

Observeu



Angles suplementaris
sin(180º- α)=sin α
cos (180º- α)=-cos α
tg(180º- α)=-tg α

Angles que sumen 360º
sin(360º- α)=-sin α
cos (360º- α)=cos α
tg(360º- α)=-tg α



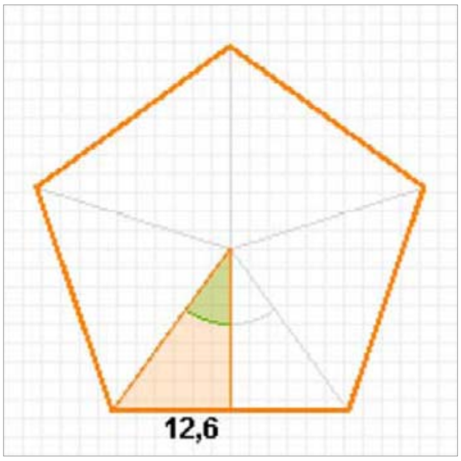
6. Resoldre problemes mètrics

La trigonometria és útil per resoldre problemes geomètrics i calcular longituds a la realitat.

Amb un teodolit com el de la fotografia es poden mesurar angles, tant en el pla vertical com en l'horitzontal, que ens permeten, aplicant les raons trigonomètriques, trobar distàncies o calcular altures de punts inaccessibles.

En aquests casos encara que el triangle de partida no sigui rectangle, traçant la seva altura podem obtenir dos triangles rectangles que es podran resoldre amb les dades que tenim.

A l'escena podeu veure alguns exemples.



Per calcular àrees de polígons regulars

Calculeu l'àrea d'un pentàgon regular de costat 25,2 cm.

✓ L'àrea d'un polígon regular és: perímetre·apotema/2

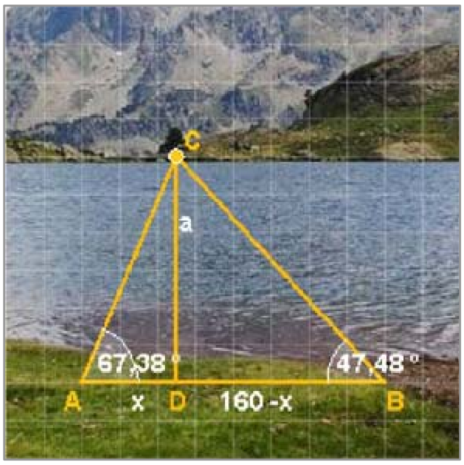
Com que es tracta d'un pentàgon l'angle central mesura 360º/5=72º

✓ Ens fixem en el triangle rectangle de la figura en el qual un catet és l'apotema i un altre la meitat del costat. En aquest triangle

$$tg36º = \frac{12,6}{a} \Rightarrow a = \frac{12,6}{tg36º} = \frac{12,6}{0,72} = 17,34$$

Després l'àrea del pentàgon és:

$$Àrea = \frac{25,2 \cdot 17,34}{2} = 1092,57 \text{ cm}^2$$



Per calcular mesures topogràfiques

Per mesurar l'amlpada d'un riu s'han pres les mides de la figura; des de dos punts d'una vora distants 160 m. Quina amplada té el riu?

✓ . L'amplada del riu és l'altura, a, del triangle ACB que no és rectangle, però sí que ho són els triangles ADC i BDC.

Al triangle ADC: $tg67,38º = \frac{a}{x} \Rightarrow a = x \cdot tg67,38º$

En el BDC: $tg47,48º = \frac{a}{160-x} \Rightarrow a = (160-x)tg47,48º$

✓ Tenim un sistema de dues equacions que resolem per igualació

$$\left.\begin{array}{l} a = 2,40x \\ a = 1,09(160-x) \end{array}\right\} \Rightarrow 2,40x = 1,09(160-x) \Rightarrow 3,49x = 174,40$$

$$x = \frac{174,40}{3,49} = 50 \Rightarrow a = 2,40·50=120 \text{ m}$$

Per practicar

1. Expresseu en radiants:

   a) 15º b) 120º

   c) 240º d) 345º

2. Expresseu en graus:

   a) $\frac{\pi}{15}$ b) $\frac{3\pi}{10}$

   c) $\frac{7\pi}{12}$ d) $\frac{11\pi}{6}$

3. Trobeu amb la calculadora les següents raons arrodonint a centèsimes:

   a) sin 25º b) cos 67º

   c) tg 225º d) tg 150º

4. Un angle d'un triangle rectangle mesura 47º i el catet oposat 8 cm, trobeu la hipotenusa.

5. La hipotenusa d'un triangle rectangle mesura 26 cm i un angle 66º. Calculeu els catets.

6. Un angle d'un triangle rectangle mesura 44º i el catet adjacent 16 cm, calculeu l'altre catet.

7. En un triangle rectangle els catets mesuren 15 i 8 cm, trobeu els angles aguts.

8. La hipotenusa d'un triangle rectangle mesura 45 cm i un catet 27 cm, calculeu els angles aguts.

9. En un triangle isòsceles els angles iguals mesuren 78º i l'altura 28 cm, trobeu el costat desigual.

10. Els costats iguals d'un triangle isòsceles mesuren 41 cm i els angles iguals 72º, calculeu l'altre costat.

11. El cos d'un angle del primer quadrant és 3/4, calculeu el sinus de l'angle.

12. La tangent d'un angle del primer quadrant és 12/5 calculeu el sinus.

13. El sin α = 3/5 i α és un angle del segon quadrant, calculeu la tg α.

14. El cos α = 3/5 i α és un angle del quart quadrant, calculeu la tg α.

15. La tg α = 3 i α és un angle del tercer quadrant, calculeu el cos α.

16. La longitud de l'apotema d'un polígon regular de 9 costats és de 15 cm. Calculeu el costat.

17. El costat d'un hexàgon regular mesura 30 cm, calculeu l'apotema.

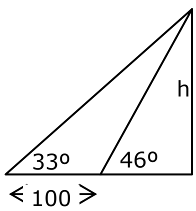
18. L'apotema d'un octàgon regular mesura 8 cm, calculeu l'àrea del polígon.

19. La longitud del radi d'un pentàgon regular són 15 cm. Calculeu-ne l'àrea.

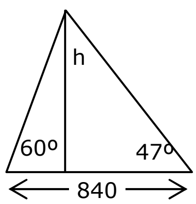
20. L'ombra d'un arbre quan els raigs del sol formen amb l'horitzontal un angle de 36º mesura 11 m. Quina és l'altura de l'arbre?

21. La longitud del fil que subjecta un estel és de 50m. Si l'angle d'elevació de l'estel és de 37º, quina altura assoleix l'estel?

22. Per calcular l'altura d'un edifici es mesuren els angles d'elevació des de dos punts situats a una distància de 100m. Quina és l'altura de l'edifici, si els angles són 33º i 46º?



23. Dues persones separades 840 m veuen un avió que les sobrevol amb angles d'elevació de 60º i 47º. A quin altura vola l'avió?



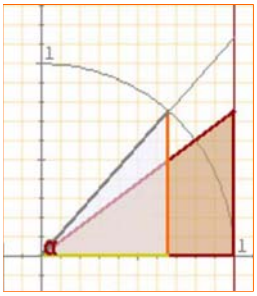
24. Per mesurar l'altura d'una muntanya es mesuren els angles d'elevació des de dos punts situats a una distància de 480m i una altura de 1200m sobre el nivell del mar. Quina és l'altura de la muntanya, si els angles són 45º i 76º?.

Per saber-ne més

Quina inclinació de carretera indica aquest senyal?

Si heu investigat una mica haureu vist que a la web uns articles diuen que aquest 10% és la pendent matemàtica i d'altres la defineixen com a pendent de trànsit. Sigui una o altra, la diferència no és gran, l'angle indicat serà en el primer cas atan(10/100)=5.71º i asin(10/100)=5.74º en el segon, i els problemes del nostre cotxe per abordar aquesta pendent seran similars en ambdós casos.

La diferència entre la pendent matemàtica o la de trànsit serà més significativa si un senyal indiqués un alpinista que la inclinació de la muntanya a pujar és del 75%.



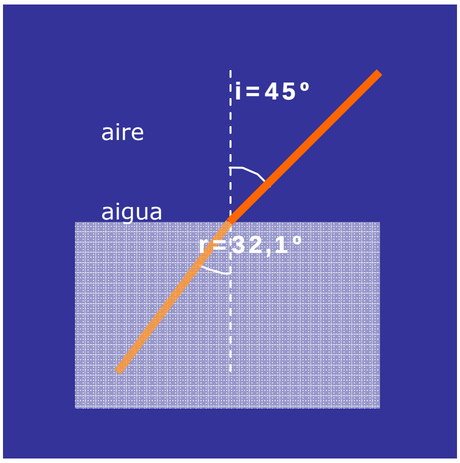
- ✓ La pendent matemàtica del 75% correspon a l'angle:

  atan(75/100)=36.86°

- ✓ La pendent de trànsit del 75% correspon a l'angle:

  asin(75/100)=48.59°

En l'escena, la hipotenusa del triangle marró mostra la inclinació en interpretar el % triangle blau, s'interpreta el % com a sinus.



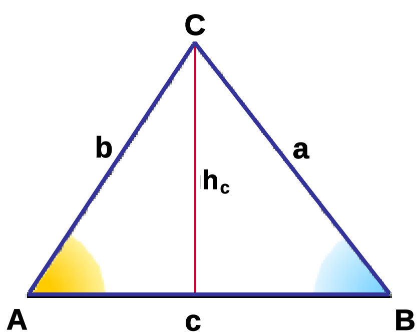
La refracció de la llum

És el fenomen que es produeix quan la llum passa d'un medi material a un altre, en què la velocitat de propagació és diferent. Per això, quan introduïm una vareta a l'aigua la veiem.

La relació entre l'angle d'incidència "i" i el de refracció "r", ve donada per la següent relació, coneguda com a Llei de Snell.

$$n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r$$

on n_1 i n_2 són, respectivament, els índexs de refracció del medi 1 i del medi 2, al seu torn el quocient entre la velocitat de la llum al mig i la velocitat de la llum en el buit



Teorema del sinus

En aquest tema heu pogut resoldre triangles que no eren rectangles, considerant-ne l'altura.

El resultat conegut com a teorema del sinus, ens permet resoldre qualsevol triangle si coneixem un costat i dos angles.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Recordeu el més important

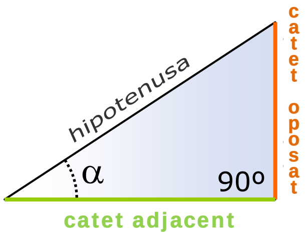
$$\boxed{\text{1 grau}} = \boxed{\frac{\pi}{180}\text{ radiants}} \qquad \text{graus} \xrightarrow{\times\frac{\pi}{180}} \text{radiants}$$

$$\text{radiants} \xrightarrow{\times\frac{180}{\pi}} \text{graus} \qquad \boxed{\text{1 radiant}} = \boxed{\frac{180}{\pi}\text{ graus}}$$

Angles i la mesura

Per mesurar angles emprem graus o radiants.

Un **radiant** és l'angle el recorregut del qual és igual al radi amb què ha estat traçat.



- ✓ El **sinus** és el quocient entre el catet oposat i la hipotenusa.
- ✓ El **cosinus** és el quocient entre el catet adjacent i la hipotenusa.
- ✓ La **tangent** és el quocient entre el catet oposat i el catet adjacent.

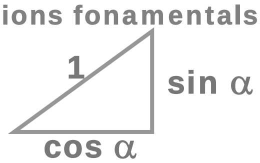
Raons trigonomètriques

$$\sin\alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{catet adjacent}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{catet adjacent}}$$

Relacions fonamentals

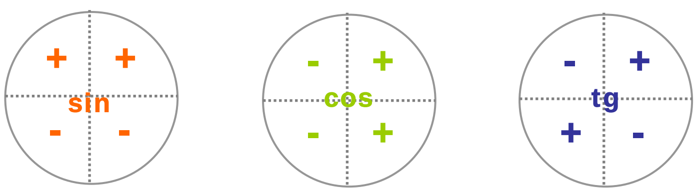


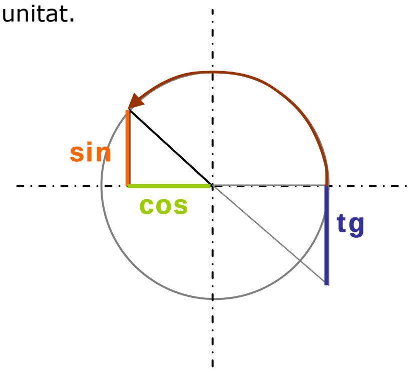
$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

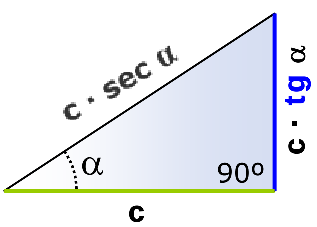
Raons d'angles qualssevol

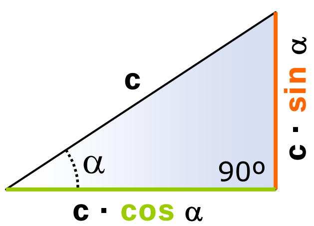
(cos α, sin α) són les **coordenades** del punt final de l'angle α en la circumferència goniomètrica o de radi unitat.

SIGNE DE LES RAONS





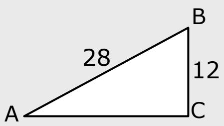




Resoldre un triangle rectangle consisteix a trobar les mesures dels seus sis elements: tres costats i dos angles (el tercer és 90º), coneguts un costat i un angle o dos costats.

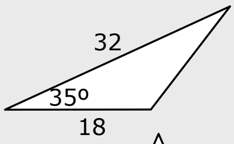
Autoavaluació

1. Expresseu en radiants l'angle de 150º.



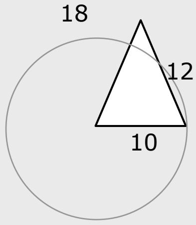
2)

2. Calculeu el valor de tg A al triangle ABC de la figura.



3)

3. Calculeu l'àrea del triangle de la figura.



4)

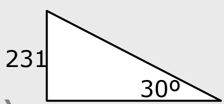
4. Amb un compàs de 12 cm de longitud hem traçat la circumferència de la figura. Quin angle, en radiants, formen les branques del compàs?

5. Si $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, i α és un angle agut, calculeu la tg α.

6. Si tg α=1.25 i α és un angle del tercer quadrant, calculeu el cos α.

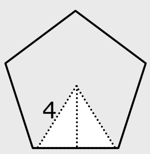
7. A partir de les raons de l'angle de 30º, calculeu la $\text{tg}\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$

8. Si $\cos\alpha = \frac{3}{5}$, i α és un angle agut, calculeu el sin(180º- α).



9)

9. L'altura de Torrespaña és de 231 metres. Quant fa l'ombra de l'edifici quan la inclinació dels raigs del sol és de 30º?



10)

10. Calculeu l'àrea d'un pentàgon regular de radi 4 cm

Solucions dels exercicis per practicar

1. a) $\frac{\pi}{12}$ b) $\frac{2\pi}{3}$ c) $\frac{4\pi}{3}$ d) $\frac{23\pi}{12}$

2. a) 12º b) 54º c) 105º d) 330º

3. a) 0,42 b) 0,39 c) 1 d) -0,58

4. 10,93 cm

5. 23,75 cm, 10,57 cm

6. 15,45 cm

7. 28º 4′ 20″ 61º 55′ 40″

8. 36º 52′ 11″ 53º 7′ 49″

9. 11,9 cm

10. 25,33 cm

11. $\text{sen}\ \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$

12. sin α =12/13

13. tg α =-3/4

14. tg α =-4/3

15. $\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$

16. 10,91 cm

17. 25,98 cm

18. costat=6,63 cm àrea=212,08 cm^2

19. costat=17,63 cm apot=12,14 cm
àrea=534,97 cm^2

20. 7,99 m

21. 30 m

22. 57,41 m

23. 638,11 m

24. 639,42+1200=1839,42 m

Solucions de l'AUTOAVALACIÓ

1. $\frac{5\pi}{6}$

2. 0,47

3. 165,19 u^2

4. 0,85 rad (truncament)

5. tg α =4/3

6. cos α = -0,62

7. $\text{tg}\frac{-5\pi}{6} = \text{tg}\,30^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

8. cos(180º – α)=–cos α =–3/5

9. 400,10 m

10. 38,04 m^2

No oblideu enviar les activitats al tutor ▶