



## Funcions i gràfiques

### Continguts

1. Funciones reals
  - Concepte de funció
  - Gràfica d'una funció
  - Domini i recorregut
  - Funcions definides a trossos
  
2. Propietats de les funcions
  - Continuïtat i discontinuïtats
  - Periodicitat
  - Simetries
  
3. Taxa de variació i creixement
  - Taxa de variació mitjana
  - Creixement i decreixement
  - Màxims i mínims
  - Concavitat i punts d'inflexió

### Objectius

- Conèixer i interpretar les funcions i les diferents formes de presentar-les.
- Reconèixer el domini i el recorregut d'una funció.
- Determinar si una funció és contínua o discontinua.
- Trobar la taxa de variació mitjana d'una funció en un interval.
- Determinar el creixement o decreixement d'una funció i trobar-ne els màxims i mínims.
- Reconèixer els punts d'inflexió.
- Comprovar la simetria d'algunes funcions respecte a l'origen i a l'eix OY.
- Reconèixer si una funció és periòdica.



**Abans de començar**

**Investiga**

Imagina que pugues en una sínia de radi 30 m i que per accedir cal que pugis 5 m des del terra. La sínia comença a girar.



**Dibuixa aquí les gràfiques corresponents**

altura

angle

altura

angle

Com és la gràfica de la funció que proporciona l'altura a la que et trobes segons l'angle de gir?

Tu vas a la cabina taronja i uns amics a la verda, com serà la seva gràfica?

**El llenguatge de les gràfiques**

De les diferents formes en les quals pot presentar-se una funció, mitjançant un enunciat, una taula, una expressió algebraica o una gràfica, aquesta última és la que ens permet veure amb només un cop d'ull el seu comportament global, i és per això que és tan important. En aquesta unitat aprendràs a reconèixer i interpretar les seves característiques principals.

Clica sobre per veure un vídeo sobre això.

Clica per anar a la pàgina següent.

# 1. Funcions reals

## 1.a. Concepte de funció

Llegeix i completa el text:

Una funció és una \_\_\_\_\_ entre dos conjunts numèrics, de tal manera que a cada element del conjunt inicial li correspon \_\_\_\_\_ del conjunt final.

Es relacionen així dues variables numèriques que solen anomenar-se **x** i **y**.

$$f: x \rightarrow y=f(x)$$

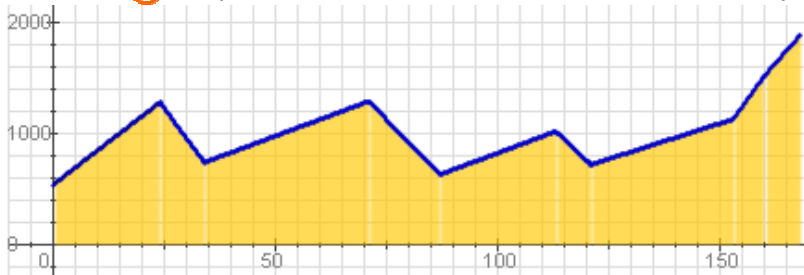
- ✓ x és la variable \_\_\_\_\_
- ✓ y és la variable \_\_\_\_\_

A l'escena podeu veure representada una funció extreta d'una informació gràfica.



El gràfic descriu el recorregut de la 9a Etapa de la Volta Ciclista 2007, indicant els quilòmetres totals i l'altitud en els punts principals del trajecte.

Clica per continuar i veure una versió més simplificada de la gràfica



A l'esquerra apareix la gràfica anterior traçada sobre uns eixos cartesianes, per simplificar-la s'han unit els punts principals mitjançant segments. Es tracta d'una funció que dona l'altitud segons els quilòmetres recorreguts.

Observa els valors que pren i completa la taula de valors (pots arrossegar el punt vermell en l'escena per ajudar-te a saber l'altura en cada punt).

km	0	24	34		87	113	121	153	160	
alt			740	1290		1020		1130		1882

Contesta:

Per a què una gràfica sigui d'una funció, quants valors de y li poden correspondre a cada valor de x?

RESPOSTA

Clica sobre el botó



per comprovar-ho fent un exercici.

Clica



per anar a la pàgina següent.

### 1.b. Gràfica d'una funció

Per veure el comportament d'una funció,  $f: x \rightarrow y$ , recorrem a la seva **representació gràfica** sobre els eixos cartesianes; en l'eix d'abscisses (OX) la variable \_\_\_\_\_ i en el d'ordenades (OY) la variable \_\_\_\_\_. Les coordenades de cada punt de la gràfica són: **(\_\_\_\_, f(\_\_\_\_))**.

A l'escena està representada la funció:

$$f(x) = -0,5x^2 + 3x + 3,5$$

Segueix els passos clicant sobre les fletxes i .

Comença per fer una taula de valors

<b>x</b>										
<b>f(x)</b>										

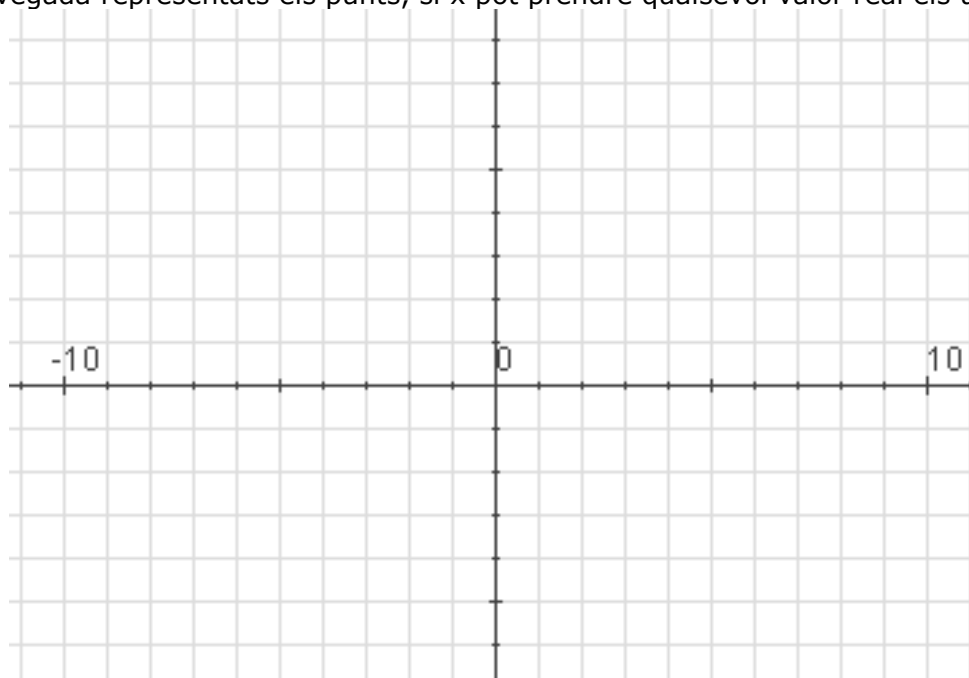
Hi ha uns punts que tenen especial interès: els que la gràfica talla amb els eixos de coordenades. Per calcular-los:

- ✓ Tall amb l'eix OY: Els punts de l'eix d'ordenades tenen abscissa 0, n'hi ha prou amb fer **x=0** en la fórmula de la funció.
- ✓ Talls amb l'eix OX: Els punts de l'eix d'abscisses tenen y=0. Es resol l'equació **f(x)=0**

En el nostre exemple són:

<b>x=0</b>	
<b>f(x)=0</b>	

Es representen els punts obtinguts, x, sobre l'eix d'abscisses (OX), f(x) sobre el d'ordenades (OY). Una vegada representats els punts, si x pot prendre qualsevol valor real els unim.



Clica sobre el botó



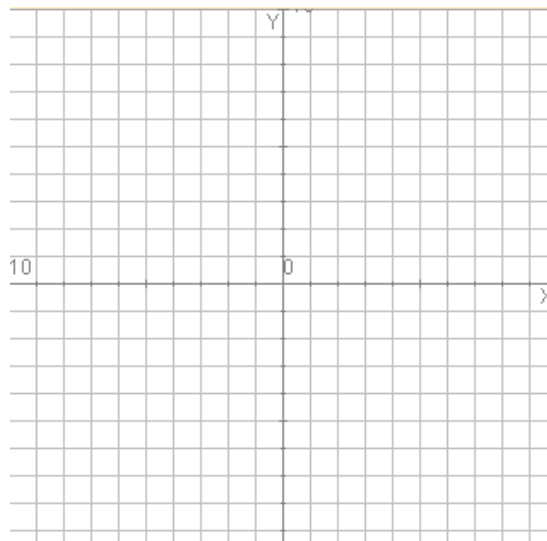
per fer exercicis.

En cada cas fes una taula de valors i representa els punts sobre els eixos de coordenades, seguint les instruccions de l'escena:

1

$$f(x) = 3x - 2$$

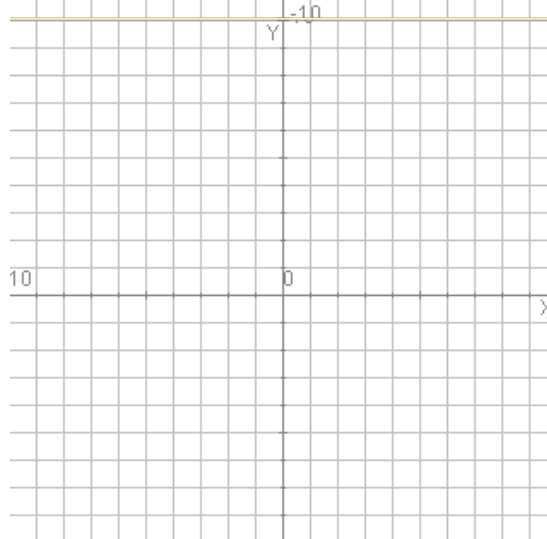
x	f(x)



2

$$f(x) = -x^2 + 4x$$

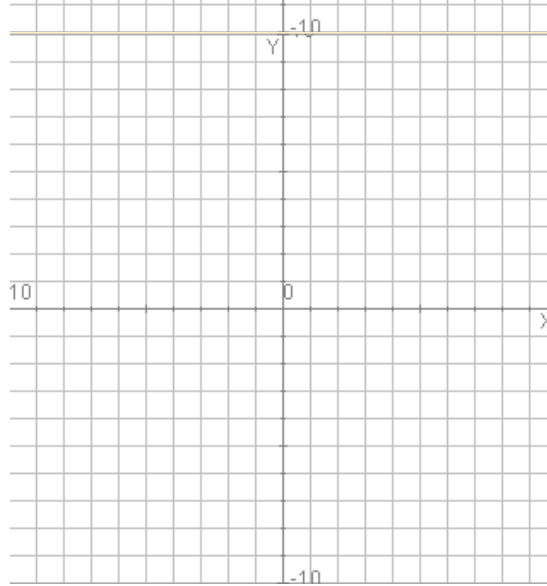
x	f(x)




3

$$f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$$

x	f(x)



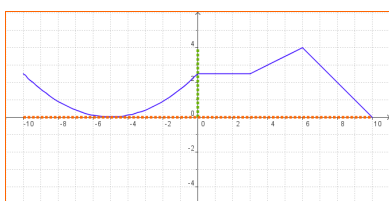
Clica  per anar a la pàgina següent.

### 1.c. Domini i recorregut

Donada una funció  $y=f(x)$

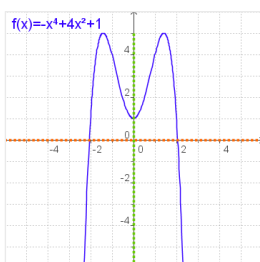
- ✓ S'anomena **domini** de f \_\_\_\_\_  
S'indica com a **Dom f**.  
El domini està format, per tant, pels valors de x per als quals existeix la funció, és a dir, per als quals hi ha un  $f(x)$ .
- ✓ El **recorregut** és \_\_\_\_\_,  
això és el conjunt de les imatges. Es representa com a **Im f**.

A l'escena de la dreta es veuen diversos exemples sobre com calcular el domini d'algunes funcions. Amb la seva ajuda completa:



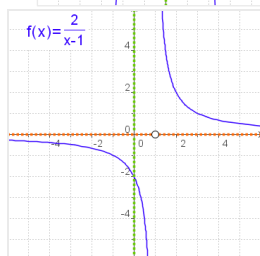
Domini de f: \_\_\_\_\_

Recorregut de f: \_\_\_\_\_



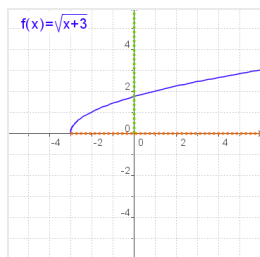
Domini de f: \_\_\_\_\_

Recorregut de f: \_\_\_\_\_



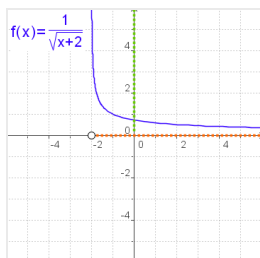
Domini de f: \_\_\_\_\_

Recorregut de f: \_\_\_\_\_



Domini de f: \_\_\_\_\_

Recorregut de f: \_\_\_\_\_



Domini de f: \_\_\_\_\_

Recorregut de f: \_\_\_\_\_


Resumeix els diferents casos que se'ns poden presentar a l'hora de calcular el domini, en funció del tipus d'expressió algebraica

Expressió analítica	Domini
Un polinomi	
Un quocient	
Una arrel quadrada	

Clica sobre el botó  per fer exercicis.

Copia a continuació dos exercicis de cada tipus:

1	2
3	4

Clica  per anar a la pàgina següent.

### 1.d. Funcions definides a trossos

Hi ha un tipus de funcions que vénen definides amb diferents expressions algebraiques segons els valors de  $x$ , es diu que estan **definides a trossos**

Per descriure analíticament una funció formada per trossos d'altres funcions, es donen les expressions dels diferents trams, per ordre d'esquerra a dreta, indicant en cada tram els valors de  $x$  per als quals la funció està definida.

A l'escena pots veure exemples d'aquest tipus de funcions i la seva representació gràfica.

**Practica amb l'escena abans de passar a fer els següents exercicis.**

Clica sobre el botó



per fer exercicis.

A continuació, fes un parell d'exercicis i comprova amb l'escena el resultat:

Calcula la imatge dels valors indicats:

$$f(x) = \begin{cases} \end{cases}$$

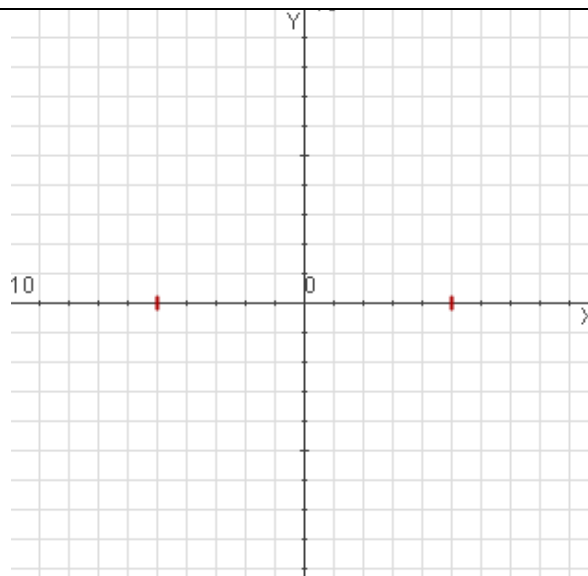
$f(\quad) = \quad$

$f(\quad) = \quad$

$f(\quad) = \quad$

$f(\quad) = \quad$

$f(\quad) = \quad$



Calcula la imatge dels valors indicats:

$$f(x) = \begin{cases} \end{cases}$$

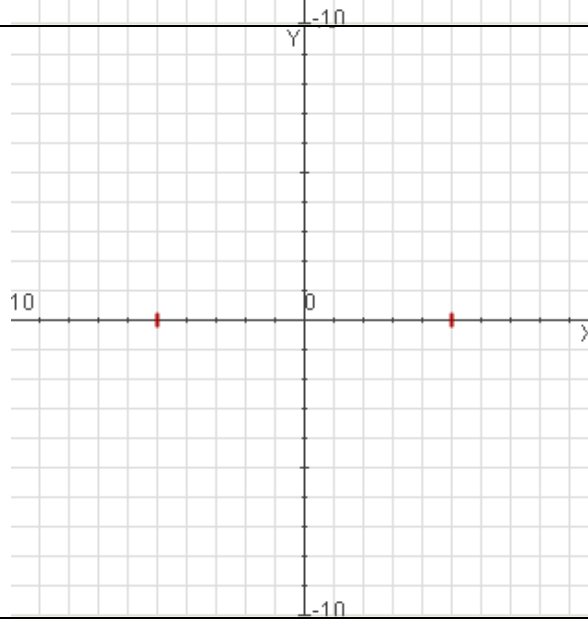
$f(\quad) = \quad$

$f(\quad) = \quad$

$f(\quad) = \quad$

$f(\quad) = \quad$

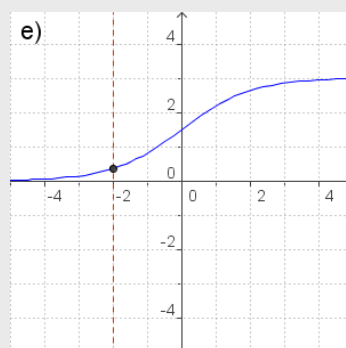
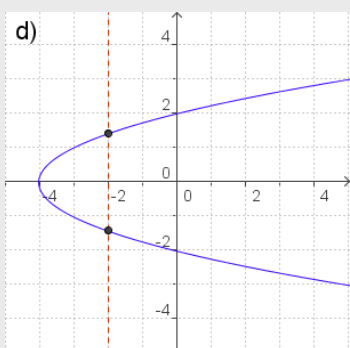
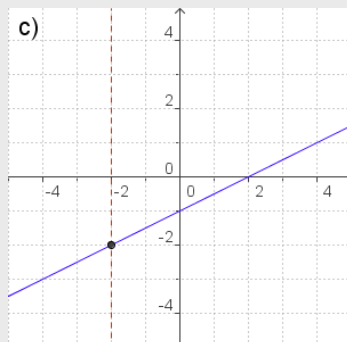
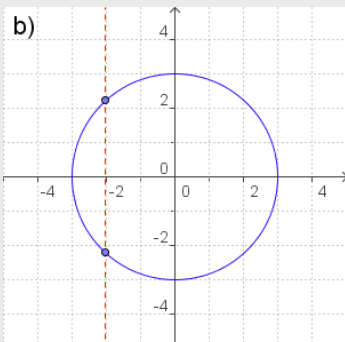
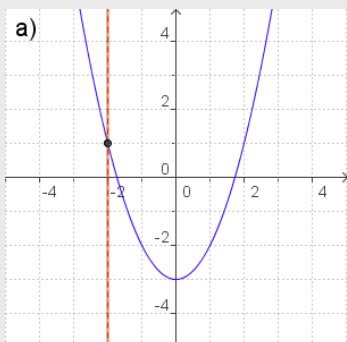
$f(\quad) = \quad$





## EXERCICIS

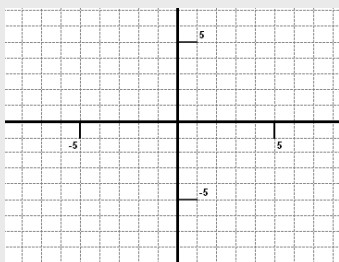
1. De les següents gràfiques indica les que corresponen a una funció i les que no.



2. Fes una taula de valors, dibuixa els punts obtinguts i representa la funció.

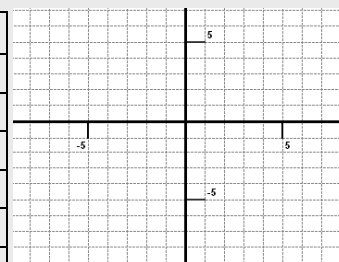
a)  $f(x) = 2x - 3$

x	f(x)



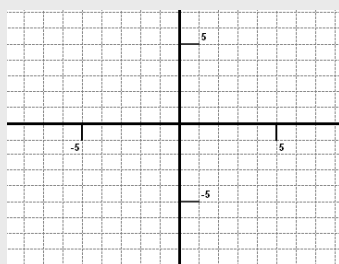
b)  $f(x) = -x^2 + 4x$

x	f(x)



c)  $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$

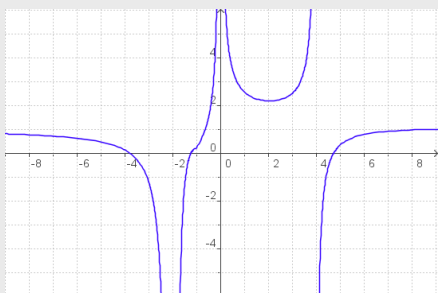
x	f(x)



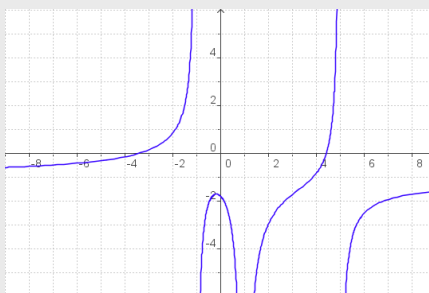
### EXERCICIS

3. Calcula el domini de les següents funcions.

a)



b)



c)  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x$

d)  $f(x) = \frac{x}{x-2}$

e)  $f(x) = \sqrt{x-5}$

f)  $f(x) = \sqrt{5-x}$

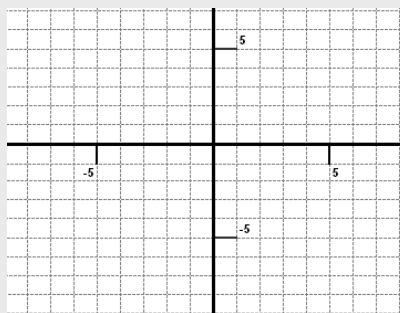
g)  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x+4}}$

h)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x}}$

4. En les següents funcions, definides a trossos, calcula les imatges dels valors de x indicats i representa-les gràficament.

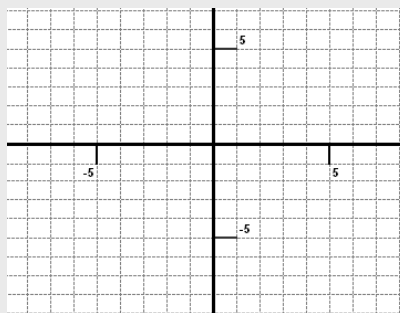
a)  $f(x) = \begin{cases} -0,5x - 1 & \text{si } x < -2 \\ -2 & \text{si } -2 \leq x \leq 3 \\ x - 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$


x	f(x)
-4	
-2	
1	
3	
6	



b)  $f(x) = \begin{cases} 0,5x + 2 & \text{si } x \leq -2 \\ -x + 1 & \text{si } -2 < x < 2 \\ 0,5x - 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

x	f(x)
-6	
-2	
0	
2	
4	



Clica  per anar a la pàgina següent.

## 2. Propietats de les funcions

### 2.a. Continuitat i discontinuïtats

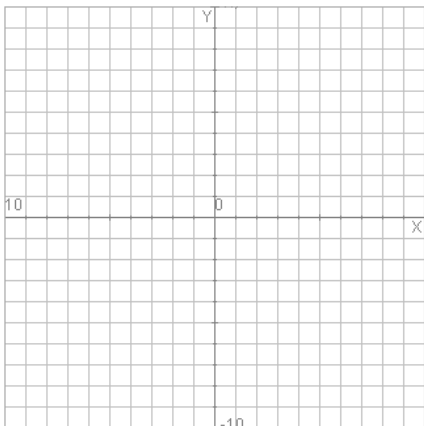
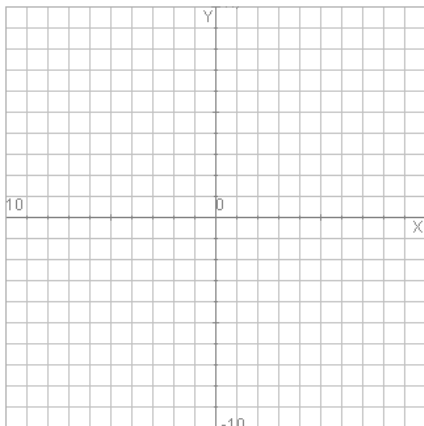
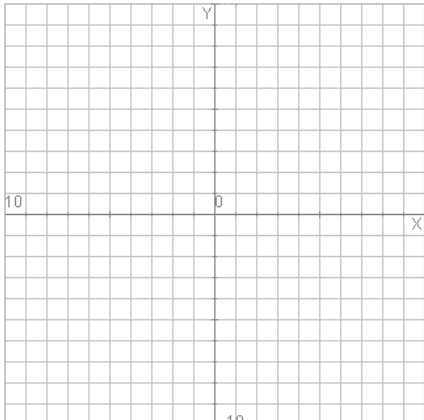
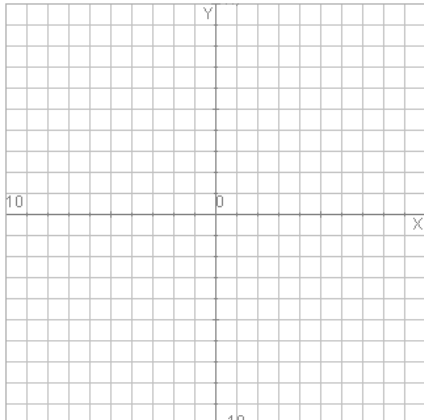
La primera idea de funció **contínua** és la que es pot representar d'un sol traç, sense aixecar el llapis del paper.

Una funció  $y=f(x)$  és **contínua** en  $x=a$  si:

- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

Quan una funció no és contínua en un punt es diu que presenta una \_\_\_\_\_

Amb ajuda de l'escena de la dreta completa la taula i dibuixa un exemple de cada un dels casos:

Raons per les quals una funció no és contínua en un punt:	
<p>Exemple</p> 	<p>Exemple</p> 
<p>Exemple</p> 	<p>Exemple</p> 

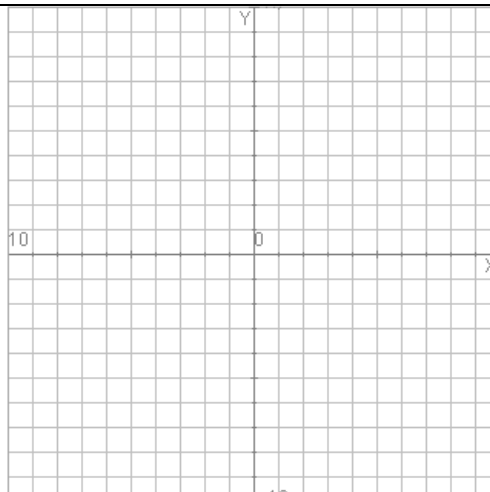
Clica sobre el botó  per fer exercicis.

A continuació fes tres exercicis i comprova amb l'escena el resultat:

Calcula el valor de K per a què la funció

$f(x)=$

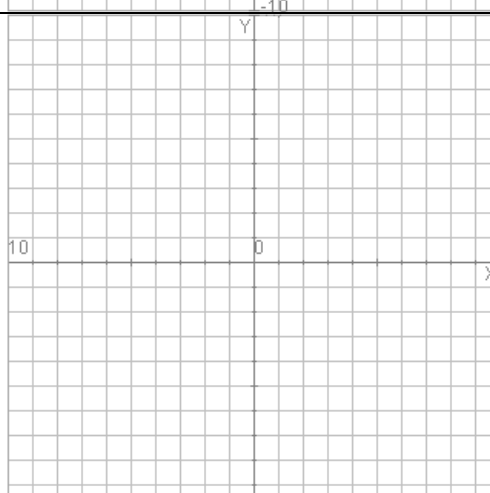
sigui contínua en  $x=$  \_\_\_\_\_



Calcula el valor de K per a què la funció

$f(x)=$

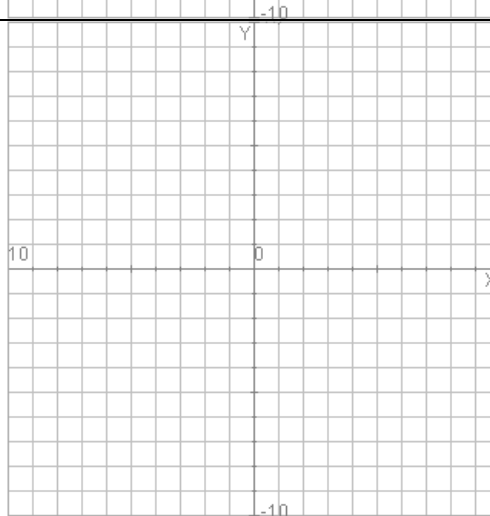
sigui contínua en  $x=$  \_\_\_\_\_




Calcula el valor de K per a què la funció

$f(x)=$

sigui contínua en  $x=$  \_\_\_\_\_



Clica  per anar a la pàgina següent.

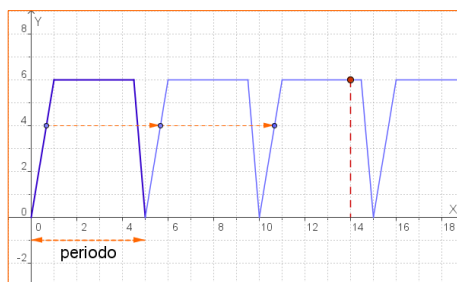
## 2.b. Funcions periòdiques

A la natura i en el vostre entorn habitual hi ha fenòmens que es repeteixen a intervals regulars, com el cas de les mares, els pèndols i ressorts, el so... Les funcions que descriuen aquest tipus de fenòmens s'anomenen **periòdiques**

Una **funció** és **periòdica** quan \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 El **període** és \_\_\_\_\_  
 **$f(x+\text{període})=f(\text{---})$**

A l'escena de la dreta tens un exemple d'una funció periòdica


Una cisterna s'omple i es buida automàticament expulsant 6 litres d'aigua cada 5 minuts, seguint el ritme de la gràfica. Quan el dipòsit és buit, comença a omplir-se, i s'omple en 1 minut, roman ple 3,5 minuts i es buida en 0,5 minuts. Aquest procés es repeteix periòdicament.

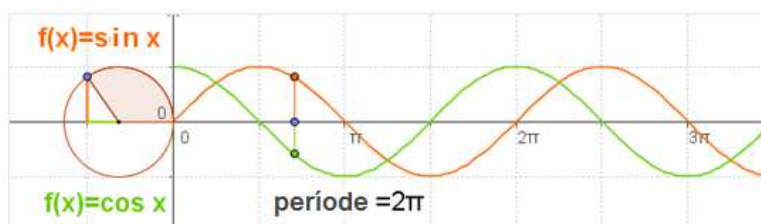



### RESPON AQUESTES QÜESTIONS:

RESPON AQUESTES QÜESTIONS:	RESPOSTES
Per conèixer el volum d'aigua en el dipòsit a cada instant, quant de temps necessitem observar el dipòsit?	
Quina és la quantitat d'aigua al cap de 14 minuts?	
Escriu a la dreta l'expressió de $f(x)$ .	

Ara regula tu el dispositiu, variant la quantitat d'aigua i el temps.

Clica sobre el botó  per veure unes funcions periòdiques bàsiques, la funció sinus i la funció cosinus.



Clica  per anar a la pàgina següent.



### EXERCICIS

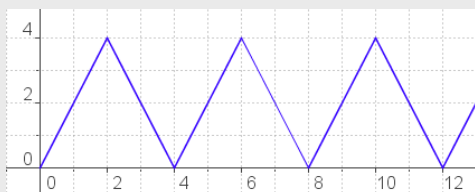
5. Calcula el valor de k per a què les següents funcions siguin contínues en el punt en què canvia la gràfica:

a)  $f(x) = \begin{cases} 0,5x + k & x \leq 4 \\ x - 3 & x > 4 \end{cases}$

b)  $f(x) = \begin{cases} k & x \leq 1 \\ -x + 1 & x > 1 \end{cases}$

6. Quin és el període de les funcions següents? En cada cas calcula f(45).

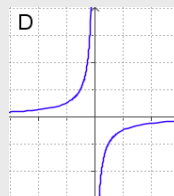
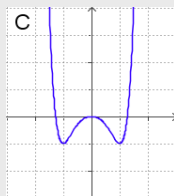
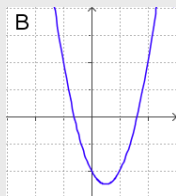
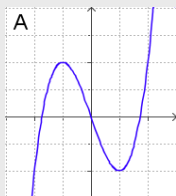
a)



b)



7. Selecciona entre las gràfiques següents les que corresponen a funcions parells i a funcions senars.



8. Les funcions següents (corresponen a les de l'ex.7) són parells o senars?

a)  $f(x) = x^3 - 3x$

b)  $f(x) = 2x^2 - 2x - 2$

c)  $f(x) = x^6 - x^4 - x^2$

d)  $f(x) = -1/x$

Clica per anar a la pàgina següent.

### 3. Taxa de variació i creixement

#### 3.a. Taxa de variació d'una funció

La **taxa de variació** o **increment** d'una funció és \_\_\_\_\_

$$TV[x_1, x_2] =$$

De més utilitat resulta calcular l'anomenada **taxa de variació mitjana**, que ens indica

$$TVM[x_1, x_2] = \text{-----}$$

A l'escena de la dreta veiem una gràfica que representa la distància en quilòmetres recorreguda per un ciclista en funció del temps transcorregut, en minuts.

RESPON AQUESTES QÜESTIONS:	RESPOSTES
La taxa de variació entre dos instants és	
$TV[5, 12] =$	
$TV[12, 15] =$	
$TV[15, 21] =$	
$TV[22, 30] =$	
Velocitat mitjana [15, 21]	
Velocitat mitjana [22, 30]	
Com és la gràfica en els intervals [5, 12], [19, 22] i [22, 30]? Per què?	
Si traslladem a qualsevol funció la idea de velocitat mitjana d'aquesta gràfica, què obtenim?	

Clica sobre el botó



per fer exercicis.

Quan la gràfica de la funció és una recta, la TVM és constant. Escriu a continuació quatre exercicis i comprova la solució en l'escena

f(x)=	TVM [ ____ , ____ ] =	f(x)=	TVM [ ____ , ____ ] =
	TVM [ ____ , ____ ] =		TVM [ ____ , ____ ] =
f(x)=	TVM [ ____ , ____ ] =	f(x)=	TVM [ ____ , ____ ] =
	TVM [ ____ , ____ ] =		TVM [ ____ , ____ ] =

Clica



per anar a la pàgina següent.



### 3.b. Creixement i decreixement

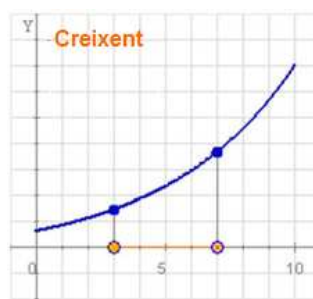
Una característica de les funcions que es pot visualitzar fàcilment en les gràfiques és la **monotonia**.

Quan en augmentar el valor de  $x$  augmenta el valor de  $y=f(x)$ , la gràfica "ascendeix" i es diu que la funció és \_\_\_\_\_.

Si, pel contrari, en augmentar  $x$  disminueix  $y$ , la gràfica "descendeix", i la funció és \_\_\_\_\_.

En un interval, donats dos punts qualssevol d'aquest

- Si  $x_1 < x_2$  i  $f(x_1)$  \_\_\_\_\_  $f(x_2)$ , aleshores la funció és \_\_\_\_\_
- Si  $x_1 < x_2$  i  $f(x_1)$  \_\_\_\_\_  $f(x_2)$ , aleshores la funció és \_\_\_\_\_



Les funcions no creixen o decreixen de la mateixa manera, si cliques en **Diferents tipus de creixement** s'obre una escena que ho il·lustra amb uns exemples.

RESPON AQUESTES QÜESTIONS	RESPOSTES
Quina és la funció que creix més ràpidament?	
Com és el creixement de la funció $g(x)$ ?	
Quina és la funció que creix més lentament?	

A l'escena de la dreta tenim una funció que presenta diverses situacions; segueix els passos clicant sobre les fletxes i .

RESPON AQUESTES QÜESTIONS:	RESPOSTES
Com és la funció si $x < 10$ ?	
Com és la funció si $x > 15$ ?	
Com és la funció si $10 < x < 15$ ?	
Si la funció és creixent, com és la TVM?	
Si la funció es decreixent, com és la TVM?	

Clica sobre el botó



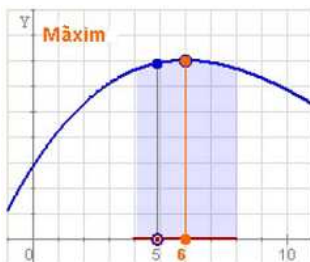
per fer un exercici.

Clica



per anar a la pàgina següent.

### 3.c. Màxims i mínims



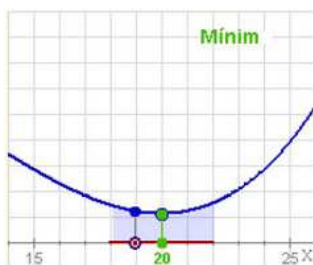
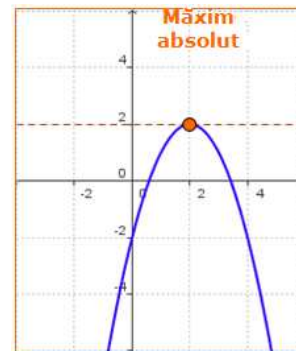
Donada una funció contínua en un punt  $x=a$ , diem que presenta un **màxim relatiu**, si a l'esquerra del punt  $x=a$  la funció és \_\_\_\_\_ i a la dreta la funció és \_\_\_\_\_.

I diem que en  $x=a$  hi ha un **màxim absolut** si

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



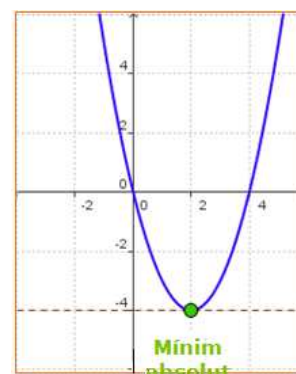
Si, pel contrari, la funció és \_\_\_\_\_ a l'esquerra de  $x=a$  i \_\_\_\_\_ a la dreta, hi ha un **mínim relatiu**.

I diem que en  $x=a$  hi ha un **mínim absolut** si



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_


\_\_\_\_\_



L'escena de la dreta il·lustra aquests conceptes.

Segueix els passos clicant sobre les fletxes  i 

RESPON AQUESTES QÜESTIONS:	RESPOSTES
On creix la funció?	
On decreix la funció?	
On assoleix un màxim relatiu?	
On assoleix un mínim relatiu?	
Com és $f(x)$ en un entorn de $x=6$ ? Per què?	
Com és $f(x)$ en un entorn de $x=20$ ? Per què?	

Clica sobre el botó  per llegir un exercici resolt.

### 3.d. Concavitat, convexitat i punts d'inflexió

Una altra característica d'interès en les gràfiques de les funcions és la concavitat, estudiar els intervals en què la gràfica es corba cap a baix o cap a dalt.



Una funció es **còncava** en un interval si \_\_\_\_\_

Una funció es **convexa** en un interval si \_\_\_\_\_

Els **punts d'inflexió** són aquells punts del domini en els quals \_\_\_\_\_.

L'escena de la dreta il·lustra aquest conceptes.

Segueix els passos clicant sobre les fletxes ◀ i ▶

RESPON AQUESTES QÜESTIONS:	RESPOSTES
On queda la corda que uneix dos punts de la gràfica si la funció és còncava?	
On queda la corda que uneix dos punts de la gràfica si la funció és convexa?	
En quin interval és còncava la funció? Per què?	
En quin interval és convexa la funció? Per què?	
Té algun punt d'inflexió? Quin? Per què?	

Clica sobre el botó



per fer un test amb preguntes del tema.

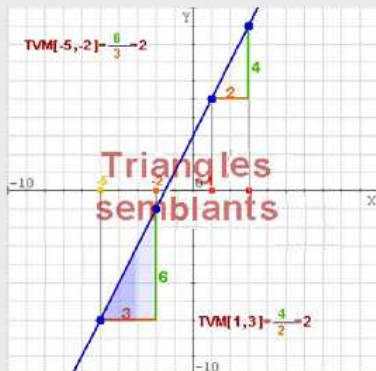
Clica



per anar a la pàgina següent.

### EXERCICIS

9. Calcula la taxa de variació mitjana de les funcions següents entre els punts indicats. Comprova en la figura que en les funcions la gràfica de les quals és una recta la TVM és constant.



a)  $y=2x+3$

b)  $y=0,5x+3$

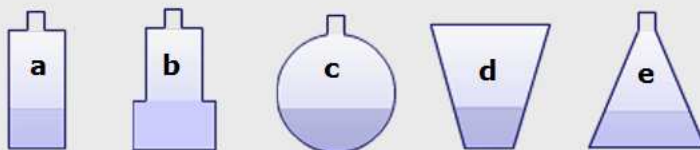
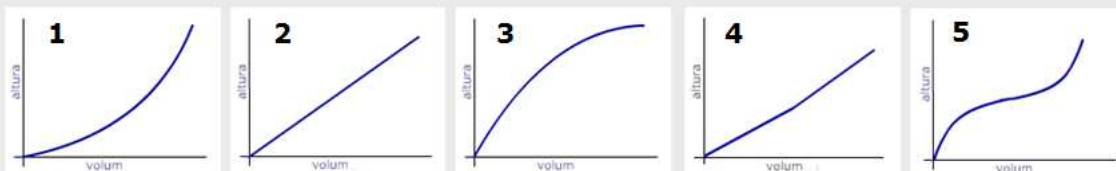
TVM[1,3]=

TVM[1,3]=

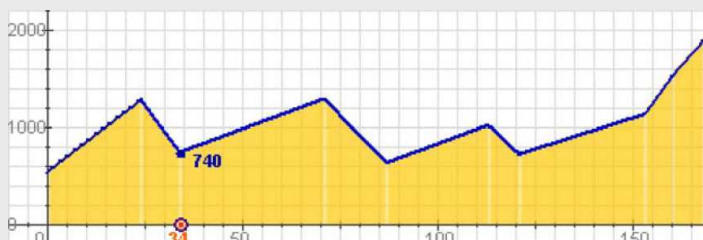
TVM[-5,-2] =

TVM[-3,0] =


10. Les gràfiques representen com s'omplen els diferents recipients. Quina gràfica correspon a cada un?



11. Recorda la funció que donava el "perfil" d'una etapa de la Vuelta, que vas veure al primer capítol. a) Escribe els intervals de creixement o decreixement. b) En quin punt quilomètric s'assoleixen els màxims relatius?, quin valor prenen?, i els mínims?. c) Hi ha màxim o mínim absolut?



km	0	24	34	71	87	113	121	153	160	168
alt	540	1280	740	1290	630	1020	720	1130	1520	1882

Clica  per anar a la pàgina següent.



## Recorda el més important – RESUM

### Funcions, domini i recorregut

Una <b>funció</b> és	El <b>domini</b> d'una funció és	El <b>recorregut</b> d'una funció és
----------------------	----------------------------------	--------------------------------------

<b>x</b> és la variable	<b>y</b> és la variable
-------------------------	-------------------------

### Continuïtat

Una funció és <b>contínua</b>	És <b>discontínua</b> en un punt si
-------------------------------	-------------------------------------

### Periodicitat

Una funció és <b>periòdica</b> si En aquest cas s'acompleix que $f(x) =$
---

### Simetries

Una funció és <b>simètrica parell</b> si ho és respecte a S'acompleix que $f(-x) =$	Una funció és <b>simètrica senar</b> si ho és respecte a S'acompleix que $f(-x) =$
--	---

### Taxa de variació

La <b>taxa de variació</b> d'una funció entre dos punts és	La <b>taxa de variació mitjana</b> en un interval és
--	--

### Monotonia

Una funció és <b>creixent</b> en un interval, quan donats dos punts qualssevol del mateix • Si $x_1 < x_2$ aleshores $f(x_1) < f(x_2)$	Una funció és <b>decreixent</b> en un interval, quan donats dos punts qualssevol del mateix • Si $x_1 < x_2$ aleshores $f(x_1) > f(x_2)$
---	---

### Extrems relatius

Una funció contínua en un punt $x=a$ , presenta un <b>màxim</b> relatiu, si a l'esquerra d'aquest punt és y a la dreta és	Una funció contínua en un punt $x=a$ , presenta un <b>mínim</b> relatiu, si a l'esquerra d'aquest punt és i la dreta és
--	--

### Concavitat i convexitat

Una <b>funció</b> és còncava si la gràfica s'obre cap	Una <b>funció</b> és convexa si la gràfica s'obre cap	Els punts del domini en els quals canvia la concavitat, s'anomenen
---	---	--

Clica per anar a la pàgina següent.



## Per practicar

Ara practicaràs resolent diferents EXERCICIS. En les següents pàgines trobaràs EXERCICIS de:

### Característiques i propietats de les funcions Interpretació de gràfiques

Completa l'enunciat amb les dades amb les quals apareix cada EXERCICI a la pantalla i després resol-lo.

És important que primer el resolguis tu i després comprovis amb l'ordinador si l'has fet bé.

### Característiques i propietats de les funcions

**Escriu la fórmula** (Fes al menys tres exercicis diferents)

1. Considera la funció que \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Escriu la seva expressió analítica i calcula la imatge de \_\_, \_\_ i \_\_. Calcula també els punts de tall amb els eixos.

--

2. Considera la funció que \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Escriu la seva expressió analítica i calcula la imatge de \_\_, \_\_ i \_\_. Calcula també els punts de tall amb els eixos.

--

3. Considera la funció que \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Escriu la seva expressió analítica i calcula la imatge de \_\_, \_\_ i \_\_. Calcula també els punts de tall amb els eixos.

--

**Calcula dominis** (Fes cinc exercicis diferents de cada un dels tipus que s'indiquen)

4. Calcula el domini de les següents funcions:

a)  $f(x) = x^2 +$  \_\_\_\_\_

--

b)  $f(x) =$  \_\_\_\_\_

--

c)  $f(x) = \sqrt{-}$  \_\_\_\_\_

--

d)  $f(x) = \sqrt{}$  \_\_\_\_\_

--

e)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{}}$  \_\_\_\_\_

--

**Continuïtat** (Fes al menys dos exercicis diferents del primer tipus i quatre del segon)

5. Estudia la continuïtat de les següents funcions:

a)  $f(x) = \text{_____}$

b)  $f(x) = \text{_____}$

6. Estudia la continuïtat de las següents funcions en el punt que s'indica:

a)  $f(x) = \begin{cases} x \\ x \end{cases}$  en  $x = \text{___}$

b)  $f(x) = \begin{cases} x \\ x \end{cases}$  en  $x = \text{___}$

c)  $f(x) = \begin{cases} x \\ x \end{cases}$  en  $x = \text{___}$

d)  $f(x) = \begin{cases} x \\ x \end{cases}$  en  $x = \text{___}$

**Parell o senar?** (Fes quatre exercicis diferents de cada un dels tipus que s'indiquen)

7. Estudia la simetria de les funcions:

a)  $f(x) = \text{_____}$

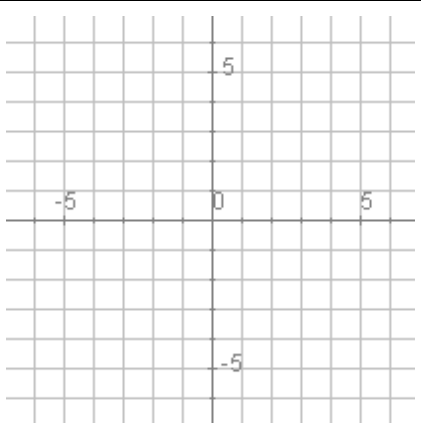
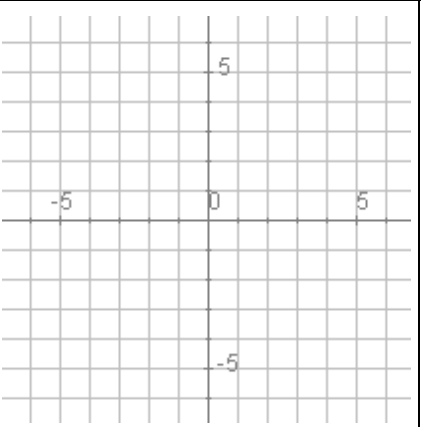
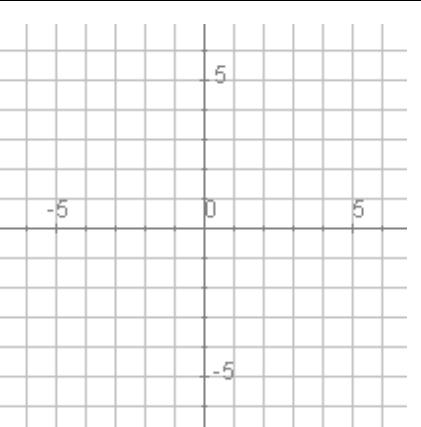
b)  $f(x) = \text{_____}$

c)  $f(x) = \sqrt{\text{_____}}$

d)  $f(x) = \text{_____}$

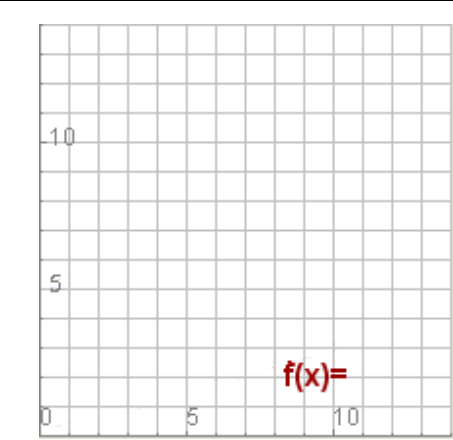
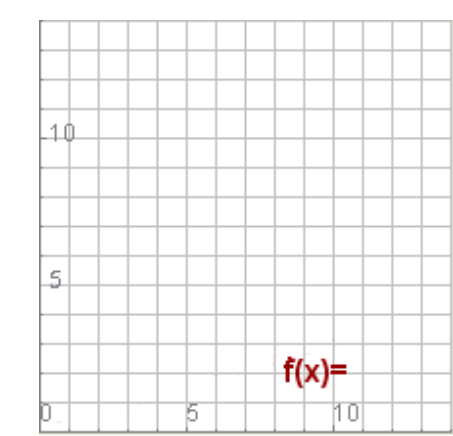
**Parell o senar?** (Fes tres exercicis diferents)

8. En cada cas la gràfica representa un tram o període d'una funció periòdica, representa altres trams, indica el període i calcula la imatge del punt d'abscissa que s'indica:

		
Període = $f( \quad ) =$	Període = $f( \quad ) =$	Període = $f( \quad ) =$

**Taxa de variació** (Fes dos exercicis diferents, un amb rectes i un altre amb corbes)

9. Calcula les TVM de les funcions corresponents a les gràfiques en els intervals  $[0,4]$  i  $[2,4]$ .

	TVM $[0,4]$ = _____  TVM $[2,4]$ = _____
	TVM $[0,4]$ = _____  TVM $[2,4]$ = _____

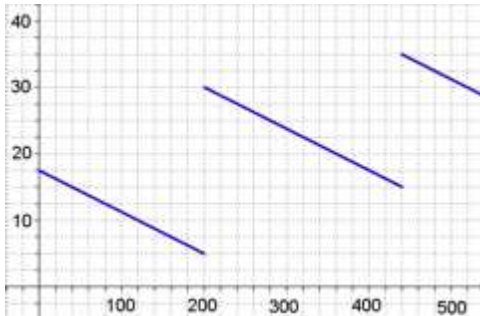
Clica per anar a la pàgina següent.



**Interpretació de gràfiques**

**Viatge per l'autovia**

**10.** El gràfic mostra com varia la benzina que hi ha al meu cotxe durant un viatge de 520 km per una autovia.



- a) Quanta benzina hi havia després de 240 km? En el dipòsit hi caben 40 litres, quan era ple més de mig dipòsit?
- b) En quantes benzineres vaig aturar-me? En quina benzineres vaig posar més benzina? Si no hagués parat, on m'hauria quedat sense benzina?
- c) Quanta benzina vaig gastar en els primers 200 km? Quanta en tot el viatge? Quanta benzina gasta el cotxe cada 100 km en aquesta autovia?

**Comparant el creixement**

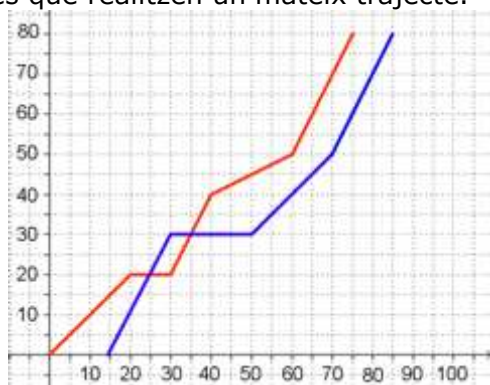
**11.** La Maria i en Jordi són dues persones més o menys normals. A la gràfica pots comparar com ha crescut el seu pes en el seus primers 20 anys.



- a) Quant pesava en Jordi als 8 anys? I la Maria als 12? Quant va superar en Jordi els 45 kg?
- b) A quina edat pesaven els dos el mateix? Quan pesava en Jordi més que la Maria? I la Maria més que en Jordi?
- c) Quin va ser la mitjana, en kg/any, d'augment de pes d'ambdós entre els 11 i els 15 anys? En quin període va créixer cada un més ràpidament?

**Dos cotxes**

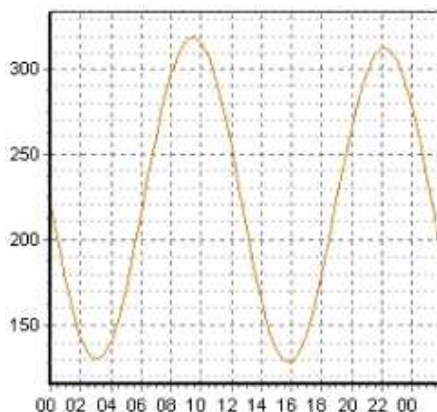
**12.** El gràfic proporciona l'espai recorregut per dos cotxes que realitzen un mateix trajecte.



- a) Quina és la distància recorreguda? Si el primer cotxe va sortir a les 10:00, a quina hora va sortir el segon? Quant els va costar a cada un fer el recorregut?
- b) Quant de temps i on van estar parats cada un dels cotxes? En quin km va avançar el segon al primer? I el primer al segon?
- c) Quina velocitat mitjana van portar en el trajecte total? En quin tram la velocitat de cada cotxe va ser més gran?

**Les mareas**

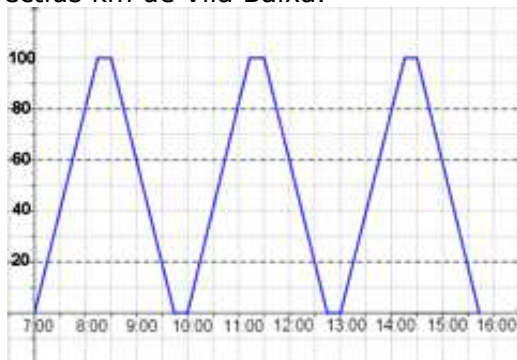
**13.** En el gràfic es representa l'altura del nivell del mar en el port de A Coruña al llarg del dia 17 de gener de 2008.



- a) A quina hora s'assoleixen els màxims? I els mínims? Quina altura assoleix el nivell del mar en cada cas?
- b) En quins intervals del dia la funció és creixent, és a dir, puja la marea? Entre quines hores el nivell del mar es manté per sobre dels 300 cm? I per sota dels 150 cm?
- c) Quin temps transcorre entre dos mareas altes consecutives? I entre dos mareas baixes també consecutives? A quina hora del dia següent es produirà la següent plenamar?

**Tren de rodalies**

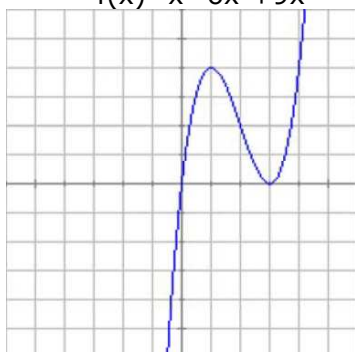
14. Vila Baixa i Vila Alta disten 100 km. El tren que uneix les dues ciutats realitza el trajecte en 1h 15 min, incloses les parades en els pobles Vint, Seixanta i Vuitanta, situats a aquests respectius km de Vila Baixa.



- a) A la gràfica està representat. Fes un quadre horari.
- b) En la temporada turística es pretén ampliar el servei amb més sortides de Vila Baixa a totes les hores en punt i de manera que l'últim tren surti de Vila Alta a les 15:30. Quants trens seran necessaris per aconseguir-ho? Fes un gràfic dels trajectes.
- c) Com només hi ha una via, en ampliar el servei, a quina distància de Vila Baixa ha de preveure la companyia de trens els encreuaments del tren que va amb el que torna? Quin serà ara l'horari?

**Gràfica i fórmula**

15. La gràfica següent correspon a la funció  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$



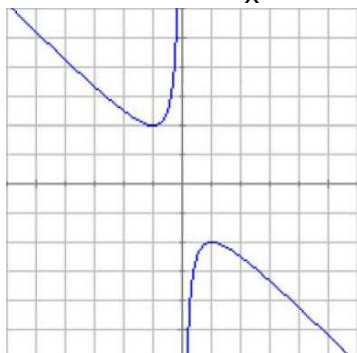
Calcula :

- a) El domini.
- b) Els punts de tall amb els eixos.

- c) Els valors de x per als quals la funció és positiva i negativa.
- d) Els intervals de creixement i decreixement.
- e) Els màxims i mínims.
- f) Quants punts d'inflexió té?
- g) Els intervals de concavitat i convexitat.

16. La gràfica següent correspon a la funció

$$f(x) = -\frac{x^2 + 1}{x}$$



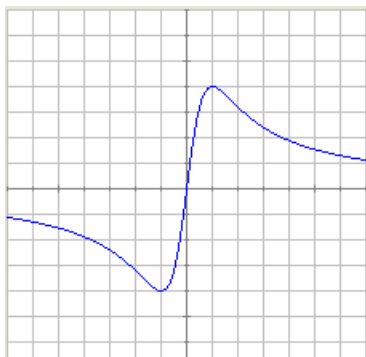
Calcula :

- a) El domini.
- b) Els punts de tall amb els eixos.

**Dos cotxes**

17. La gràfica següent correspon a la funció

$$f(x) = \frac{8x}{x^2 + 1}$$



Calcula :

- a) El domini.
- b) Els punts de tall amb els eixos.

- c) Els valors de x per als quals la funció és positiva i negativa.
- d) Els intervals de creixement i decreixement.
- e) Els màxims i mínims.
- f) Quants punts d'inflexió té?
- g) Els intervals de concavitat i convexitat.

- c) Els valors de x per als quals la funció és positiva i negativa.
- d) Els intervals de creixement i decreixement.
- e) Els màxims i mínims.
- f) Quants punts d'inflexió té?
- g) Els intervals de concavitat i convexitat.

Clica per anar a la pàgina següent.

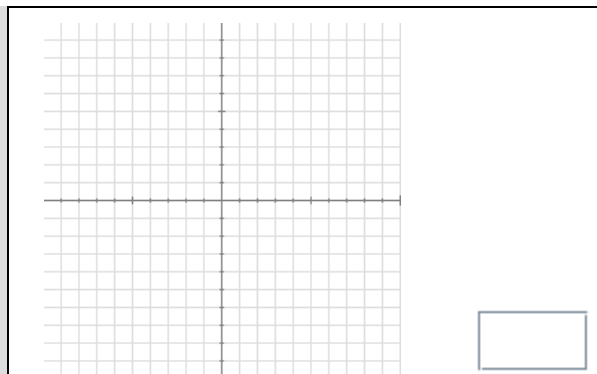
## Autoavaluació



**Completa aquí cada un dels enunciats que van apareixent a l'ordinador i resol-lo. Després introdueix el resultat per comprovar si la solució és correcta.**

1 Calcula la imatge de  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  en la funció:

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right.$$



2 Calcula el domini de la funció:

$$f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$\mathbb{R} - \{ \square, \square \}$

3 Quin dels punts següents:  $( \square, \square )$ ,  $( \square, \square )$ ,  $( \square, \square )$  no pertany a la gràfica de la funció  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$  ?

$( \square, \square )$

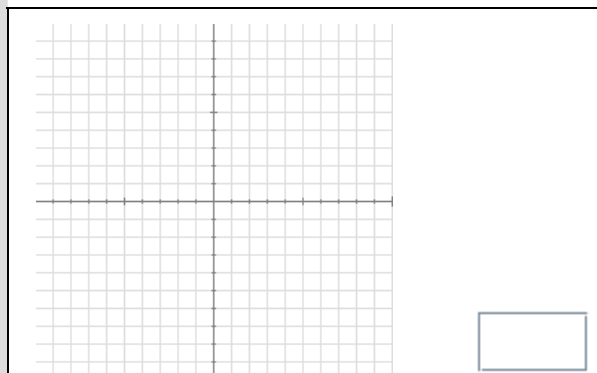
4 Calcula els punts de tall amb els eixos de coordenades de la recta  $y = \underline{\hspace{2cm}}$

OY:  $y = \square$

OX:  $x = \square$

5 Si  $y = f(x)$  és una funció \_\_\_\_\_ i  $f(\square) = \square$ , quant val  $f(\square)$ ?

6 La gràfica mostra el primer tram d'una funció periòdica de període \_\_\_\_\_ i expressió  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$  ( $0 \leq x < 5$ ). Calcula  $f(\square)$ .

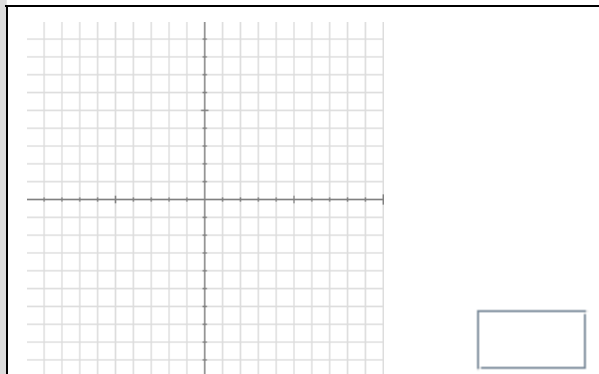


7 Esbrina el valor de a para que la funció sigui contínua en  $x = \_ \_ \_$ .

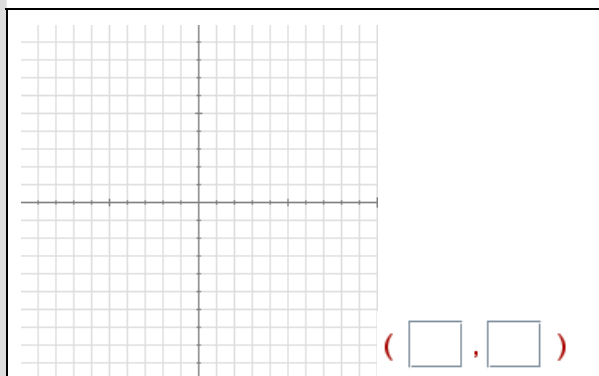
$$f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right.$$

8 Calcula la TVM[ , ] de la funció

$$f(x) =$$



9 Determina l'interval en què la funció de la gràfica és creixent.



10 Un ciclista surt d'un punt A cap un altre B distant \_\_\_\_\_ a una velocitat constant de \_\_\_\_\_. A la vegada un altre ciclista surt de B en direcció a A, a \_\_\_\_\_. Observa la gràfica i calcula a quants km del punt A es creuen en la carretera.

(Arrodoneix a les centèsimes)

