

12 Probabilidad

Contenidos

1. Experimentos aleatorios
Espacio muestral y sucesos
Técnicas de recuento
Operaciones con sucesos
Propiedades
2. Probabilidad
Probabilidad de un suceso
Regla de Laplace
Propiedades de la probabilidad
Probabilidad experimental
Simulación

Objetivos

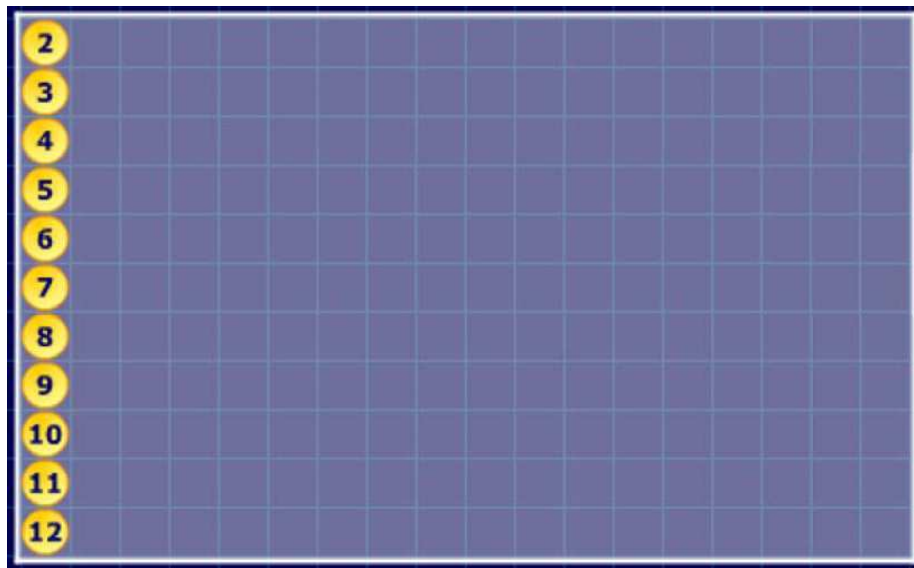
- Distinguir los experimentos aleatorios de los que no lo son.
- Hallar el espacio muestral y distintos sucesos de un experimento aleatorio.
- Realizar operaciones con sucesos.
- Determinar si dos sucesos son compatibles o incompatibles.
- Calcular la probabilidad de un suceso mediante la regla de Laplace.
- Calcular probabilidades mediante la experimentación.
- Conocer y aplicar las propiedades de la probabilidad.

Antes de empezar

Investiga jugando

Se tiran dos dados, la ficha cuyo número coincide con la suma de los resultados avanza una casilla. Se vuelven a tirar los dados hasta que una ficha llegue al final, ¿por cuál apostarías?

Antes de practicar con la escena, contesta la siguiente pregunta: ¿tienen todas las fichas la misma probabilidad de ganar?



Ahora practica con la escena para ver si tu respuesta es correcta.


Investiga por qué gana casi siempre la misma ficha. Te damos algunas preguntas para dirigir tu investigación.

¿Por qué no hay ninguna ficha con el 1?

¿Qué tiene que ocurrir para que avance la ficha con el número 2?

¿Y para que avance la ficha con el número 3?

Pulsa en el botón  para ver un video.

Pulsa  para ir a la página siguiente.

1. Experimentos aleatorios

1.a. Espacio muestral y sucesos


Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO 1. Define:

EXPERIMENTO ALEATORIO:	
EXPERIMENTO DETERMINISTA:	

EJERCICIO 2. Completa:

- El _____ es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. Se suele designar con la letra _____.
- Cada uno de estos posibles resultados se llama _____.
- Llamaremos _____ a cualquier subconjunto del espacio muestral.
- El mismo espacio muestral es un suceso llamado _____ y el conjunto vacío, \emptyset , es el _____.

Cuando hayas comprendido bien los conceptos ... Pulsa en  para hacer un ejercicio.

EJERCICIO

1. Indica cuáles de los siguientes experimentos son aleatorios y en caso afirmativo halla su espacio muestral:
 - a) Extraer una carta de una baraja española y anotar el palo.
 - b) Pesar un litro de aceite.
 - c) Medir la hipotenusa de un triángulo rectángulo conocidos los catetos.
 - d) Elegir sin mirar una ficha de dominó.
 - e) Averiguar el resultado de un partido de fútbol antes de que se juegue.
 - f) Sacar una bola de una bolsa con 4 bolas rojas.
 - g) Sacar una bola de una bolsa con 1 bola roja, 1 verde, 1 azul y 1 blanca.
 - h) Lanzar al aire una moneda y observar el tiempo que tarda en llegar al suelo.

Usa la escena para repasar los conceptos que has visto. Prueba con los distintos experimentos aleatorios.

Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.b. Técnicas de recuento

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.


EJERCICIO. Completa:

Se llaman experimento compuesto al formado por _____
_____.

En estos casos el espacio muestral se puede obtener utilizando alguna de estas técnicas:

- Tabla _____.
- Diagrama _____.

Si el primer experimento tiene ___ resultados distintos y el segundo ____, el número de resultados del experimento compuesto es _____.

Cuando hayas comprendido los conceptos ... Pulsa en  para hacer unos ejercicios.

EJERCICIO

2. Calcula las posibilidades mediante un diagrama de árbol:
 - a) En un equipo de fútbol-sala disponen para jugar de pantalones blancos o negros, y de camisetas rojas, azules o verdes. ¿De cuántas maneras se pueden vestir para un partido?
 - b) Se tira una moneda y un dado, ¿cuáles son los resultados posibles?
 - c) Se tira una moneda, si sale cara se saca una bola de la urna A que contiene una bola roja, una azul y una verde; y si sale cruz se saca de la urna B en la que hay una bola roja, una azul, una blanca y una negra. Escribe los posibles resultados.
 - d) Marta y María juegan un campeonato de parchís, vence la primera que gane dos partidas seguidas o tres alternas. ¿De cuántas maneras se puede desarrollar el juego?

Realiza el ejercicio sobre el *lanzamiento de dos dados* en la pestaña "tabla de doble entrada" de la escena. Cuando lo hayas hecho correctamente, observa en la pestaña "diagrama de árbol" cómo se pueden representar todos los resultados posibles del experimento *lanzar una moneda 3 veces* usando un diagrama de árbol.

Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.c. Operaciones con sucesos

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO. Completa:

Dados dos sucesos A y B de un espacio muestral E, llamaremos:

- Suceso **contrario** de A _____.
- Suceso **unión** de A y B _____.
- Suceso **intersección** de A y B _____.
- Sucesos **incompatibles** _____.

Utiliza la escena para ver diferentes sucesos y operaciones con ellos, de los experimentos aleatorios "tirar un dado" y "extraer una bola".

EJERCICIO de Refuerzo

a) En el experimento aleatorio "tirar un dado", describe los sucesos:

- A : "salir impar" = { _____ }
- B : "salir mayor que 4" = { _____ }
- $A \cap B$ = { _____ }
- $A \cup B$ = { _____ }
- \bar{A} = { _____ }
- $\bar{A} \cap B$ = { _____ }

Cuando hayas comprendido los conceptos ... Pulsa en para hacer unos ejercicios.

EJERCICIO

3. Considera el experimento aleatorio de extraer una carta de la baraja.

Expresa con uniones e intersecciones de A y de B, o con el contrario, los siguientes sucesos:

a) A="salir figura"	B="salir bastos"	"Que salga figura o sea de bastos"
b) A="salir un rey"	B="salir copas"	"Salir copas pero que no sea rey"
c) A="salir un as"	B="salir oros"	"Que no salga un as ni de oros"
d) A="salir un rey"	B="salir espadas"	"Salir el rey de espadas"

Cuando acabes ... Pulsa para ir a la página siguiente.

1.d. Propiedades de las operaciones con sucesos

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO 1. Completa:

La unión e intersección de sucesos y el suceso contrario cumplen:

- La unión de un suceso y su contrario es _____.
- La intersección de un suceso y su contrario es _____.
- El contrario de \bar{A} es ___.
- El contrario de la unión de dos sucesos es _____.
- El contrario de la intersección de dos sucesos es _____.

EJERCICIO 2: Completa:



$$A \cup \bar{A} = \quad A \cap \bar{A} = \quad \bar{\bar{A}} =$$

$$\overline{A \cup B} = \quad \overline{A \cap B} =$$

Practica con la escena. Pulsando sobre los distintos sucesos podrás comprobar cuáles son iguales.

Cuando hayas comprendido los conceptos ... Pulsa en  para hacer unos ejercicios.

EJERCICIO

4. Se extraen dos cartas de la baraja y se mira el palo. Indica cuál, a, b ó c, es el suceso contrario a S.

S = "Las dos son de oros" a) "Ninguna es de oros"
 b) "Al menos una es de oros"
 c) "Al menos una no es de oros"

S = "Ninguna es de copas" a) "Las dos son de copas"
 b) "Al menos una es de copas"
 c) "Al menos una no es de copas"

Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

2. Probabilidad

2.a. Probabilidad de un suceso

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO 1:

Dado un suceso S ,

¿qué indica la probabilidad de S ? _____

¿qué significa que dicha probabilidad esté próxima a 1? _____

¿Cuál es la probabilidad del suceso seguro? _____

¿Qué es la frecuencia relativa? _____

¿Qué establece la **ley de los grandes números**? _____

Practica con la escena para ver las frecuencias de dos experimentos aleatorios; el resultado obtenido al lanzar un dado y la puntuación más alta al lanzar dos dados.

EJERCICIO 2:

En el experimento "lanzar un dado", ¿qué valor asignarías a la probabilidad de que salga un 4? _____

En el experimento "lanzar dos dados", ¿qué valor asignarías a la probabilidad de que el mayor de los números obtenidos sea un 4? _____

Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

2.b. Regla de Laplace

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO 1. Define:

Sucesos equiprobables: _____

Experimento regular: _____

EJERCICIO 2. Completa:

 $P(A) =$ _____

Practica la regla de Laplace con la escena de este apartado. En la escena tienes tres experimentos para practicar: la extracción de una bola de una urna, el lanzamiento de dos dados para elegir la puntuación mayor y el lanzamiento de 3 monedas.

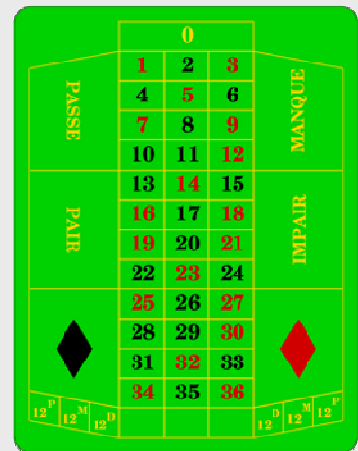
Cuando hayas comprendido los conceptos ... Pulsa en  para hacer unos ejercicios.

EJERCICIO

5. La ruleta es un conocido juego de los casinos. Consiste en una rueda equilibrada, dividida en 37 casillas numeradas del 0 al 36. El 0 es de color verde y si sale gana la banca. Hay diferentes tipos de apuestas, a un número sólo, a "par" o a "impar", a "rojo" o a "negro", a "passe" ($n^o > 18$) o a "falte" ($n^o < 18$), a una columna, ...

Calcula las siguientes probabilidades:

- a) $P(17) =$
- b) $P(\text{"impar"}) =$
- c) $P(\text{"2ª columna"}) =$
- d) $P(\text{"par y rojo"}) =$
- e) $P(\text{"impar y falte"}) =$
- f) $P(\text{"rojo"}) =$



Quando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

2.c. Propiedades de la probabilidad

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO:


Escribe las 3 propiedades fundamentales de la probabilidad:

- _____
- _____
- _____

Escribe 2 propiedades de la probabilidad que se deducen de las anteriores:

- _____
- _____

Observa en la escena el uso de las propiedades de la probabilidad.

Pulsa en  para hacer unos ejercicios.

EJERCICIO

6. En la última evaluación, en mi clase aprobaron las Matemáticas el 67% y el Inglés el 63%, el 38% aprobaron las dos asignaturas. Elegido un estudiante de la clase al azar, calcula la probabilidad de que:

- a) Haya aprobado alguna de las dos.
- b) No haya aprobado ninguna de las dos.
- c) Haya aprobado sólo las Matemáticas.
- d) Haya aprobado sólo una de las dos.

Quando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

2.d. Probabilidad experimental

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.


EJERCICIO. Completa:

La ley de Laplace nos permite calcular la probabilidad de _____, pero si la experiencia es irregular desconocemos la probabilidad de cada uno de los casos, entonces es preciso recurrir a _____.

La probabilidad **experimental** es la probabilidad asignada a un suceso mediante el cálculo de la _____ del mismo al repetir el experimento muchas veces.

Cuanto mayor es el número de pruebas realizadas más se aproxima el valor obtenido al valor desconocido de la _____. El número de pruebas a realizar dependerá del experimento y del nº de sus _____.

Observa en la escena dos ejemplos de experimentos irregulares y cómo repitiéndolos muchas veces las frecuencias relativas se estabilizan y se aproximan a la probabilidad teórica.

Pulsa en  para hacer unos ejercicios.

EJERCICIO

7. Al tirar una chincheta puede caer con la punta hacia arriba o hacia abajo. Para averiguar la probabilidad de cada uno de estos sucesos, se ha realizado el experimento muchas veces obteniendo los resultados dados en la tabla. A la vista de ellos, ¿qué probabilidad asignarías al suceso "caer con la punta hacia abajo"?

Nº de tiradas	10	50	100	500	1000
Punta hacia arriba	7	29	65	337	668



Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.


2.e. Simulación de experimentos

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO. Contesta:

¿En qué consiste la simulación de experimentos aleatorios? _____

¿Qué ocurre al pulsar la tecla RAND (RAN#, RANDOM...) de tu calculadora? _____

Practica la simulación con la aplicación que tienes bajo la explicación teórica. Introduce números entre 0 y 1 y pulsa el botón  para ver cómo la aplicación transforma tu número en un lanzamiento del dado.

Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.



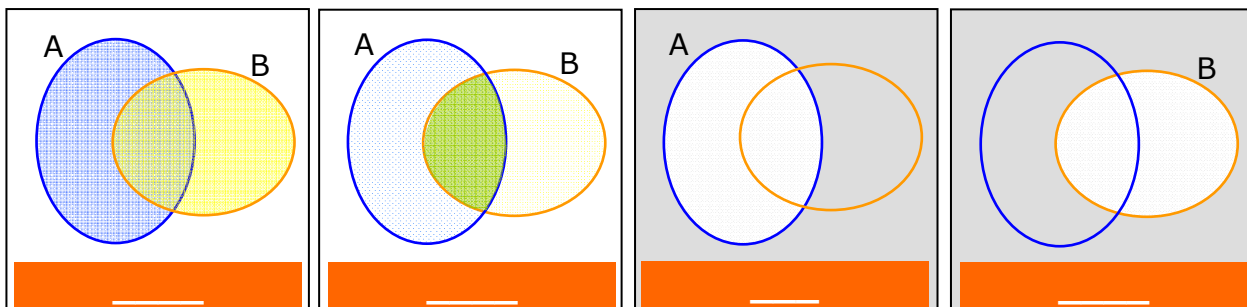
Recuerda lo más importante – RESUMEN

Espacio muestral y sucesos

- _____, el que no se puede predecir el resultado.
- **Espacio muestral** conjunto de todos los _____.
- Llamaremos **suceso** a _____ del espacio muestral.
- Sucesos _____ si no se pueden realizar a la vez.

Operaciones con sucesos

- Suceso _____ de A y B, $A \cup B$, es el que ocurre cuando ocurre A o B, alguno de los dos.
- Suceso **intersección** de A y B, $A \cap B$, suceso que ocurre cuando _____.
- Suceso **contrario** de A al que ocurre cuando _____, lo indicaremos \bar{A} .



Calcular probabilidades

- En experimentos regulares, cuando los sucesos elementales son equiprobables, con la **Regla de Laplace**.

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}}$$

- Si el experimento no es regular se recurre a la _____, tomando la probabilidad de A como su frecuencia _____ al repetir el experimento muchas veces.

Propiedades de la probabilidad

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(E) = 1$, $P(\emptyset) = 0$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- Probabilidad de la unión
 - A y B incompatibles: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
 - A y B compatibles: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Pulsa para ir a la página siguiente



Para practicar

En esta unidad encontrarás **Ejercicios de sucesos, regla de Laplace y propiedades de la probabilidad y Problemas con probabilidades**. Haz al menos uno de cada clase y una vez resuelto comprueba la solución.

Ejercicios de sucesos, regla de Laplace y propiedades de la probabilidad

ESPACIO MUESTRAL Y SUCESOS

1. Elegimos una ficha de dominó al azar,

a) Describe los sucesos:

A="sacar _____"

B="sacar _____"

b) Escribe $A \cup B$ y $A \cap B$.

2. Escribe el espacio muestral del experimento resultante de tirar 3 monedas. Considera los sucesos:

A="Salir _____"

B="Salir _____"

Escribe $A \cup B$, $A \cap B$ y el suceso contrario de B.

3. En una urna hay 15 bolas numeradas del 1 al 15, se extrae una de ellas; considera los sucesos:

A="Sacar _____"

B="Sacar _____"

Escribe $A \cup B$ y $A \cap B$.

4. Lanzamos un dado dodecaédrico y anotamos el nº de la cara superior. Describe los sucesos:

A="Sacar _____"

B="Sacar _____"

Escribe $A \cap B$, $A \cap \bar{B}$ y $\bar{A} \cap \bar{B}$.



REGLA DE LAPLACE

5. En una caja hay ___ bolas rojas, ___ verdes y ___ azules. Se extrae una bola y se anota el color, calcula la probabilidad de que sea _____.

6. Se elige al azar un nº entre los primeros ___ naturales (a partir del 1). Calcula la probabilidad de los sucesos:

A="salir un nº mayor que ___ y menor que ___".

B="Salir un cuadrado perfecto"

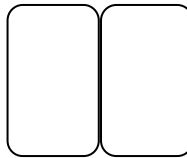
7. De una baraja de 40 (española) se extrae una carta, calcula la probabilidad de los sucesos:

A="Salir _____"

B="No salir _____"

8. Lanzamos dos dados y nos fijamos en la _____ de las puntuaciones. Calcula la probabilidad de que sea un _____.

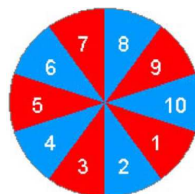
9. Encima de la mesa tenemos las cartas de una baraja que aparecen abajo, sacamos otra carta y nos fijamos en su número, calcula la probabilidad de que la suma de los números de las tres cartas sea 15.



10. Extraemos una ficha de dominó, calcula la probabilidad de que la suma de los puntos sea menor que _____.

11. Con un _____, un _____ y un _____, formamos todos los números de tres cifras posibles, si elegimos uno de estos al azar, calcula la probabilidad de que acabe en _____.

12. Al girar la ruleta de la figura, calcula la probabilidad de que salga _____ y mayor que _____.



PROPIEDADES DE LA PROBABILIDAD

13. La probabilidad de un suceso es _____, calcula la del suceso contrario.

14. La probabilidad de un suceso A es $P(A)=$ _____, la de otro suceso B es $P(B)=$ _____ y la de la intersección de ambos es $P(A \cap B)=$ _____. Calcula la probabilidad de $A \cup B$.

15. Considera dos sucesos A y B de un experimento aleatorio. Si $P(A)=$ ____; $P(A \cup B)=$ _____ y $P(A \cap B)=$ ____; calcula $P(\bar{B})$.

16. Un dado está trucado de manera que la probabilidad de sacar un nº _____ es _____; además $P(1)=P(3)=P(5)$. Calcula la probabilidad de sacar un ____.

Problemas con probabilidades

EN LA REUNIÓN

17. A una reunión asisten ____ hombres y ____ mujeres. La mitad de los hombres y la cuarta parte de las mujeres tienen 40 años o más. Elegida una persona al azar calcula la probabilidad de que sea _____.

Sugerencia: completa la tabla.

	40 o más	<40	
HOMBRE			
MUJER			

MENÚ DEL DÍA

18. En un restaurante ofrecen un menú que consta de primer plato a elegir entre ensalada, pasta o legumbres; un segundo plato a elegir entre carne o pescado; y postre a elegir entre fruta o helado. Ana elige su menú al azar, ¿qué probabilidad hay de que coma "_____"?

Sugerencia: haz un diagrama de árbol para ver de cuántas formas se puede elegir el menú.

FÚTBOL O BALONCESTO

19. En un instituto el ___% de los estudiantes son aficionados al fútbol y el ___% lo son al baloncesto. Hay un ___% que son aficionados a ambos deportes. Calcula la probabilidad de que elegido un estudiante al azar no sea aficionado al fútbol ni al baloncesto.

Sugerencia: usa diagramas.

MONEDAS DEL BOLSILLO

20. Llevo en el bolsillo 2 monedas de 50 céntimos, dos de 20 céntimos y dos de 10 céntimos. También llevo un agujero por el que se me caen dos y las pierdo. Calcula la probabilidad de haber perdido _____.

Sugerencia: haz una tabla de doble entrada.

FALTAN CARTAS

21. He perdido algunas cartas de una baraja. Si de entre las que me quedan saco una al azar, la probabilidad de que sea de _____ es _____, de que sea _____ es _____ y de que sea _____ o de _____ es _____. ¿Está el _____ entre las cartas que me quedan?

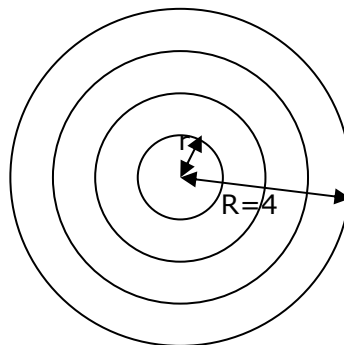
Sugerencia: calcula la probabilidad del suceso intersección.

LAS GRULLAS DE LA LAGUNA

22. A un humedal llegan todos los años bandadas de grullas en su camino a zonas cálidas. Para observar cuántas hay, se ha capturado y anillado una muestra de ___ grullas. Posteriormente se observan ___ de las que ___ llevan anilla, ¿cuántas grullas estimaremos que hay?

DAR EN LA DIANA

23. Se supone que la probabilidad de acertar al tirar un dardo en cualquier punto de la diana es la misma. Calcula la probabilidad de acertar en la zona de color _____.



Pulsa para ir a la página siguiente

Autoevaluación



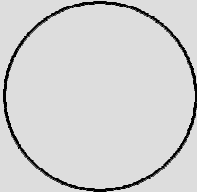
Completa aquí cada uno de los enunciados que van apareciendo en el ordenador y resuélvelo, después introduce el resultado para comprobar si la solución es correcta.

1 Escribimos cada una de las letras de la palabra _____ en un papel y sacamos una al azar. Escribe el suceso "salir vocal".

2 Escribe el suceso contrario del calculado en ejercicio anterior.

3 En una bolsa hay 100 bolas numeradas del 0 al 99. Se extrae una al azar, calcula la probabilidad de que en sus cifras esté el ____.

4 En una bolsa hay ____ bolas rojas, ____ bolas verdes y ____ azules. Se saca una bola al azar, calcula la probabilidad de que _____.

5  Calcula la probabilidad de rojo en la ruleta de la figura.

6 Se saca una carta de una baraja de 40, calcula la probabilidad de que sea de ____ o un ____.

7 Si A y B son dos sucesos tales que $P(A)=$ ____, $P(B)=$ ____ y $P(A \cap B)=$ ____. Calcula $P(A \cup B)$.

8 Los resultados de un examen realizado por dos grupos de 3^o ESO se muestran en la tabla adjunta. Seleccionado un estudiante al azar calcula la probabilidad de que sea del grupo ____ y _____.

	aprueban	suspenden
Grupo A		
Grupo B		

9 Un dado cúbico está trucado de manera que la probabilidad de sacar un _____ es _____ veces la probabilidad de cualquiera de las otras caras. Calcula la probabilidad de obtener un _____.

10 Se lanzan una moneda y un dado, calcula la probabilidad de que salga _____ y n^o _____.

No olvides visitar el enlace [Para saber más](#) para ampliar tus conocimientos.