



Progressions

Continguts

1. Successions
Definició. Regla de formació
Terme general
2. Progressions Aritmètiques
Definició
Terme general
Suma de n termes
3. Progressions Geomètriques
Definició
Terme general
Suma de n termes
Suma de tots els termes
Producte de n termes
4. Aplicacions
Interpolació
Interès Compost
Resolució de problemes

Objectius

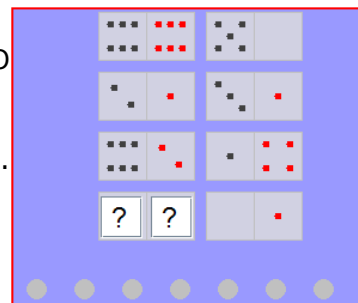
- Reconèixer una successió de nombres.
- Reconèixer i distingir les progressions aritmètiques i geomètriques.
- Calcular el terme general d'una progressió aritmètica i geomètrica.
- Trobar la suma dels termes d'una progressió aritmètica finita i geomètrica finita o infinita.
- Trobar el producte dels termes d'una progressió geomètrica finita.
- Resoldre problemes amb l'ajuda de les progressions.
- Resoldre problemes d'interès compost.

Abans de començar

Per començar es proposa un joc en què has d'esbrinar quina es la fitxa que falta a cada seqüència de fitxes de dominó

TROBA EL DOMINÓ QUE FALTA I PREM INTRO

Hi ha 10 propostes diferents.



Quan acabis ... Clica  per anar a la pàgina següent.

1.- Successions

1.a. Definició. Regla de formació

Llegeix el text de la pantalla.

Respon:

Què és una successió? _____

Com s'anomena cada element de la successió? _____

Com s'anomena el criteri a partir del qual es determinen els termes d'una successió?

A l'escena tens exemples per veure les regles de formació de successions. Llegeix detingudament els exemples i completa'n dos en els quadres següents.

Exemple 1

Successió: _____

Regla de formació:

Termes: $a_1 =$ $a_2 =$ $a_3 =$ $a_4 =$ $a_5 =$
--

Exemple 2

Successió: _____

Regla de formació:

Termes: $a_1 =$ $a_2 =$ $a_3 =$ $a_4 =$ $a_5 =$
--

Després... Clica el botó  per fer exercicis.

Els següents exercicis són similars als d'aquesta escena.

EXERCICIS de Reforç

- A.** Escribe la regla de formación de la siguiente sucesión:
 - a) 9, 11, 14, 18, ...
 - b) 7, -21, 63, -189, ...
 - c) -8, 34, -134, 538, ...
 - d) -729, -243, -81, -27, ...
- B.** Escribe los 4 primeros términos de una sucesión si el primer término es -4, y la regla de formación es: Cada término es igual al anterior más 4.
- C.** Escribe los 4 primeros términos de una sucesión si el primer término es -9, y la regla de formación es: Cada término es igual al anterior por 2 más 4.
- D.** Escribe los 4 primeros términos de una sucesión si el primer término es -6, y la regla de formación es: Cada término es igual al anterior por 5 más 4.
- E.** Escribe los 4 primeros términos de una sucesión si el primer término es 9, y la regla de formación es: Cada término es igual al anterior por 4.

Clica per anar a la pàgina següent.

1.b. Terme general

Llegeix el text de la pantalla i respon:

Quina posició ocupa el terme general d'una successió? _____.

A l'escena tens exemples sobre "Terme general" de successions. Llegeix detingudament els exemples i completa'n dos en els quadres següents.

Exemple 1

Successió: _____

Regla de formació:

Terme general:

$a_n =$

Termes:

$a_1 =$

$a_2 =$

$a_3 =$

$a_4 =$

$a_5 =$

Exemple 2

Successió: _____

Regla de formació:

Terme general:

$a_n =$

Termes:

$a_1 =$

$a_2 =$

$a_3 =$

$a_4 =$

$a_5 =$

Després...

Clica el botó



per fer exercicis.

Els següents exercicis de càlcul dels primers termes d'una successió a partir del seu terme general, són similars als d'aquesta escena:

EXERCICIS de Reforç

Escriu els 4 primers termes de cadascuna de les següents successions:

- a) $a_n = 9n$
- b) $a_n = -3n - 7$
- c) $a_n = 5n^2 + 9$
- d) $a_n = -9n^2 + 6$
- e) $a_n = 4^{n-1}$
- f) $a_n = 3^{-n+5}$

EXERCICIS

1. El primer terme d'una successió és 4. Escriu-ne els quatre primers termes si: "Cada terme és igual a l'anterior més el lloc que ocupa":
2. Escriu la regla de formació de la següent successió: 3, 8, 13, 18, ...
3. Escriu els cinc primers termes de la successió formada pels quadrats dels nombres naturals.
4. Calcula els 4 primers termes de la successió de terme general: $a_n = \frac{n}{n+1}$
5. Escriu els 5 primers termes d'una successió, la regla de formació de la qual és: "Cada terme és la suma dels dos anteriors" $a_1 = 3$ i $a_2 = 7$
6. Escriu el terme general d'aquestes successions:
 - a) 2, 3, 4, 5, 6,
 - b) 2, 4, 8, 16, 32,

Clica per anar a la pàgina següent.

2.- Progressions Aritmètiques

2.a. Definició

Llegeix el text de la pantalla i completa:

Una **progressió aritmètica** és _____

_____.

Si $d > 0$, els nombres són _____, es diu que la progressió és _____

Si $d < 0$, els nombres són _____, es diu que la progressió és _____

A l'escena tens exemples per veure les regles de formació de progressions aritmètiques. Llegeix detingudament els exemples i completa'n dos en els requadres següents:

Exemple 1

Progressió: _____

Regla de formació:

Termes:

$$a_2 = a_1 + \quad = \quad + \quad =$$

$$a_3 = a_2 + \quad = \quad + \quad =$$

$$a_4 = a_3 + \quad = \quad + \quad =$$

$$a_5 = a_4 + \quad = \quad + \quad =$$

$$a_6 = a_5 + \quad = \quad + \quad =$$

La diferència és: $d =$

La progressió és _____

Exemple 2

Progressió: _____

Regla de formació:

Termes:

$$a_2 = a_1 + \quad = \quad + \quad =$$

$$a_3 = a_2 + \quad = \quad + \quad =$$

$$a_4 = a_3 + \quad = \quad + \quad =$$

$$a_5 = a_4 + \quad = \quad + \quad =$$

$$a_6 = a_5 + \quad = \quad + \quad =$$

La diferència és: $d =$

La progressió és _____

Després... Clica el botó  per fer exercicis.

Els següents exercicis són similars als d'aquesta escena:

EXERCICIS de Reforç

A. Escribe el següent terme de la progressió aritmètica:

- a) 0, -2, -4, -6, ...
- b) 14, 7, 0, -7, ...
- c) -4, 5, 14, 23, ...
- d) 11, 6, 1, -4, ...

B. Raona si la següent progressió aritmètica és creixent o decreixent:


- a) 3, 4, 5, 6, ...
- b) -2, -7, -12, -17, ...
- c) -3, -6, -9, -12, ...
- d) -2, -1, 0, 1, ...

C. Raona si la següent successió és una progressió aritmètica:

- a) 2, 5, 8, 11, ...
- b) 1, -6, -13, -20, ...
- c) 11, 8, 5, 2, ...
- d) 9, 3, -3, -9, ...

D. Escribe la regla de formació de la següent progressió aritmètica:

- a) 4, 8, 12, 16, ...
- b) 2, -2, -6, -10, ...
- c) 16, 9, 2, -5, ...
- d) -6, -3, 0, 3, ...

Clica  per anar a la pàgina següent.

2.b. Terme general

Llegeix el text de la pantalla. Fixa't en el procés que se segueix per obtenir el terme general d'una progressió aritmètica i completa la fórmula en el requadre:

El **terme general** d'una **progressió aritmètica** és

a_1 és _____ i d és _____

A l'escena tens exemples de càlcul del terme general. Completa'n dos en els següents requadres:

Exemple 1

Progressió: _____

 El primer terme és: $a_1 =$ _____

 La diferència és: $d =$ _____

El terme general és:

 $a_n =$ _____

Exemple 2

Progressió: _____

 El primer terme és: $a_1 =$ _____

 La diferència és: $d =$ _____

El terme general és:

 $a_n =$ _____

Després... Clica el botó per fer exercicis.

Els següents exercicis són similars als d'aquesta escena:

EXERCICIS de Reforç

- A.** En una progressió aritmètica, el terme 9 és 31 i la diferència és 4. Troba el terme general.
- B.** En una progressió aritmètica, el terme 8 és 35 i el terme 18 és 105. Troba el terme general.
- C.** Troba el terme general de la progressió aritmètica: 2, -6, -14, -22, ...
- D.** En una progressió aritmètica, el terme 10 és 43 i la diferència és 5. Troba el terme general.
- E.** En una progressió aritmètica, el terme 4 és 1 i el terme 19 és -44. Troba el terme general.
- F.** Troba el terme general de la progressió aritmètica: -1, -8, -15, -22, ...
- G.** En una progressió aritmètica, el terme 10 és -46 i la diferència és -6. Troba el terme general.
- H.** En una progressió aritmètica, el terme 4 és -1 i el terme 23 és 56. Troba el terme general.
- I.** Troba el terme general de la progressió aritmètica: 12, 4, -4, -12, ...

Clica per anar a la pàgina següent.

2.c. Suma de n termes

Llegeix el text de la pantalla. Fixa't en l'explicació en què s'arriba a la fórmula per calcular la suma dels n primers termes d'una progressió aritmètica.

Observa que hi ha un enllaç: "Per veure com s'obté la fórmula fes "clic" **aquí**" que obre una finestra amb una explicació més detallada de l'obtenció de la fórmula.

Completa:

La **suma** dels n primers termes d'una **progressió aritmètica** és

a_1 és _____, a_n és _____, i n és _____

A l'escena tens exemples sobre "Suma dels termes" i "termes equidistants" de progressions aritmètiques. Llegeix detingudament i completa'n dos en els següents requadres:

Exemple 1

Termes equidistants:

Observem que la suma dels termes equidistants és la mateixa:

$a_1 +$ =

$a_2 +$ =

$a_3 +$ =

$a_4 +$ =

$a_5 +$ =

...

Suma dels n termes:

Hi ha ____ termes	
El primer és: ____	S =
L'últim és: ____	

Exemple 2

Termes equidistants:

Observem que la suma dels termes equidistants és la mateixa:

$a_1 +$ =

$a_2 +$ =

$a_3 +$ =

$a_4 +$ =

$a_5 +$ =

...

Suma dels n termes:

Hi ha ____ termes	
El primer és: ____	S =
L'últim és: ____	

Després... Clica el botó per fer exercicis.

Resol uns quants exercicis dels que es proposen a l'escena.


Quan hagi practicat suficientment, fes els que es proposen en el següent requadre que són similars als d'aquesta escena.

EXERCICIS de Reforç

- A.** Calcular la suma dels primers 22 múltiples de 4.
- B.** Calcular la suma dels 800 primers termes de la successió: -9, -7, -5, -3, -1, ...
- C.** Calcular la suma dels termes d'una progressió aritmètica de diferència -4 sabent que el primer és 3 i l'últim és -45.
- D.** Calcular la suma dels 300 primers termes de la successió: 10, 8, 6, 4, 2, ...
- E.** Calcular la suma dels múltiples de 4 compresos entre 10 i 650.
- F.** Calcular la suma dels termes d'una progressió aritmètica de diferència -2 sabent que el primer és -5 i l'últim és -23.
- G.** Calcular la suma dels múltiples de 7 compresos entre 22 i 3032.
- H.** Calcular la suma dels 43 primers termes de la successió: 3, 1, -1, -3, -5, ...
- I.** Calcular la suma dels termes d'una progressió aritmètica de diferència 2 sabent que el primer és -8 i l'últim és 28.

EXERCICIS

- 7.** Determina la diferència de les següents progressions aritmètiques:
 - a) 1, 4, 7, 10, 13, ...
 - b) 8, 6, 4, 2, 0, ...
 - c) 2, 6, 10, 14, 18, ...
- 8.** Escribe el terme general de les següents progressions aritmètiques:
 - a) 4, 6, 8, 10, ...
 - b) 3, -1, -5, -9, ...
 - c) 5, 8, 11, 14, ...
- 9.** Calcula la suma dels 10 primers termes de la progressió aritmètica: 2, 4, 6, 8, 10, ...
- 10.** Calcula la suma dels 20 primers termes de la progressió aritmètica: 3, 7, 11, 15, 19, ...
- 11.** El primer terme d'una progressió aritmètica de diferència 5 és 4 i l'últim terme és 499. Troba la suma de tots ells.

Quan acabis ... Clica  per anar a la pàgina següent.

3.- Progressions geomètriques

3.a. Definició

Llegeix el text de la pantalla i completa:



Una **progressió geomètrica** és _____

 _____.

A l'escena tens exemples per veure les regles de formació de progressions geomètriques. Llegeix detingudament els exemples. Completa'n dos en els requadres següents:

Exemple 1

Progressió: _____

Regla de formació:

Termes:

$$a_2 = a_1 \cdot \quad = \quad \cdot \quad =$$

$$a_3 = a_2 \cdot \quad = \quad \cdot \quad =$$

$$a_4 = a_3 \cdot \quad = \quad \cdot \quad =$$

$$a_5 = a_4 \cdot \quad = \quad \cdot \quad =$$

La raó és: $r =$

La progressió és _____

Exemple 2

Progressió: _____

Regla de formació:

Termes:

$$a_2 = a_1 \cdot \quad = \quad \cdot \quad =$$

$$a_3 = a_2 \cdot \quad = \quad \cdot \quad =$$

$$a_4 = a_3 \cdot \quad = \quad \cdot \quad =$$

$$a_5 = a_4 \cdot \quad = \quad \cdot \quad =$$

La raó és: $r =$

La progressió és _____

Després... Clica el botó  per fer exercicis.

Els següents exercicis són similars als d'aquesta escena:

EXERCICIS de Reforç

A. Escribe el següent terme de la progressió geomètrica:

a) 81, 27, 9, 3, ...

c) 4096, 1024, 256, 64, ...

b) 64, 32, 16, 8, ...

d) -27, -81, -243, -729, ...

B. Raona si la següent progressió geomètrica és creixent, decreixent o alternada:

a) 243, 81, 27, 9, ...

c) 4096, 512, 64, 8, ...

b) -81, -243, -729, -2187, ...

d) 256, 64, 16, 4, ...


C. Raona si la següent successió és una progressió geomètrica:

a) 1, 5, 25, 125, ...

c) -7, -35, -175, -1750, ...

b) 5, 35, 245, 1715, ...

d) -9, -36, -144, -576, ...

Clica  per anar a la pàgina següent.

3.b. Terme general

Llegeix el text de la pantalla. Fixa't en el procés que se segueix per obtenir el terme general d'una progressió geomètrica. Completa:

El **terme general** d'una **progressió geomètrica** és

a_1 és _____ i r és _____

A l'escena tens exemples sobre "Terme general" de progressions geomètriques. Completa'n dos en els següents requadres:

Exemple 1
Progressió: _____
El primer terme és: $a_1 =$ _____
La raó és: $r =$ _____
El terme general és: $a_n =$ _____

Exemple 2
Progressió: _____
El primer terme és: $a_1 =$ _____
La raó és: $r =$ _____
El terme general és: $a_n =$ _____

Després... Clica el botó per fer exercicis.

Els següents exercicis són similars als d'aquesta escena:

EXERCICIS de Reforç

- A.** En una progressió geomètrica, el terme 3 és 28 i la raó és -2. Troba el terme general.
- B.** En una progressió geomètrica, el terme 6 és 6561 i la raó és 3. Troba el terme general.
- C.** En una progressió geomètrica creixent, el terme 5 és 112 i el terme 6 és 224. Troba el terme general.
- D.** En una progressió geomètrica creixent, el terme 4 és 81 i el terme 5 és 243. Troba el terme general.
- E.** En una progressió geomètrica decreixent, el terme 4 és -40 i el terme 5 és -80. Troba el terme general.
- F.** En una progressió geomètrica decreixent, el terme 4 és -40 i el terme 5 és -80. Troba el terme general.
- G.** Troba el terme general de la progressió geomètrica: 9, 27, 81, 243, ...
- H.** Troba el terme general de la progressió geomètrica: 3, -6, 12, -24, ...

Quan acabis ... Clica per anar a la pàgina següent.

3.c. Suma de n termes

Llegeix el text de la pantalla. Fixa't en l'explicació en què s'arriba a la fórmula per calcular la suma dels n primers termes d'una progressió geomètrica i completa:

<p>La suma dels n primers termes d'una progressió geomètrica és:</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 40px; margin: 5px auto;"></div> <p>a₁ és _____, i r és _____</p>	<p>Observem que la fórmula també es pot escriure:</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 40px; margin: 5px auto;"></div> <p>a₁ és _____, a_n és _____, i r és _____</p>
--	---

A l'escena tens exemples sobre "Suma dels n termes" de progressions geomètriques. Llegeix detingudament els exemples i completa'n dos en els següents requadres:

Exemple 1

Suma dels n termes:

$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$	Hi ha ____ termes El primer és: ____ La raó és: ____ S = _____
$S_n = \frac{a_n r^n - a_1}{r - 1}$	El primer és: ____ L'últim és: ____ La raó és: ____ S = _____

Exemple 2

Suma dels n termes:

$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$	Hi ha ____ termes El primer és: ____ La raó és: ____ S = _____
$S_n = \frac{a_n r^n - a_1}{r - 1}$	El primer és: ____ L'últim és: ____ La raó és: ____ S = _____


Després... Clica el botó per fer exercicis.

Els següents exercicis són similars als d'aquesta escena:

EJERCICIOS de Reforç


- A.** Troba la suma dels primers 8 termes de la progressió: -3, -9, -27, -81, ...
- B.** En una progressió geomètrica creixent, el terme 7 és 512 i el terme 8 és 1024. Troba la suma dels primers 12 termes.
- C.** En una progressió geomètrica, el terme 3 és 27 i la raó és -3. Troba la suma dels 7 primers termes.
- D.** Troba la suma dels primers 13 termes de la progressió: -1, 2, -4, 8, ...
- E.** Troba la suma dels primers 6 termes de la progressió geomètrica que té per terme general: $a_n = (-4)^{n-1}$
- F.** En una progressió geomètrica creixent, el terme 9 és 4096 i el terme 10 és 8192. Troba la suma dels primers 13 termes.

- G. Troba la suma dels primers 10 termes de la progressió geomètrica que té per terme general: $a_n = -7 \cdot 3^{n-1}$
- H. En una progressió geomètrica, el terme 6 és 96 i la raó és 2. Troba la suma dels 13 primers termes.

Clica  per anar a la pàgina següent.

3.d. Suma de tots els termes ($|r| < 1$)

Llegeix l'explicació per comprendre com s'arriba a la fórmula per calcular la suma dels infinits termes d'una progressió geomètrica, quan la raó està entre -1 i 1 . Completa:

 La **suma** dels infinits termes d'una **progressió geomètrica** de raó r , $-1 < r < 1$ és:

a_1 és _____

A l'escena tens exemples sobre "Suma de tots els termes ($|r| < 1$)" de progressions geomètriques. Llegeix els exemples i completa'n dos en els següents requadres:

Exemple 1

Suma de tots els termes:

El primer és: _____

La raó és: _____

La suma és: $S =$ _____

Exemple 2

Suma de tots els termes:

El primer és: _____

La raó és: _____

La suma és: $S =$ _____

Després... Clica el botó  per fer exercicis.

Els següents exercicis són similars als d'aquesta escena:

EXERCICIS de Reforç

- A. Troba la suma dels infinits termes d'una progressió geomètrica sabent que $a_7 = 3i$ i $a_6 = 6$
- B. Troba la suma dels infinits termes d'una progressió geomètrica de raó $\frac{1}{7}$ i primer terme 7.
- C. Troba la suma dels infinits termes de la progressió geomètrica que té de terme general: $a_n = 2^{-n+5}$
- D. Troba la suma dels infinits termes de la progressió: $-4, -8, -16, -32, \dots$
- E. En una progressió geomètrica la suma dels infinits termes és 16 i la raó $\frac{1}{2}$. Troba el primer terme.

F. Troba la suma dels infinits termes d'una progressió geomètrica sabent que $a_4 = 2$ i

$$r = \frac{1}{4}$$

G. En una progressió geomètrica la suma dels infinits termes és 1458 i la raó $\frac{1}{3}$. Troba el primer terme.

H. Troba la suma dels infinits termes de la progressió: $5, \frac{-20}{3}, \frac{-80}{9}, \frac{-320}{27}, \dots$

Clica per anar a la pàgina següent.

3.e. Producte dels n termes

Llegeix el text de la pantalla. Fixa't en l'explicació en què s'arriba a la fórmula per calcular el producte de s n primers termes d'una progressió geomètrica.

Observa que hi ha un enllaç: "Si vols veure com s'obté la fórmula clica **aquí**" que obre una finestra amb una explicació més detallada de l'obtenció de la fórmula.

Completa:

El **producte** dels **n** primers terme d'una **progressió geomètrica** és

a_1 és _____, a_n és _____, i **n** és _____

A l'escena tens exemples sobre "Producte dels termes" i "Termes equidistants" de progressions geomètriques. Llegeix detingudament els exemples i completa'n dos en els següents requadres:

Exemple 1	Exemple 2												
Termes equidistants:	Termes equidistants:												
Observem que el producte dels termes equidistants és el mateix: $a_1 \cdot =$ $a_2 \cdot =$ $a_3 \cdot =$...	Observem que el producte dels termes equidistants és el mateix: $a_1 \cdot =$ $a_2 \cdot =$ $a_3 \cdot =$...												
Producte dels n termes:	Producte dels n termes:												
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; border-right: 1px solid black; padding: 5px;">Hi ha ____ termes</td> <td style="padding: 5px;">P =</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">El primer és: ____</td> <td style="padding: 5px;">P =</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">L'últim és: ____</td> <td style="padding: 5px;">P =</td> </tr> </table>	Hi ha ____ termes	P =	El primer és: ____	P =	L'últim és: ____	P =	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; border-right: 1px solid black; padding: 5px;">Hi ha ____ termes</td> <td style="padding: 5px;">P =</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">El primer és: ____</td> <td style="padding: 5px;">P =</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">L'últim és: ____</td> <td style="padding: 5px;">P =</td> </tr> </table>	Hi ha ____ termes	P =	El primer és: ____	P =	L'últim és: ____	P =
Hi ha ____ termes	P =												
El primer és: ____	P =												
L'últim és: ____	P =												
Hi ha ____ termes	P =												
El primer és: ____	P =												
L'últim és: ____	P =												

Després... Clica el botó  per fer exercicis.


Els següents exercicis són similars als d'aquesta escena:

EXERCICIS de Reforç

- A.** Troba el producte dels primers 7 termes de la progressió: 3, 9, 27, 81, ...
- B.** En una progressió geomètrica, el terme 2 és 4 i el terme 4 és 16. Troba el producte dels primers 5 termes.
- C.** Troba el producte dels primers 34 termes de la progressió geomètrica que té per terme general: $a_n = 2^{n+1}$
- D.** En una progressió geomètrica, el terme 6 és 2187 i la raó és 3. Troba el producte dels primers 6 termes.
- E.** Troba el producte dels primers 6 termes de la progressió: 27, 81, 243, 729, ...
- F.** En una progressió geomètrica, el terme 4 és 64 i la raó és 2. Troba el producte dels primers 7 termes.
- G.** En una progressió geomètrica, el terme 2 és 8 i el terme 3 és 16. Troba el producte dels primers 4 termes.
- H.** Troba el producte dels primers 14 termes de la progressió geomètrica que té per terme general: $a_n = 7^{4n+4}$

EXERCICIS

- 12.** Determina la raó de les següents progressions geomètriques:
 - a) 1, 2, 4, 8, 16, ...
 - b) 81, 27, 9, 3, 1, ...
- 13.** Escribe el terme general de les següents progressions geomètriques:
 - a) 4, 12, 36, 108, ...
 - b) 8, 16, 32, 64, ...
- 14.** Calcula la suma de los 10 primers termes de la progressió geomètrica: 1, 2, 4, 8, 16, ...
- 15.** Calcula la suma dels termes d'una progressió geomètrica finita de primer terme 1, raó 3 i últim terme 243:
- 16.** Calcula la suma de tots els termes de la progressió geomètrica: 8, 4, 2, 1, ...
- 17.** Calcula el producte dels 8 primers termes de la progressió geomètrica: $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, \dots$

Quan acabis ... Clica  per anar a la pàgina següent.

4. Aplicacions

4.a. Interpolació

Llegeix l'explicació per comprendre el concepte d'**interpolació** i completa:

Interpolat significa: _____.



Donats dos nombres a i b , **interpolat n mitjans (diferencials o geomètrics) entre a i b** és _____ de forma que _____ formin una progressió (aritmètica o geomètrica).

A l'escena tens exemples sobre "Interpolació aritmètica" i "Interpolació geomètrica". Llegeix detingudament i completa'n dos de cada tipus en els següents requadres:

INTERPOLACIÓ ARITMÈTICA

Exemple 1

Interpolat _____ mitjans aritmètics entre _____ i _____

S'han de trobar _____ nombres entre _____ i _____ de manera que formin una progressió aritmètica de _____ termes, amb $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ i $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$

Per fer-ho, s'ha de trobar _____ de la progressió:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$d = \underline{\hspace{2cm}}$

Els mitjans aritmètics són:

Exemple 2

Interpolat _____ mitjans aritmètics entre _____ i _____

S'han de trobar _____ nombres entre _____ i _____ de manera que formin una progressió aritmètica de _____ termes, amb $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ i $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$

Per fer-ho, s'ha de trobar _____ de la progressió:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$d = \underline{\hspace{2cm}}$

Els mitjans aritmètics són:

INTERPOLACIÓN GEOMÈTRICA

Exemple 1

Interpolar ___ mitjans geomètrics entre ___ i ___

S'han de trobar ___ nombres entre ___ i ___ de manera que formin una progressió geomètrica de ___ termes, amb $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ i $a_{\underline{\hspace{1cm}}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Per fer-ho, s'ha de trobar _____ de la progressió:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

r =

Els mitjans geomètrics són:

Ejemplo 2

Interpolar ___ mitjans geomètrics entre ___ i ___

S'han de trobar ___ nombres entre ___ i ___ de manera que formin una progressió geomètrica de ___ termes, amb $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ i $a_{\underline{\hspace{1cm}}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Per fer-ho, s'ha de trobar _____ de la progressió:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

r =

Els mitjans geomètrics són:

Després... Clica el botó per fer exercicis.

Els següents exercicis són similars als d'aquesta escena:

EXERCICIS de Reforç

- A.** Interpolar 4 mitjans aritmètics entre -9 i 1.
- B.** Interpolar 6 mitjans aritmètics entre 1 i 71.
- C.** Interpolar 5 mitjans aritmètics entre 2 i 110.
- D.** Interpolar 2 mitjans geomètrics entre 6 i 750.
- E.** Interpolar 3 mitjans geomètrics entre 3 i 768.
- F.** Interpolar 4 mitjans geomètrics entre 2 i 64.

Quan acabis ... Clica per anar a la pàgina següent.

4.b. Interès compost

Llegeix l'explicació per comprendre el concepte d'**interès compost** i respon:

Com s'ha de fer una inversió d'un capital durant un període de temps, t , a un rèdit, r %, perquè sigui una operació d'**interès compost**?

El capital final C_f obtingut en invertir un Capital C , al rèdit r %, durant t anys, a interès compost ve donat per la fórmula:

Observa que hi ha un enllaç: "Per veure com s'obté la fórmula clica **aquí**" que obre una finestra amb la seqüència de fórmules que condueixen a la seva obtenció.

A l'escena tens exemples sobre "Interès compost". Llegeix detingudament els exemples i completa'n un en els següents requadres:

INTERÈS COMPOST

Exemple

Dipositem _____ al _____ d'interès compost anual. Quants diners tindrem al cap de _____ anys?

S'han de trobar _____ nombres entre _____ i _____ de manera que formin una progressió aritmètica de _____ termes, amb $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ i $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$

Apliquem la fórmula de l'interès simple:

Any

C. Inicial

Interès

C. Final

Observa que si apliquem la fórmula de l'interès compost:


S'obté el mateix capital final:

Després... Clica el botó  per fer exercicis.

Els següents exercicis són similars als d'aquesta escena:

EXERCICIS de Reforç

- A. Dipositem 8000 € al 6% d'interès compost anual. Quina quantitat de diners tindrem al cap de 367 dies?
- B. Dipositem 20 € al 3% d'interès compost anual. Quina quantitat de diners tindrem al cabo de 9 mesos?
- C. Dipositem 3000 € al 4% d'interès compost anual. Quina quantitat de diners tindrem al cap de 5 anys?
- D. Un capital de 9000 € es converteix en 10528,73 € al cap de 4 anys, a un cert interès compost anual. Quin és l'interès?
- E. Un capital de 70 € es converteix en 81,89 € al cap de 4 anys, a un cert interès compost anual. Quin és l'interès?
- F. Un capital de 100 € es converteix en 104,04 € al cap de 2 anys, a un cert interès compost anual. Quin és l'interès?
- G. Calcula el capital, que invertit a un interès compost del 3%, produeix en 4 anys un capital de 90,04 €.
- H. Calcula el capital, que invertit a un interès compost del 5%, produeix en 3 anys un capital de 81,03 €.
- I. Calcula el capital, que invertit a un interès compost del 6%, produeix en 2 anys un capital de 8988,8 €.

Quan acabis ... Clica  per anar a la pàgina següent.

4.c. Resolució de problemes

Les progressions apareixen en multitud d'ocasions en la resolució de diferents problemes de la vida real.

A l'escena tens exemples sobre resolució de problemes. Apareixen tres tipus de problemes: Economia, Capitalització i Generatriu.

Tria cada un d'aquests tipus i llegeix detingudament la seva resolució.

Completa un de cada tipus en els següents requadres:

PROBLEMA D'ECONOMIA

1r Comprendre l'enunciat:



2n Interpretar el problema:



3r Identificar la progressió:**4t Aplicar la fórmula adequada per donar la solució:****PROBLEMA DE CAPITALITZACIÓ****1r Comprendre l'enunciat:****2n Interpretar el problema:****3r Identificar la progressió:****4t Aplicar la fórmula adequada per donar la solució:**

PROBLEMA DE FRACCIONS GENERATRIUS
1r Comprendre l'enunciat:
**2n Interpretar el problema:**
**3r Identificar la progressió:**
**4t Aplicar la fórmula adequada per donar la solució:**


Després... Clica el botó



per fer exercicis.

Els següents exercicis són similars als d'aquesta escena:


EXERCICIS de Reforç

- A.** El nombre d'usuaris d'un gimnàs a la primera setmana va començar sent de 140 persones i va augmentar en 50 persones cada setmana. Quantes persones hi haurà al gimnàs a les 5 setmanes?
- B.** En un pàrquing cobren 0,15€ per la primera hora d'estacionament i, per cada hora següent, el triple del que es cobra en l'hora anterior. Quant pagarem per estar aparcats 6 hores?
- C.** Un arbre de creixement ràpid multiplica la seva altura per 1,8 cada any. Si en començar l'any mesurava 0,5 m, quina altura tindrà dintre de 5 anys?
- D.** Troba la profunditat d'un pou si per l'excavació del primer metre s'han pagat 30€ i per la de cada un dels restants, es paguen 5€ més que en l'anterior, essent el cost total de 450€.

- E.** Una granota està a la vora d'una bassa circular de 8m de radi i vol arribar al centre saltant. Dóna un primer salt de 5m i, després, avança en cada salt la meitat del salt anterior. Podrà arribar al centre?
- F.** Durant els cinc primers mesos de vida, un nadó ha anat guanyant cada mes un 10 % de pes. Si en néixer pesava 3000 grams, quin ha estat els seu pes al final del cinquè mes?
- G.** Una escala té tots els esglaons iguals menys el primer, que mesura 23 cm. En pujar 70 esglaons, l'altura que s'assoleix és de 1472 cm. Quina altura té cada esglaó?
- H.** En un examen les preguntes estaven ordenades segons la seva dificultat. La primera valia 2 punts i cada una de les restants valia 3 punts més que l'anterior. Si en total compten 100 punts, quantes preguntes tenia l'examen?
- I.** Les mesures dels angles d'un triangle formen una progressió aritmètica. Si l'angle menor mesura 21° , quina és la mesura dels altres dos?
- J.** Per participar en una carrera, en Joan entrena el primer dia 7 km i cada dia augmenta en 3 km la distància recorreguda el dia anterior. Quina distància recorre l'onzè dia?
- K.** Un jardiner planta geranis en un jardí en forma de triangle. A la primera fila en planta 4, a la segona, 9, a la tercera, 14, i així fins plantar 9 files. Quants geranis planta en total?
- L.** El preu d'un cotxe decreix un 30% per cada any que passa. Quin serà el preu d'un cotxe que val 17000€ dintre de 7 anys?

EXERCICIS

- 18.** Interpola 3 mitjans aritmètics entre 4 i 29.
- 19.** Interpola 4 mitjans geomètrics entre 1 i 243:
- 20.** Calcula el capital obtingut invertint 2000 € al 3 % d'interès compost anual durant 5 anys.
- 21.** Un arbre de creixement ràpid multiplica la seva altura per 1,2 cada any. Si en començar l'any mesurava 0,75 m, quina alçada tindrà dintre de 8 anys?
- 22.** Llancem una pilota en un passadís. En cada salt que dóna avança una distància igual a la meitat de la distància anterior. Si al vuitè salt cau en una fosa de terra i s'atura, quina distància haurà recorregut si abans del primer salt ha recorregut 2 m?

Quan acabis ... Clica  per anar a la pàgina següent.



Recorda el més important – RESUM

Completa els textos:

Successió de nombres

Terme de la successió

Successió decreixent

Successió creixent

Progressió Aritmètica

Terme General d'una progressió aritmètica

Suma dels n primers termes d'una progressió aritmètica


Progressió Geomètrica

Terme General d'una progressió geomètrica

Suma dels n primers termes d'una progressió geomètrica

Producte dels n primers termes d'una progressió geomètrica

Suma dels infinits termes d'una progressió geomètrica

Clica  per anar a la pàgina següent.



Per practicar

En aquesta unitat trobaràs exercicis relacionats amb progressions aritmètiques i geomètriques.

PROGRESSIONS

Copia l'enunciat i resol l'exercici en el requadre reservat. Després de resoldre'l comprova la solució amb l'ordinador per veure si l'has fet bé.

Has de fer un mínim de 15 exercicis.

1)	
2)	
3)	
4)	
5)	
6)	
7)	

8)	
9)	
10)	
11)	
12)	
13)	
14)	
15)	

Autoavaliació



Completa aquí cada un dels enunciats que van apareixent a l'ordinador i troba la solució. Després introdueix el resultat per comprovar si la solució és correcta.

1 Escriu el terme ___ de la successió:

— / — / — / — / — / ...

2 Escriu el terme general de la successió:

— / — / — / — / — / ...

3 Escriu el terme general de la successió:

— / — / — / — / — / ...

4 Escriu el terme de ___ de la successió:

— / — / — / — / ...

5 Troba la suma de tots els termes de la progressió:

— / — / — / — / ...

6 Troba la suma dels ___ primers termes de la successió:

— / — / — / — / ...

7 Troba el producte dels ___ primers termes de la successió:

— / — / — / — / ...

8 Quants diners em retornarà el banc si faig una imposició de _____ € a termini fix durant _____ al ___ % d'interès compost anual?

9 Calcula la suma de tots els múltiples de ___ de ___ xifres.

10 El pare d'en Joan decideix estalviar un euro el dia que en Joan fa un any. Anirà duplicant la quantitat en tots els aniversaris del seu fill. Quants diners haurà estalviat el dia que faci ___ anys?



Per practicar més

1. Completa les successions amb els termes que falten:
 - a) 3, 7, 11, 15, __, __,
 - b) 3, 6, 12, 24, __, __,
 - c) 32, 16, 8, 4, __, __,
 - d) 5, 10, 17, 26, __, __,

2. Calcula els 4 primers termes de la successió de terme general:
 - a) $a_n = n + 5$
 - b) $a_n = 2^{n-1}$
 - c) $a_n = \sqrt[n+1]{n+2}$
 - d) $a_n = 5n$

3. Calcula el terme general de les successions:
 - a) 1, 2, 3, 4, 5,
 - b) 1, 4, 9, 16, 25,
 - c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$
 - d) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

4. Troba el terme 100 de la successió de terme general:
 - a) $a_n = 3n + 2$
 - b) $a_n = \frac{2n+1}{n-1}$
 - c) $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$

5. Esbrina la llei de recurrència de cada una de les successions:
 - a) 3, 7, 10, 17, 27,
 - b) 3, 6, 12, 24, 48,
 - c) 3, 7, 11, 15, 19,
 - d) 9, 3, 6, -3, 9,

6. Calcula el terme general de les següents progressions aritmètiques.
 - a) 4, 7, 10, 13, 16,
 - b) 1, 3, 5, 7, 9,
 - c) 7, 11, 15, 19, 23,
 - d) 3, 4, 5, 6, 7,

7. Calcula el terme general de les següents progressions geomètriques.
 - a) 4, 8, 16, 32, 64,
 - b) 1, 3, 9, 27, 81,
 - c) 16, 8, 4, 2, 1,
 - d) $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}, \dots$

8. Calcula la diferència d'una progressió aritmètica si es coneixen:
 - a) $a_{10} = 30$ i $a_1 = -6$
 - b) $a_{30} = 95$ i $a_{20} = 45$

9. Calcula la raó d'una progressió geomètrica si es coneixen:
 - a) $a_9 = 80$ i $a_8 = 16$
 - b) $a_{10} = 40$ i $a_7 = 5$

- 10.** Calcula el primer terme d'una progressió aritmètica si es coneix:
- a) $a_{20} = 34$ i $d = 7$
- b) $a_{31} = 13$ i $d = 3$
- 11.** Calcula el primer terme d'una progressió geomètrica si es coneix:
- a) $a_7 = 320$ i $r = 2$
- b) $a_6 = 915$ i $r = 3$
- 12.** Calcula el nombre de termes d'una progressió aritmètica finita si el primer és 100, l'últim 420 i la diferència és 4.
- 13.** Calcula la suma dels primers 101 termes de la progressió: 1, 4, 7, 17, 20,
- 14.** Calcula la suma dels múltiples de 3 menors que 1000 i més grans que 100
- 15.** Calcula la suma de los primers 8 termes de la progressió: 1, 2, 4, 8, 16,
- 16.** Calcula el producte de los primers 8 termes de la progressió: $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, \dots$
- 17.** Calcula la suma dels infinits termes de la progressió: 16, 8, 4, 2, 1,
- 18.** Calcula el producte dels primers 10 termes de la progressió 16, 8, 4, 2, 1,
- 19.** Dipositem 6000 € al 5 % d'interès compost anual. Quants diners tindrè després de 3 anys?
- 20.** Determina el capital que, amb un interès compost del 5% anual, produeix 200 € en 4 anys.
- 21.** Troba el capital obtingut invertint 100 € al 3 % d'interès compost anual durant 4 anys?
- 22.** Interpola 6 termes entre 1 i 10 para que formin una progressió aritmètica.
- 23.** Interpola 3 termes entre 1 i 16 para que formin una progressió geomètrica
- 24.** En un examen la primera pregunta valia dos punts i cada una de les següents valia tres punts més que l'anterior. Si en total hi ha 50 preguntes, quants punts val l'examen?
- 25.** El nombre inicial de mosques d'una població és de 50 i cada tres dies el nombre de mosques es duplica. Quantes mosques hi haurà als 30 dies?
- 26.** Escribe la fracció generatriu de $1\sqrt{2}$, fent servir la suma d'una progressió.
- 27.** En una progressió geomètrica el terme sisè val 64 i el quart és 16. Determina el terme general.
- 28.** Els angles d'un triangle estan en progressió aritmètica. Si el més petit mesura 40° , què mesuren els altres dos?